



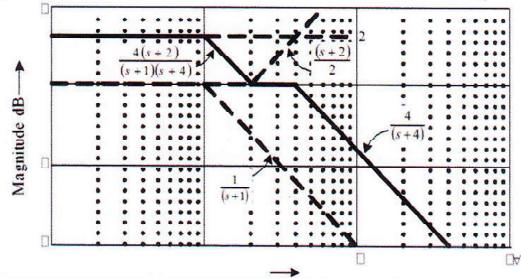
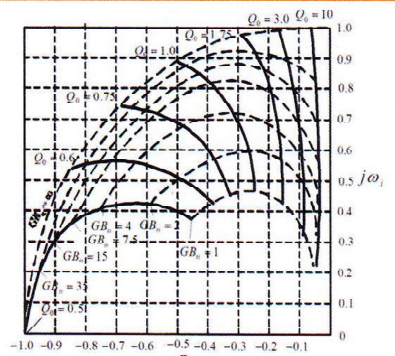
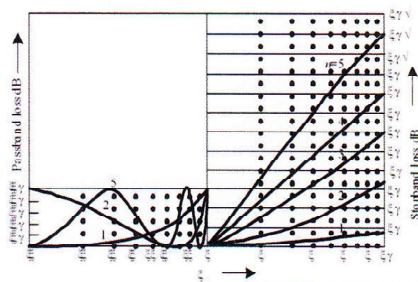
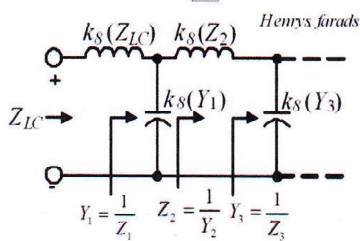
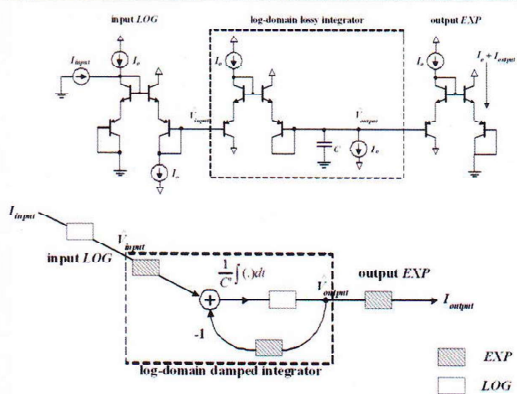
คณะวิศวกรรมศาสตร์  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

# หลักการ

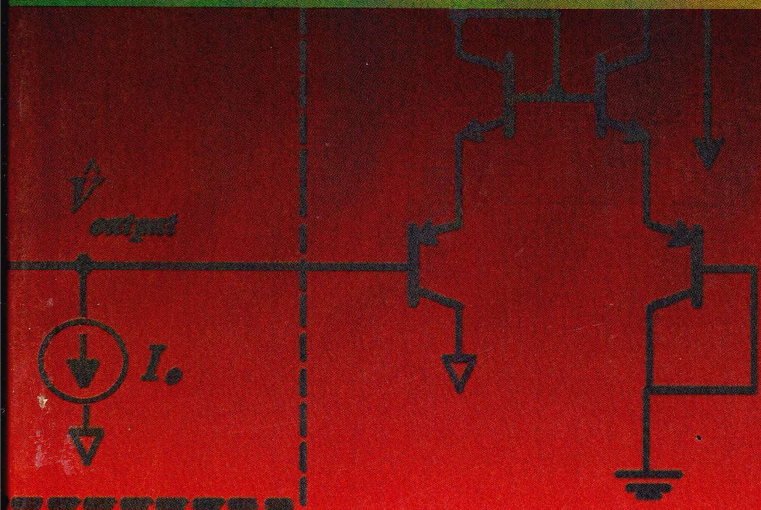
# ตัวกรองความถี่อนุบาลอก

EXP

LOG



ผศ.ดร.พีพัฒน์ พรหมมี



# คำนำ

ในปัจจุบันความก้าวหน้าทางเทคโนโลยีด้านอิเล็กทรอนิกส์ และ โทรคมนาคม มีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง ตัวกรองความถี่เป็นจัดว่าเป็นอุปกรณ์ที่สำคัญโดยเฉพาะอย่างยิ่งในวงจรด้านสื่อสาร ในปัจจุบันได้มุ่งเน้นการออกแบบตัวกรองความถี่ยุคใหม่ให้คุณสมบัติดังนี้ กล่าวคือ มีขนาดเล็ก ปรับค่าได้ทางอิเล็กทรอนิกส์ ใช้พลังงานต่ำ และ ทำงานได้ดีในความถี่สูง แต่จะอย่างไรก็ตาม หลักการวิเคราะห์ และ ออกแบบนั้น ทฤษฎีพื้นฐานของตัวกรองอนาล็อก ยังเป็นสิ่งจำเป็นที่จะต้องเรียนรู้อย่างถ่องแท้ และ ครอบคลุม

ด้วยเหตุผลข้างต้น ผู้เขียนได้นำทฤษฎีพื้นฐานของตัวกรองความถี่อนาล็อก ทั้งในรูปแบบแพลตฟอร์ม และ แอคทีฟ ซึ่งในตัวกรองแบบแอคทีฟนั้น จะประกอบด้วยตัวกรองในหลายๆ รูปแบบ ซึ่งมีทั้งการวิเคราะห์และออกแบบ ซึ่งจะมีการอธิบายเป็นขั้นตอนแยกเป็น 12 บท โดย 10 บทแรกกล่าวถึง การวิเคราะห์โครงข่าย ฟังก์ชันตัวกรอง หลักการของตัวกรองสัญญาณ การสังเคราะห์โครงข่ายแบบแพลตฟอร์ม การประมาณค่าปัญหา ความไวตัวกรอง การสังเคราะห์ตัวกรองแอคทีฟ ตัวกรองแอคทีฟที่ใช้วงจรขยายตัวเดียว ตัวกรองแบบที่ใช้วงจรขยายหลายตัว และ วิธีการสังเคราะห์โดยตรง นอกจากนี้ผู้เขียนได้นำเนื้อหาของตัวกรองความถี่อนาล็อกยุคใหม่ที่เป็นประโยชน์ และ น่าสนใจมากมายนำเสนอด้วยตัวกรองฯ ดังกล่าวคือ ตัวกรองความถี่แบบ Log-Domain ซึ่งจัดว่าสามารถตอบโจทย์ข้างต้นได้เป็นอย่างดี กล่าวคือ มีขนาดเล็ก ปรับค่าได้ทางอิเล็กทรอนิกส์ ใช้พลังงานต่ำ และ ทำงานได้ดีในความถี่สูง แต่ผู้เขียนเพียงแค่อ้างถึงเชิงแนะนำให้รู้จัก เพียงแค่ในบทที่ 11 และ 12 เท่านั้น ซึ่งผู้เขียนจะได้นำเสนอในโอกาสต่อไป

หนังสือ “หลักการตัวกรองความถี่อนาล็อก” เล่มนี้ผู้อ่านควรจะมีพื้นฐานในด้านการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้า อิเล็กทรอนิกส์ และ คณิตศาสตร์ ที่ค่อนข้างดี เพื่อที่จะให้ได้ความรู้จากเนื้อหาของเล่มนี้อย่างมากที่สุด แต่อย่างไรก็ดี เนื้อหาในหนังสือเล่มนี้บางส่วนอาจจะรวบรัด หรือ อาจจะยังไม่สมบูรณ์ ผู้เขียนก็ขออภัยคำแนะนํา และ พร้อมทั้งจะนำไปปรับปรุงในการพิมพ์ครั้งต่อไป

ผศ.ดร.พิพัฒน์ พรหมมี

สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

Email: [pipat@telecom.kmitl.ac.th](mailto:pipat@telecom.kmitl.ac.th), [kppipat@kmitl.ac.th](mailto:kppipat@kmitl.ac.th)

# สารบัญ

บทที่	เรื่อง	หน้า
1	การวิเคราะห์โครงข่าย	1-1
2	การวิเคราะห์ฟังก์ชันโครงข่าย	2-1
3	หลักการของตัวกรองสัญญาณ	3-1
4	การสังเคราะห์โครงข่ายแบบแพสซีฟ	4-1
5	การประมาณค่าปัญหา	5-1
6	ความไวตัวกรอง	6-1
7	การสังเคราะห์ตัวกรองแอดทีฟ	7-1
8	ตัวกรองแอดทีฟที่ใช้วงจรมายาวตัวเดียว	8-1
9	ตัวกรองแบบที่ใช้วงจรมายาวหลายตัว	9-1
10	วิธีการสังเคราะห์โดยตรง	10-1
11	ตัวกรองแบบ Log-domain เบื้องต้น	11-1
12	วงจรมายาวที่เกรเตอร์แบบ Log-domain	12-1

# 1

## การวิเคราะห์โครงข่าย

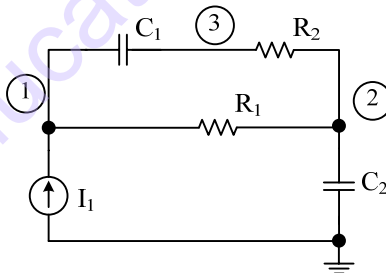
ในการวิเคราะห์โครงข่ายไฟฟ้าที่มีอยู่ด้วยกันหลายวิธี ซึ่งวิธีที่นิยมทำและเป็นวิธีที่ใช้ประโยชน์ได้อย่างกว้างขวาง วิธีนี้คือ การวิเคราะห์แบบโหนด (Node Analysis) วิธีนี้ไม่เพียงเหมาะสำหรับโครงข่ายพื้นฐานแบบแพสซีฟ และ ยังเหมาะสำหรับการวิเคราะห์โครงข่ายแอกทีฟ อีกด้วย อุปกรณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ทั้งในโครงข่ายแพสซีฟ จะเป็นอุปกรณ์จำพวกความต้านทาน ตัวเก็บประจุ ขดลวดเหนี่ยวนำ แต่ในการวิเคราะห์โครงข่ายแอกทีฟนั้น มักจะไม่มีอุปกรณ์ขดลวดเหนี่ยวนำ เพื่อหลีกเลี่ยงความผิดพลาด และอุปกรณ์ขดลวดเหนี่ยวนำ นั้นเป็นอุปกรณ์ที่หายาก และมีความเที่ยงตรงต่ำ

### 1.1 วงจร RLC แบบแพสซีฟ

ในบทแรกนี้เป็นการกล่าวนำเพื่อทำความเข้าใจกับหลักการของวิเคราะห์โครงข่าย ที่ใช้หลักการวิเคราะห์แบบโหนด ซึ่งวงจรดังกล่าวจะประกอบขึ้นจากความต้านทาน และ ตัวเก็บประจุ และแหล่งจ่ายกระแสคงที่ดังตัวอย่างที่ 1.1

ตัวอย่างที่ 1.1-1 จงหาฟังก์ชัน  $s$  - Domain  $\frac{V_3(s)}{I_1(s)}$  ของวงจรรูปที่ 1.1 (ซึ่งมีรูปแบบคล้ายกับ

โครงข่าย Bridge-T)



รูปที่ 1.1 วงจรตัวอย่างที่ 1.1

วิธีทำ จาก Kirchoff's Current Law (KCL)

ที่โหนด (1)

$$\frac{1}{R_1}(V_1 - V_2) + sC_1(V_1 - V_3) = I_1$$

หรือ

$$\left(\frac{1}{R_1} + sC_1\right)V_1 - \frac{1}{R_1}V_2 - sC_1V_3 = I_1 \quad (1.1)$$

ที่โหนด (2)

**บทที่ 1** การวิเคราะห์โครงข่าย

$$\frac{1}{R_1}(V_2 - V_1) + \frac{1}{R_2}(V_2 - V_3) + sC_2V_2 = 0$$

หรือ 
$$-\frac{1}{R_1}V_1 + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + sC_2\right)V_2 - \frac{1}{R_2}V_3 = 0 \quad (1.2)$$

ที่โหนด (3)

$$\frac{1}{R_2}(V_3 - V_2) + sC_1(V_3 - V_1) = 0$$

หรือ 
$$-sC_1V_1 - \frac{1}{R_2}V_2 + \left(\frac{1}{R_2} + sC_1\right)V_3 = 0 \quad (1.3)$$

แทนสมการที่ (1.1)-(1.3) ด้วยสมการรูปเมตริกซ์ (Matrix) ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + sC_1 & -\frac{1}{R_1} & -sC_1 \\ -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + sC_2 & -\frac{1}{R_2} \\ -sC_1 & -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2} + sC_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

จากกฎของครามเมอร์ (Cramer's Rule),  $\frac{V_3}{I_1}$  ได้เป็น

$$V_3 = \frac{\begin{vmatrix} -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + sC_2 \\ -sC_1 & -\frac{1}{R_2} \end{vmatrix} - 0 \begin{vmatrix} \frac{1}{R_1} + sC_1 & -\frac{1}{R_1} \\ -sC_1 & -\frac{1}{R_2} \end{vmatrix} + 0 \begin{vmatrix} \frac{1}{R_1} + sC_1 & -\frac{1}{R_1} \\ -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + sC_2 \end{vmatrix}}{\Delta} \quad (1.5)$$

$$\frac{V_3}{I_1} = \frac{\begin{vmatrix} -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + sC_2 \\ -sC_1 & -\frac{1}{R_2} \end{vmatrix}}{\Delta}$$

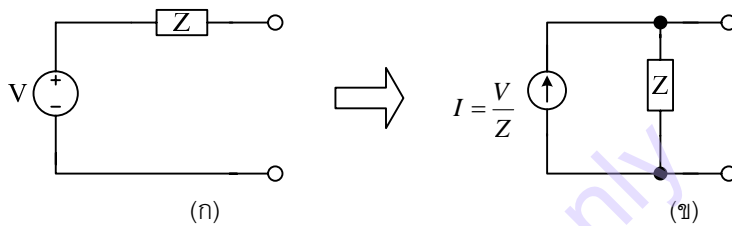
$$\frac{V_3}{I_1} = \frac{\frac{1}{R_1R_2} + sC_1\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + sC_2\right)}{\Delta} \quad (1.6)$$

$$\frac{V_3}{I_1} = \frac{\left[ \left(\frac{1}{R_1} + sC_1\right) \left[ \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + sC_2\right) \left(\frac{1}{R_2} + sC_1\right) - \frac{1}{R_2^2} \right] - \frac{1}{R_1} \left( \frac{sC_1}{R_2} + \frac{1}{R_1R_2} + \frac{sC_1}{R_1} \right) \right]}{\left[ -sC_1 \left( \frac{1}{R_1R_2} + \frac{sC_1}{R_1} + \frac{sC_1}{R_2} + s^2C_1C_2 \right) \right]}$$

$$\therefore \frac{V_3}{I_1} = \frac{s^2 + s\left(\frac{1}{R_1C_2} + \frac{1}{R_2C_2}\right) + \frac{1}{R_1R_2C_1C_2}}{s^2\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) + s\left(\frac{1}{R_1R_2C_1}\right)} \quad (1.7)$$

ข้อสังเกต

1. วิธีการวิเคราะห์โดยใช้ KCL เป็นวิธีที่สะดวก สำหรับวงจรที่มีอุปกรณ์แหล่งจ่ายอิสระเป็นแหล่งจ่ายกระแส ซึ่งวงจรส่วนมากมักจะมีอินพุตเป็นแหล่งจ่ายแรงดัน แต่อย่างไรก็ตามสามารถแปลงแหล่งจ่ายแรงดัน ให้เป็นแหล่งจ่ายกระแส โดยใช้ทฤษฎีของนอร์ตัน (Norton's theorem) จากรูปที่ 1.2(ก) แรงดัน ( $V$ ) และอิมพีแดนซ์ ( $Z$ ) จะกลายเป็นรูป 1.2 (ข) โดยที่กระแส ( $I$ ) จะมีค่าเท่ากับ  $\frac{V}{Z}$  และอิมพีแดนซ์ ( $Z$ ) จะต่อแบบขนานกับกระแส ( $I$ )



รูปที่ 1.2 การแปลงวงจรโดยใช้ทฤษฎีของนอร์ตัน

2. จากตัวแปรโหนดดีเทอร์มิแนนท์ (Nodal Determinant) ซึ่งเป็นตัวหารของสมการที่ (1.5) นั้น จะมีความสมมาตรกันทางด้านแถว และ หลัก ซึ่งคุณสมบัตินี้เป็นคุณสมบัติเฉพาะของตัวแปรโหนดดีเทอร์มิแนนท์ ของโครงข่าย RLC
3. สมมุติว่าเรามีโครงข่าย ที่จะต้องพิจารณาเป็นดังสมการดังนี้

$$\frac{V}{I} = \frac{s^2 + cs + d}{ns^2 + as} \quad (1.8)$$

โดยที่ สัมประสิทธิ์  $c$ ,  $d$ ,  $n$  และ  $a$  เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่งจากสมการที่ (1.7) และ รูปที่ 1.1 เมื่อเทียบสัมประสิทธิ์แล้วจะเห็นได้ว่า

$$n = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (1.9)$$

$$a = \frac{1}{R_1 R_2 C_1} \quad (1.10)$$

$$c = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \frac{1}{C_2} = \frac{n}{C_2} \quad (1.11)$$

$$d = \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2} = \frac{a}{C_2} \quad (1.12)$$

## บทที่ 1 การวิเคราะห์โครงข่าย

จากสมการที่ (1.11) และ (1.12) นั้น สามารถเขียนความสัมพันธ์ของสัมประสิทธิ์ของสมการทั้งสองได้เป็น

$$\frac{n}{c} = \frac{a}{d} \quad (1.13)$$

ซึ่งค่าของตัวเก็บประจุ  $C_2$  จะมีค่าเท่ากับ

$$C_2 = \frac{n}{c} = \frac{a}{d} \quad (1.14)$$

เมื่อพิจารณาสมการที่ (1.9) ถ้าเราเลือกค่า  $R_1$  ให้มีค่าเท่ากับ  $R_1 = \frac{2}{n}$  ดังนั้น  $R_2$  จะมีค่าเท่ากับ  $R_1$  คือ

$$R_1 = \frac{2}{n} \text{ และ } R_2 = \frac{2}{n} \quad (1.15)$$

เมื่อแทนสมการที่ (1.15) ในสมการที่ (1.10) ค่าของ  $C_1$  จะกลายเป็น

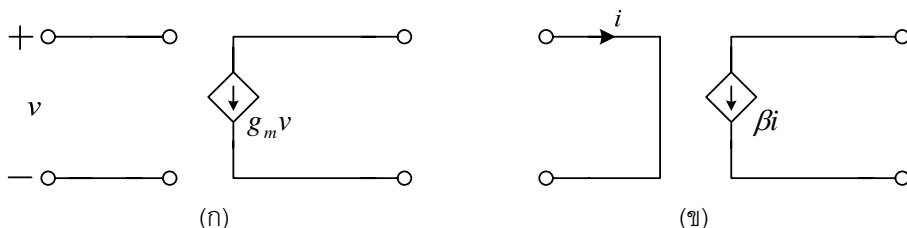
$$C_1 = \frac{n^2}{4a} \quad (1.16)$$

### 1.2 วงจร RLC กับอุปกรณ์แอกทีฟ

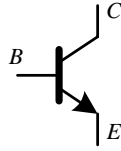
จากหลักการวิเคราะห์วงจร RLC แบบแพสซีฟนั้น แหล่งจ่ายจะเป็นอิสระ (ไม่ว่าจะเป็นแรงดันหรือกระแส) ในหัวข้อนี้จะพิจารณาวงจร RLC ในแบบที่มีอุปกรณ์แอกทีฟ กล่าวคือ ต่อร่วมอยู่กับแหล่งจ่ายไฟไม่อิสระ (Dependent Source) ทั้งในรูปของ แรงดันหรือกระแส โดยแหล่งจ่ายเหล่านั้นจะขึ้นอยู่กับแรงดันที่ตกคร่อม หรือกระแสที่ไหลผ่านส่วนใดส่วนหนึ่งของวงจร ซึ่งจะใช้หลักการของ Node Formulation มาวิเคราะห์วงจรเช่นเดียวกับ RLC แบบแพสซีฟด้วย

#### 1.2.1 วงจรแหล่งจ่ายกระแสไม่อิสระ (Dependent Current Source)

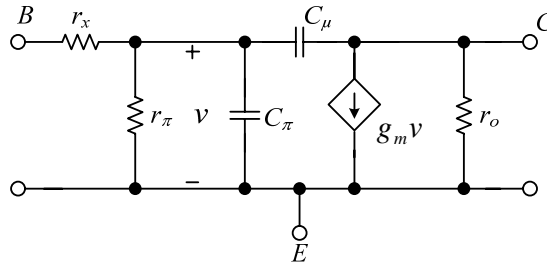
ในโครงข่ายแบบแอกทีฟ จะพบว่าแหล่งจ่ายไม่อิสระอยู่ 2 ชนิดคือ แหล่งจ่ายกระแสขึ้นตรงกับแรงดัน (VCCS) ดังรูปที่ 1.3 (ก) และแหล่งจ่ายกระแสขึ้นตรงกับกระแส (CCCS) ดังรูปที่ 1.3(ข) แหล่งจ่ายชนิด VCCS และ CCCS นั้น ปกติจะพบในแบบจำลอง (Model) ของทรานซิสเตอร์ แบบ BJT (Bipolar Junction Transistor) ซึ่งแบบจำลองดังกล่าวจะเป็นชนิด Hybrid Models ดังรูปที่ 1.4



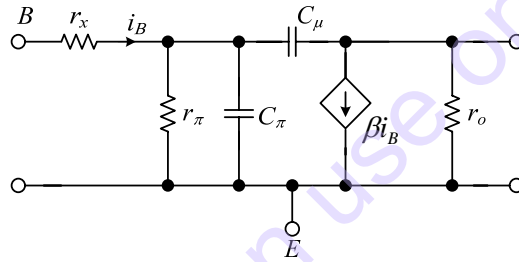
รูปที่ 1.3 วงจรแหล่งจ่ายกระแสแบบ (ก) VCCS และ (ข) CCCS



(ก)



(ข)

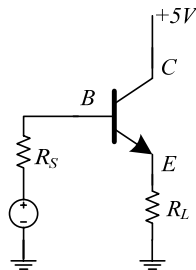


(ค)

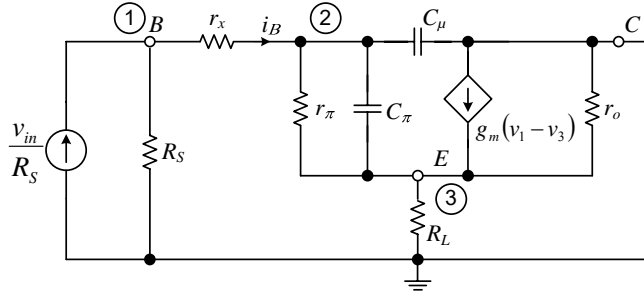
รูปที่ 1.4 แบบจำลองแบบ Hybrid

(ก) สัญลักษณ์ BJT (ข) VCCS Model และ (ค) CCCS Model

ตัวอย่างที่ 1.2-1 จงคำนวณหาสมการโหนดแบบเมตริกซ์ ของวงจรทรานซิสเตอร์ดังรูปที่ 1.5 (ก) โดยใช้จำลองแบบ Hybrid ดังรูปที่ 1.4 (ข) ซึ่งจากการวิเคราะห์แบบสัญญาณไฟสลับ (AC Analysis) แรงดันไฟเลี้ยงที่ขา คอลเลคเตอร์ของทรานซิสเตอร์จะถูกต่อลงกราวด์



(ก)



(ข)

รูปที่ 1.5 (ก) วงจรตัวอย่างที่ใช้ทรานซิสเตอร์ชนิด BJT

(ข) วงจรเสมือนจากแบบจำลอง

วิธีทำ ที่โหนด ที่ (1)

$$V_1 \left( \frac{1}{R_s} + \frac{1}{r_x} \right) - V_2 \left( \frac{1}{r_x} \right) = \frac{V_{in}}{R_s} \quad (1.17)$$

ที่โหนด ที่ (2)

$$-V_1 \left( \frac{1}{r_x} \right) + V_2 \left( \frac{1}{r_x} + \frac{1}{r_\pi} + sC_\pi + sC_\mu \right) - V_3 \left( \frac{1}{r_\pi} + sC_\pi \right) = 0 \quad (1.18)$$

ที่โหนด ที่ (3)

$$-V_2 \left( \frac{1}{r_\pi} + sC_\pi \right) + V_3 \left( \frac{1}{R_L} + \frac{1}{r_o} + \frac{1}{r_\pi} + sC_\pi \right) = g_m (V_2 - V_3) \quad (1.19)$$

จากสมการที่ (1.19) เขียนใหม่ได้เป็น

$$-V_2 \left( \frac{1}{r_\pi} + sC_\pi + g_m \right) + V_3 \left( \frac{1}{R_L} + \frac{1}{r_o} + \frac{1}{r_\pi} + sC_\pi + g_m \right) = 0 \quad (1.20)$$

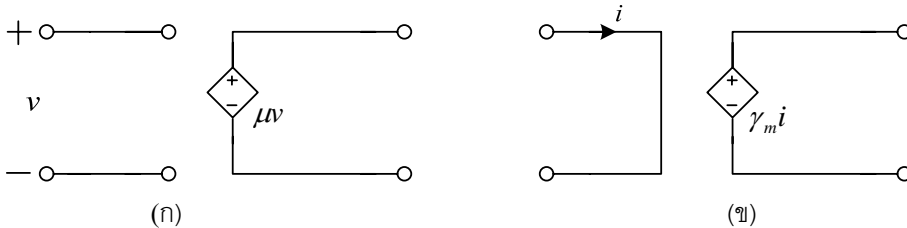
จากสมการที่ (1.17) (1.18) และ (1.20) สามารถเขียนเป็นสมการเมตริกซ์ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_s} + \frac{1}{r_x} & -\frac{1}{r_x} & 0 \\ -\frac{1}{r_x} & \frac{1}{r_x} + \frac{1}{r_\pi} + sC_\pi + sC_\mu & -\left( \frac{1}{r_\pi} + sC_\pi \right) \\ 0 & -\left( \frac{1}{r_\pi} + sC_\pi + g_m \right) & \frac{1}{R_L} + \frac{1}{r_o} + \frac{1}{r_\pi} + sC_\pi + g_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{V_{IN}}{R_s} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

จากสมการที่ (1.21) สามารถคำนวณหาค่า  $V_1, V_2, V_3$  ได้โดยง่ายจากกฎของครามเมอร์

1.2.2 วงจรแหล่งจ่ายแรงดันไม่อิสระ (Dependent Voltage Sources)

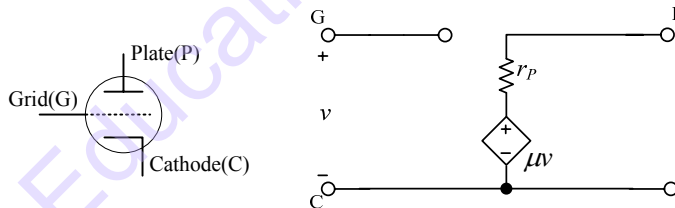
ในการทำงานเดียวกันแหล่งจ่ายกระแสไม่อิสระ ซึ่งวงจรแหล่งจ่ายแรงดันไม่อิสระที่พบในโครงข่ายแอดคทีฟมีอยู่ 2 ชนิด คือ ชนิดขึ้นตรงกับแรงดัน (VCVS) และ ชนิดขึ้นตรงกับกระแส (CCVS) ดังแสดงในรูป 1.6 (ก) และ 1.6 (ข) ตามลำดับ



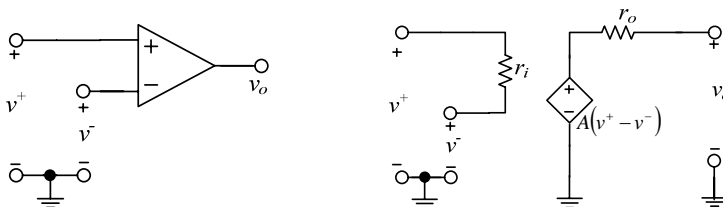
รูปที่ 1.6 แหล่งจ่ายแรงดันไม่อิสระ (ก) ชนิด VCVS (ข) ชนิด CCVS

ตัวอย่างของแหล่งจ่ายแรงดันไม่อิสระแบบ (VCVS) เช่น วงจรหลอดสุญญากาศไตรโอด (Triode) วงจรอปแอมป์ และ แบบจำลอง ดังรูปที่ 1.7 และ 1.8 ตามลำดับ โดยตัวอย่างของแหล่งจ่ายแรงดันไม่อิสระแบบ (CCVS) คือ วงจร Gyrator ซึ่งจะกล่าวถึงภายหลัง

ในการวิเคราะห์วงจรที่มีแหล่งจ่ายแรงดันไม่อิสระประกอบอยู่นั้น เราอาจจะใช้วิธีที่เคยกล่าวมาแล้วในตัวอย่างที่ 1.1 โดยแปลงแหล่งจ่ายแรงดันให้อยู่ในรูปของแหล่งจ่ายกระแสโดยใช้ทฤษฎีของนอร์ตัน ซึ่งจะแสดงไว้ในตัวอย่างที่ 1.3



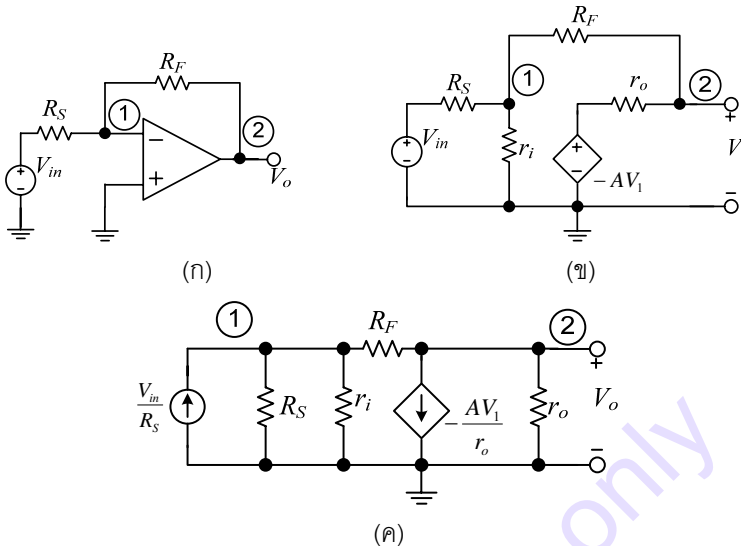
รูปที่ 1.7 วงจรหลอดไตรโอด และแบบจำลอง



รูปที่ 1.8 วงจรอปแอมป์และแบบจำลอง

บทที่ 1 การวิเคราะห์ห้โครงข่าย

ตัวอย่างที่ 1.2-2 จงวิเคราะห์หาค่าสมการ  $\frac{V_o}{V_{in}}$  ของวงจรออปแอมป์ในรูปที่ 1.9 (ก)



รูปที่ 1.9 (ก) วงจรตัวอย่าง 1.2-2 (ข) วงจรเสมือนแบบปกติ (ค) วงจรเสมือนโดยใช้ แหล่งจ่ายกระแส

**วิธีทำ** วงจรรูปที่ 1.9 (ก) สามารถเขียนวงจรเสมือนได้จากแบบจำลอง (Model) รูปที่ 1.8 วงจรเสมือนใหม่จะกลายเป็นวงจรรูป 1.9 (ข) และเมื่อแปลงวงจรโดยใช้หลักการของนอร์ตัน จะได้เป็นวงจรรูปที่ 1.9 (ค) สามารถเขียนสมการโหนดได้เป็น

ที่โหนด (1)

$$V_1 \left( \frac{1}{R_S} + \frac{1}{r_i} + \frac{1}{R_F} \right) - V_o \left( \frac{1}{R_F} \right) = \frac{V_{in}}{R_S} \quad (1.22)$$

ที่โหนด (2)

$$-V_1 \left( \frac{1}{R_F} \right) + V_o \left( \frac{1}{R_F} + \frac{1}{r_o} \right) = -\frac{AV_1}{r_o} \quad (1.23)$$

จากสมการที่ (1.23) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$-V_1 \left( \frac{1}{R_F} - \frac{A}{r_o} \right) + V_o \left( \frac{1}{R_F} + \frac{1}{r_o} \right) = 0 \quad (1.24)$$

จากสมการที่ (1.22) และ (1.24) สามารถนำมาเขียนเป็นสมการเมตริกซ์ ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_s} + \frac{1}{r_i} + \frac{1}{R_F} & -\frac{1}{R_F} \\ -\frac{1}{R_F} + \frac{A}{r_o} & \frac{1}{R_F} + \frac{1}{r_o} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{V_{IN}}{R_s} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

ใช้ทฤษฎีของครามเมอร์ เพื่อคำนวณหา  $V_o$  ได้เป็น

$$V_o = \frac{\begin{vmatrix} \frac{1}{R_s} + \frac{1}{r_i} + \frac{1}{R_F} & \frac{V_{IN}}{R_s} \\ -\frac{1}{R_F} + \frac{A}{r_o} & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{1}{R_s} + \frac{1}{r_i} + \frac{1}{R_F} & -\frac{1}{R_F} \\ -\frac{1}{R_F} + \frac{A}{r_o} & \frac{1}{R_F} + \frac{1}{r_o} \end{vmatrix}} \quad (1.26)$$

$$\frac{V_o}{V_{IN}} = -\frac{R_F}{R_s} \times \frac{1}{1 + \frac{\left(1 + \frac{r_o}{R_F}\right)\left(1 + \frac{R_F}{R_s} + \frac{R_F}{r_i}\right)}{A\left(1 - \frac{r_o}{AR_F}\right)}}$$

จากสมการที่ (1.26) สามารถประมาณค่า  $\frac{V_o}{V_{IN}}$  ได้เมื่อ  $r_o \rightarrow 0$  ดังนั้นสมการที่ (1.26) จะกลายเป็น

$$\frac{V_o}{V_{IN}} = -\frac{R_F}{R_s} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{A}\left(1 + \frac{R_F}{R_s} + \frac{R_F}{r_i}\right)} \quad (1.27)$$

### 1.3 การวิเคราะห์ห้วงจรออปแอมป์อย่างง่าย

ในการวิเคราะห์ห้วงจรออปแอมป์สามารถกระทำได้ง่ายๆ โดยกำหนดให้ออปแอมป์ทำงานเหมือนอุดมคติ (Ideal) โดยมีคุณสมบัติดังนี้

1. มีอัตราขยาย (Gain) สูงมาก
2. มีอินพุทอิมพีแดนซ์สูงมากและมีเอาต์พุทอิมพีแดนซ์ต่ำมาก

ในทางปฏิบัติออปแอมป์จะมีเกนแปรผกผันกับความถี่ ซึ่งเมื่อความถี่มีค่าต่ำกว่า 10 kHz ออปแอมป์จะมี Gain > 10,000 และมีอินพุทอิมพีแดนซ์ประมาณ 500kΩ และมีเอาต์พุทอิมพีแดนซ์ประมาณ 300Ω เพื่อง่ายต่อการคำนวณสมมุติให้ออปแอมป์ทำงานในอุดมคติได้เช่นกัน

กรณีที่ต้องการพิจารณาออปแอมป์ในอุดมคติจะมีสมการเป็น

$$V_o = A(V^+ + V^-)$$

หรือ

$$V^+ - V^- = \frac{V_o}{A} \quad (1.28)$$

จากสมการที่ (1.28) แรงแดันเอาท์พุทเป็นตัวแปรที่หาค่าได้ ซึ่งในกรณีออปแอมป์อุดมคติจะมีเกนสูงมาก ( $A \rightarrow \infty$ ) ทำให้ค่าความแตกต่างแรงแดันที่อินพุทมีค่าเท่ากับศูนย์ และ เมื่ออินพุทอิมพีแดนซ์มีค่าสูงมากจะทำให้กระแสอินพุทของออปแอมป์มีค่าเท่ากับศูนย์ด้วยเช่นกัน ซึ่งทำให้สามารถสรุปเป็นกฎเพิ่มเติมได้ดังนี้

กฎข้อที่ 1 ความแตกต่างแรงแดันที่อินพุทของออปแอมป์จะเท่ากับศูนย์ (Virtual Shorted)

กฎข้อที่ 2 กระแสที่อินพุทของออปแอมป์มีค่าเท่ากับศูนย์

จากกฎทั้งหมดสามารถอธิบายได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1.3-1 จงคำนวณหาสมการ  $\frac{V_o}{V_{IN}}$  จากวงจรรูป 1.9 (ก) โดยสมมุติให้ออปแอมป์

ทำงานในอุดมคติ

**วิธีทำ** จากกฎที่ 1 เมื่อที่ขา Positive ต่อดงกราวด์ ดังนั้น

$$V_1 = 0 \quad (1.29)$$

จากกฎที่ 2 เมื่อไม่มีกระแสไหลที่ขาอินพุทของออปแอมป์ดังนั้นสามารถเขียนสมการของกระแสได้เป็น

ที่โหนด (1)

$$\frac{V_{IN} - V_1}{R_s} + \frac{V_o - V_1}{R_F} = 0 \quad (1.30)$$

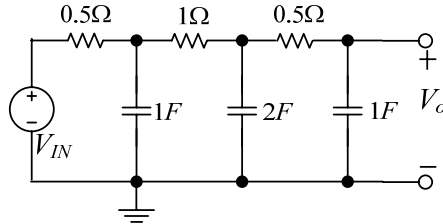
แทนสมการที่ (1.29) ใน (1.30) ได้เป็น

$$\frac{V_o}{V_{IN}} = -\frac{R_F}{R_s} \quad (1.31)$$

ข้อสังเกต จากสมการที่ (1.27) เมื่อเราสมมุติให้ออปแอมป์ทำงานในอุดมคติสมการที่ (1.27) จะมีค่าเท่ากับสมการที่ (1.31)

แบบฝึกหัดท้ายบท

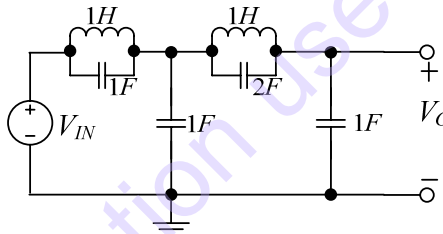
- 1.1 จากโครงข่าย RC แบบขั้นบันไดดังรูปที่ 1.10 จงเขียนสมการโอน และ คำนวณหาฟังก์ชัน  $V_o/V_{IN}$



รูปที่ 1.10

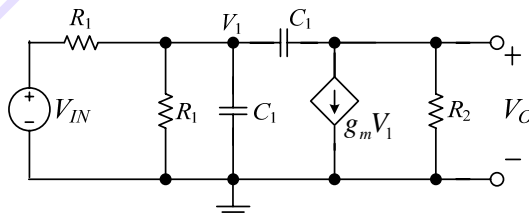
- 1.2 จากโครงข่าย LC แบบขั้นบันไดดังรูปที่ 1.11 จงหาฟังก์ชันถ่ายโอน  $V_o/V_{IN}$  ในรูปแบบที่กำหนด

$$K \frac{(s^2 + a)(s^2 + b)}{(s^2 + c)(s^2 + d)}$$



รูปที่ 1.11

- 1.3 จากวงจรถยายทรานซิสเตอร์แทนด้วยแบบจำลอง Hybrid- $\pi$  ดังรูปที่ 1.12 จงหาสมการความถี่  $V_o/V_{IN}$



รูปที่ 1.12

- 1.4 จงสังเคราะห์ฟังก์ชันดังต่อไปนี้โดยใช้ออปแอมป์

(ก)  $\frac{V_o}{V_{IN}} = -400$

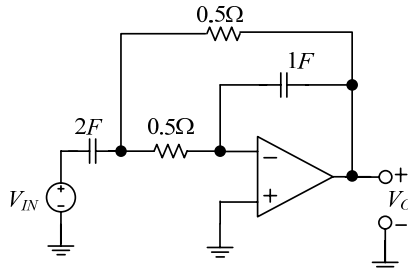
(ข)  $\frac{V_o}{V_{IN}} = \frac{1000}{s}$

บทที่ 1 การวิเคราะห์โครงข่าย

(ค) 
$$\frac{V_o}{V_{IN}} = \frac{100}{s^2}$$

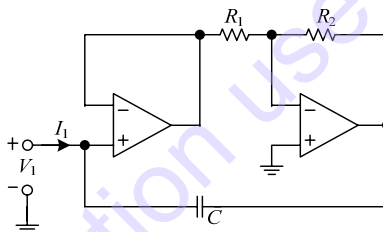
1.5 จงพิสูจน์วงจรรอบแอมป์ดังรูปที่ 1.13 เทียบเคียงกับสมการดังต่อไปนี้

$$K \frac{s}{s^2 + as + b}$$



รูปที่ 1.13

1.6 จงวิเคราะห์สมการอินพุทอิมพีแดนซ์  $V_{IN}/I_{IN}$  จากวงจรรวมค่าความจุดังรูปที่ 1.14 ซึ่งแสดงว่าค่าอิมพีแดนซ์  $V_1/I_1$  เป็นค่าของตัวเก็บประจุที่มีค่าเท่ากับ  $(1 + R_2/R_1)C$

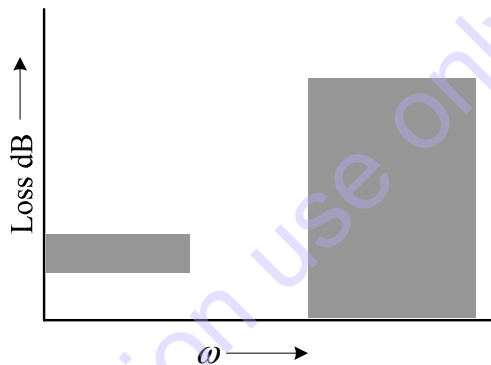


รูปที่ 1.14

# 2

## การวิเคราะห์ฟังก์ชันโครงข่าย

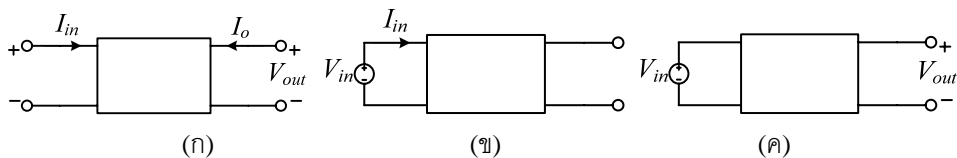
ในการสังเคราะห์โครงข่ายไฟฟ้าเพื่อสร้างเป็นวงจรตัวกรอง ผู้ออกแบบอาจจะใช้วิธีการออกแบบจากคุณสมบัติความประสงค์สูญเสีย (Loss Requirement) ดังรูปที่ 2.1 การพิจารณาคุณสมบัติของความประสงค์สูญเสีย จะพิจารณาจากส่วนที่บ่งชี้ซึ่งเป็นสิ่งที่ตัวกรองต้องการ การสังเคราะห์ตัวกรองแบบต่างๆ โดยในที่สุดแล้วจะมีโครงข่ายเป็นแบบแพสซีฟ หรือ แอคทีฟ เมื่อเราพิจารณาจากฟังก์ชันแล้วจะสามารถคาดเดาได้เลยว่าวงจรจะเป็นแบบคุณสมบัติของ  $RC$ ,  $RLC$  หรือ โครงข่ายแอคทีฟ  $RC$  ซึ่งทั้ง 3 รูปแบบของโครงข่าย นี้จะกล่าวถึงต่อไป



รูปที่ 2.1 ความต้องการของตัวกรองต่างๆ ไป

### 2.1 ฟังก์ชันโครงข่าย

สมมติว่ามีโครงข่าย 2 พอร์ตเป็นดังรูปที่ 2.2 (ก) แรงดันและกระแสที่ Terminal ของโครงข่าย 2 พอร์ต สามารถเขียนความสัมพันธ์ให้อยู่ในรูปฟังก์ชันจุดขับ (Driving Point Function) และฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer Function) ได้เช่นกัน



รูปที่ 2.2 (ก) โครงข่าย 2 พอร์ต (ข) การวัดอินพุทอิมพีแดนซ์ (ค) การวัดอัตราขยายแรงดัน

ฟังก์ชันจุดขับ คือฟังก์ชันที่แสดงความสัมพันธ์ของแรงดันและกระแส ณ พอร์ตเดียวกัน ซึ่งฟังก์ชันนี้เป็นคุณสมบัติของโครงข่าย 1 พอร์ต ในกรณีของอินพุทพอร์ทจะพิจารณาโดยทำการเปิดวงจรด้าน เอาท์พอร์ทฟังก์ชันจุดขับของอินพุทพอร์ทจะมีค่าเป็น

## บทที่ 2 การวิเคราะห์ฟังก์ชันโครงข่าย

$$Z_{IN}(s) = \frac{V_{IN}(s)}{I_{IN}(s)} \quad (2.1)$$

ในกรณีกลับกันเมื่อพิจารณากระแส  $I_{IN}$  โดยให้แรงดัน  $V_{IN}$  ป้อนเข้าจุดบ้าง ก็จะพิจารณาในรูปของสมการจุดขับเคลื่อนแอมิตแดนซ์  $Y_{IN}(s)$  เท่ากับ

$$Y_{IN}(s) = \frac{I_{IN}(s)}{V_{IN}(s)} \quad (2.2)$$

ในการพิจารณาด้านเอาต์พุตพอร์ท ก็กระทำในลักษณะเดียวกัน

การพิจารณาอีกแบบหนึ่ง คือ การพิจารณาแบบฟังก์ชันถ่ายโอน ซึ่งหมายความว่าสมการจะอยู่ในรูปของอัตราส่วนระหว่างกระแส (หรือแรงดัน) ของพอร์ทหนึ่งกับกระแส (หรือแรงดัน) ของพอร์ทอื่นๆ ซึ่งฟังก์ชันถ่ายโอนมีความเป็นไปได้อยู่ 4 แบบคือ

1. ฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดัน
2. ฟังก์ชันถ่ายโอนกระแส
3. ฟังก์ชันถ่ายโอนอิมพีแดนซ์
4. ฟังก์ชันถ่ายโอนแอมิตแดนซ์

ในกรณีของฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดันสามารถเขียนได้เป็น 2 รูปคือ

$$\text{อัตราขยายแรงดัน} = \frac{V_o(s)}{V_{IN}(s)} \quad (2.3)$$

$$\text{หรือ} \quad \text{อัตราลดทอนแรงดัน} = \frac{V_{IN}(s)}{V_o(s)} \quad (2.4)$$

จากฟังก์ชันทั้ง 4 แบบที่กล่าวมาแล้ว สามารถสังเคราะห์ได้จากความต้านทาน ขดลวดเหนี่ยวนำ และ ตัวเก็บประจุ ซึ่งสำหรับอุปกรณ์แอกทีฟ ต่างๆฟังก์ชันของ โครงข่ายดังกล่าวจะอยู่ในลักษณะของอัตราส่วนของพหุนาม (Polynomial) หลายๆ ตัว กับสัมประสิทธิ์ (Coefficient) หลายๆ ตัว ซึ่งได้มาจากการวิเคราะห์แบบโหนดดังที่กล่าวไว้แล้วในบทที่ 1 เนื่องจากอุปกรณ์ที่ใช้คือสัมประสิทธิ์  $R, L, C$  ที่ได้จะอยู่ในรูปของ  $s$  ซึ่งรูปแบบทั่วไปของฟังก์ชันถ่ายโอนของโครงข่ายจะเป็นดังนี้

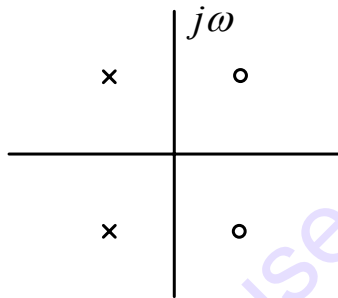
$$H(s) = \frac{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + \dots + a_0}{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + b_{m-2} s^{m-2} + \dots + b_0} \quad (2.5)$$

โดยที่  $a_n \neq 0$  และ  $b_m \neq 0$

สัมประสิทธิ์ทั้งหมด ( $a_i$  และ  $b_j$ ) จะเป็นจำนวนจริง ซึ่งสามารถแยกตัวประกอบ และเขียนสมการที่ (2.5) ในอีกรูปแบบหนึ่งได้เป็น

$$H(s) = \frac{a_n(s - z_1)(s - z_2)\dots(s - z_n)}{b_m(s - p_1)(s - p_2)\dots(s - p_m)} \quad (2.6)$$

ค่าของ  $z_1, z_2, \dots, z_n$  เรียกว่าซีโร (zero) ของ  $H(s)$  เนื่องจาก  $H(s) = 0$  เมื่อ  $s = z_i$  ในด้านของตัวส่วน  $p_1, p_2, \dots, p_n$  เรียกว่าโพล (pole) ของ  $H(s)$  เนื่องจาก  $H(s) = \infty$  เมื่อ  $s = p_i$  ทั้งโพลและซีโรสามารถนำมาพล็อตในกราฟของระนาบ  $s$  ( $s$ -Plane): ( $s = \sigma + j\omega$ ) โดยที่  $\sigma$  เป็นจำนวนจริง และ  $j\omega$  เป็นจำนวนจินตภาพดังรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 ค่าของโพลและซีโรเมื่อพล็อตในระนาบ  $s$

## 2.2 คุณสมบัติของฟังก์ชันโครงข่าย

จากฟังก์ชันโครงข่ายในรูปของพหุนามแบบเศษส่วนในรูปของ  $s$  และ ค่าสัมประสิทธิ์ จำนวนจริง ซึ่งจะทำให้ค่าของโพลและซีโรจะอยู่ในรูปของเชิงซ้อนสังยุค (Complex Conjugate) ดังตัวอย่างของรากเชิงซ้อน (Complex Root) จะสามารถเป็นได้ทั้ง  $s = -a - jb$  หรือ  $s = -a + jb$  ตัวค่าของสมการในรูปของพหุนามจะเขียนได้เป็น

$$(s + a + jb)(s + a - jb) = s^2 + 2as + a^2 + b^2 \quad (2.7)$$

คุณสมบัติที่สำคัญอีกอย่างหนึ่ง คือ การพิจารณาข้อจำกัดของโครงข่ายว่าโครงข่ายนั้นมีความเสถียรหรือไม่ หมายความว่า โครงข่ายที่ถูกต้องปกติจะต้องมีการตอบสนองที่แน่นอนนั่นหมายถึงโครงข่ายที่เสถียร ในปกติแล้วโครงข่ายแบบแพสซีฟ จะมีความเสถียรเสมอโดยธรรมชาติ เนื่องจากไม่มีแหล่งพลังงานประกอบอยู่ แต่ในส่วนของโครงข่ายแบบแอกทีฟ จะมีแหล่งพลังงาน ดังนั้นโครงข่ายแบบแอกทีฟ อาจมีความไม่เสถียรได้ ซึ่งมีความสำคัญมากเพราะถ้าตัวกรองไม่มีความเสถียรจะไม่สามารถนำไปกรองสัญญาณใดๆ ได้เลย

วิธีที่นิยมใช้ในการพิสูจน์ว่าโครงข่ายใด ๆ มีความเสถียรหรือไม่นั้น มีด้วยกันหลายวิธี ซึ่งวิธีที่นิยมใช้และสะดวกในการตรวจสอบความเสถียรของโครงข่าย คือ การพิจารณาการตอบสนองต่ออิมพัลส์ โดยทำได้โดยทำการแปลงกลับลาปลาซเศษส่วนย่อยของฟังก์ชันที่ต้องการพิสูจน์

## บทที่ 2 การวิเคราะห์ฟังก์ชันโครงข่าย

ถ้าฟังก์ชันโครงข่ายมีโพลอยู่บนแกน  $\sigma$  การตอบสนองต่ออิมพัลส์ ในกรณี  $t \geq 0$  จะอยู่ในรูป

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1} \frac{k_1}{s - p_1} = k_1 e^{p_1 t} \quad (2.8)$$

สำหรับ  $p_1$  ที่มีค่าเป็นบวก การตอบสนองต่ออิมพัลส์ จะเพิ่มขึ้นในลักษณะเอ็กโพเนนเชียล (Exponential) ด้วยค่าของเวลาดังรูปที่ 2.4(ก) ในกรณีนี้ก็เป็นฟังก์ชันของโครงข่ายที่ไม่เสถียร เนื่องจากโพลมีค่าเป็นบวก

ถ้าฟังก์ชัน  $H(s)$  มีค่าเป็นลักษณะโพลเชิงซ้อนสังยุค ที่  $s = a \pm jb$  การตอบสนองต่ออิมพัลส์ และฟังก์ชันนี้จะมีค่าเท่ากับ

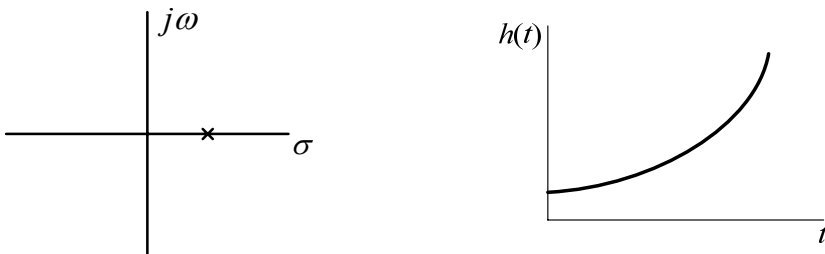
$$\begin{aligned} h(t) &= \mathcal{L}^{-1} \left( \frac{k_1}{s - a - jb} + \frac{k_1}{s - a + jb} \right) = \mathcal{L}^{-1} \frac{2k(s - a)}{(s - a)^2 + b^2} \\ &= 2k_1 e^{at} \cos bt \end{aligned} \quad (2.9)$$

ในกรณีถ้าค่า  $a$  มีค่าเป็นบวก หรืออีกนัยหนึ่งคือโพลอยู่ในด้านขวาของระนาบ  $s$  ค่าของการตอบสนองอิมพัลส์ จะเป็นการเพิ่มของสัญญาณรูปไซน์แบบเอ็กโพเนนเชียล ดังรูปที่ 2.4 (ข) ซึ่งสรุปได้ว่าค่าโพลของ  $H(s)$  ไม่สามารถอยู่ในด้านขวาของระนาบ  $s$  ได้

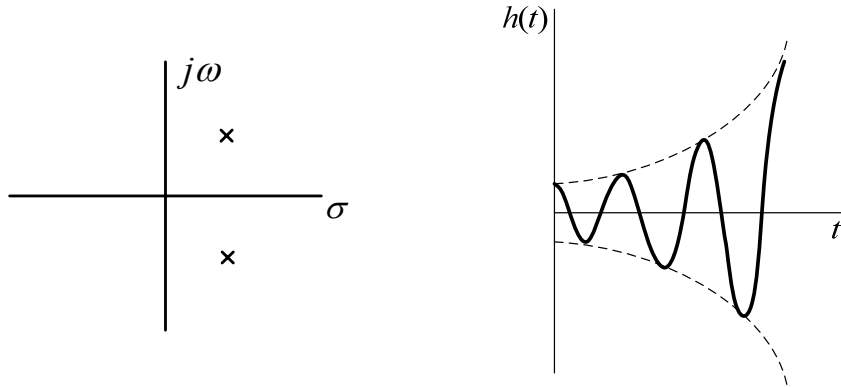
ข้อจำกัดของฟังก์ชันโครงข่ายในกรณีมีโพลใดๆ อยู่บนแกนจินตภาพแต่มีลักษณะเป็นโพลคู่ และทับซ้อนกัน การตอบสนองต่ออิมพัลส์ จะเป็น

$$\begin{aligned} h(t) &= \mathcal{L}^{-1} \left( \frac{k_1}{(s + jb)^2} + \frac{k_1}{(s - jb)^2} \right) = \mathcal{L}^{-1} \frac{2k(s^2 - b^2)}{(s^2 + b^2)^2} \\ &= 2k_1 t \cos bt \end{aligned} \quad (2.10)$$

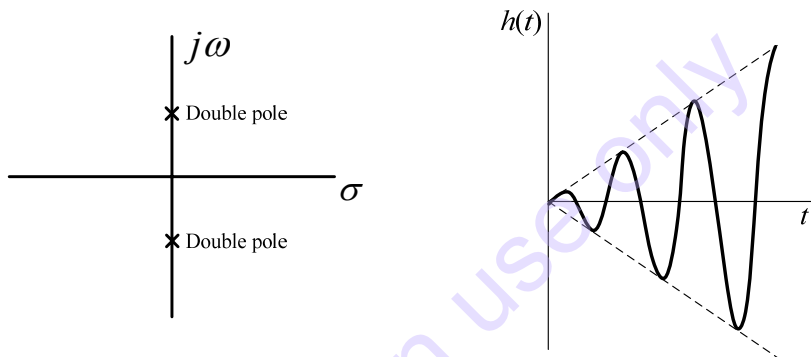
กรณีนี้ฟังก์ชันจะมีการเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ด้วยค่าของเวลา ดังรูปที่ 2.4(ค)



(ก)



(ข)



(ค)

รูปที่ 2.4 การตอบสนองอิมพัลส์ กรณี (ก) โพลอยู่บนแกนจริงเป็นบวก

(ข) โพลเชิงซ้อนอยู่ด้านขวาของระนาบ  $s$  (ค) โพลซ้อนทับอยู่บนแกน  $j\omega$

### 2.3 คุณสมบัติของฟังก์ชันจุดขับ

ในกรณีของฟังก์ชันจุดขับก็จะมีคุณสมบัติคล้ายคลึงกันกับหัวข้อ 2.2 แต่จะเพิ่มเติมในส่วนของซีโรด้วย ซึ่งส่วนที่เพิ่มเติมคือ

- จะต้องไม่มีโพลหรือซีโรในด้านขวาของระนาบ  $s$
- จะต้องไม่มีโพลซ้อนทับหรือซีโรบนแกน  $j\omega$

จากคุณสมบัติเพิ่มเติม 2 ข้อ นั้น อันดับของตัวเศษและส่วนจะต้องต่างกันไม่เกิน 1 ด้วยเหตุผลคือ เมื่อความถี่สูงมาก ( $s=j\infty$ ) ก็จะทำให้ค่าของ  $s$  มีค่าสูงสุด โดยพิจารณาจากสมการที่ (2.5) กลายเป็น

$$H(s)_{s=j\omega} \cong \frac{a_n s^n}{b_m s^m} \quad (2.11)$$

## บทที่ 2 การวิเคราะห์ฟังก์ชันโครงข่าย

แต่ถ้าความแตกต่างของ  $n$  กับ  $m$  มากกว่า 1,  $H(s)$  จะเกิดโพลซ้อนทับ; ( $n > m$ ) หรือ ซีโรซ้อนทับ; ( $m > n$ ) บนแกนจินตภาพ เมื่อ  $s = j\omega$

### 2.3.1 ฟังก์ชันจุดขั้วของแพสซีฟ RLC

โครงข่ายแพสซีฟ RLC จะไม่มีแหล่งจ่ายใด ๆ ประกอบอยู่ ดังนั้นคุณสมบัติของโครงข่ายนี้จึงมีลักษณะเป็นการสูญเสียเพียงอย่างเดียว ซึ่งในกรณีถ้าเราคำนวณหาค่า ณ จุดใด ๆ บนแกน  $j\omega$  ค่าจำนวนจริง จะเป็นบวกเสมอ ตามกฎดังนี้

$$R_0 z(j\omega) \geq 0 ; \text{ ทุก ๆ ค่า } \omega \quad (2.12)$$

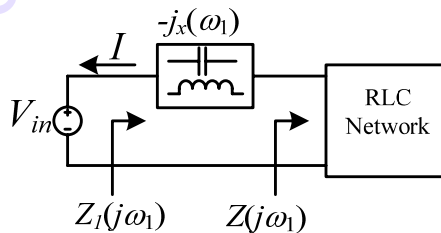
ถ้าสมมติให้ฟังก์ชันโครงข่ายมีค่าจำนวนจริงเป็นลบที่ความถี่  $s = j\omega_1$  สมการโครงข่ายจะเขียนได้เป็น

$$z(j\omega_1) = -R(\omega_1) + jx(\omega_1)$$

เมื่อเราต่อตัวเก็บประจุ หรือ ขดลวดเหนี่ยวนำ ที่มีค่ารีแอคแตนซ์ (Reactance) เท่ากับ  $-jx(\omega_1)$  อนุกรมกับโครงข่ายในรูปที่ 2.5 เพื่อที่จะหักล้างค่ารีแอคแตนซ์ของวงจร ซึ่งทำให้วงจรใหม่ที่ได้มีค่าอิมพีแดนซ์เปลี่ยนไปเป็น

$$z(j\omega_1) = -R(\omega_1)$$

ซึ่งถ้าเราบ่อนแรงดันเข้าไปในวงจรใหม่นั้น จากคุณสมบัติของวงจรที่มีค่าความต้านทานเป็นลบ ทำให้เกิดกระแสไหลกลับเข้าแหล่งจ่ายแรงดัน ด้วยวิธีนี้จึงเห็นได้ว่าเป็นการผันธรรมชาติของโครงข่ายแบบแพสซีฟ ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า ในโครงข่ายแบบแพสซีฟจะไม่สามารถมีค่าจำนวนจริงเป็นลบได้ทุก ๆ ความถี่บนแกน  $j\omega$



รูปที่ 2.5 การหักล้างค่ารีแอคแตนซ์ของอิมพีแดนซ์ RLC

คุณสมบัติอีกอย่างหนึ่งของฟังก์ชันจุดขั้วแบบแพสซีฟ คือค่าเศษเหลือของเศษส่วนย่อย จะต้องเป็นจำนวนจริง และเป็นบวกเสมอ

สามารถสรุปคุณสมบัติฟังก์ชันจุดขั้วของ RLC ได้เป็น

1. มีค่าสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันเศษและส่วนเป็นบวก

2. จะต้องไม่มีโพลหรือซีโรในด้านขวามือของระนาบ  $s$
3. จะต้องไม่มี โพลหรือซีโรซ้อนทับบนแกน  $j\omega$
4. จะต้องไม่มีความแตกต่าง อันดับ (Order) ของเศษและส่วน ต่างกันไม่เกิน 1
5. จะต้องมามีค่าจำนวนจริงไม่เป็นลบทุกค่าของ  $s=j\omega$
6. จะต้องมามีค่าเศษเหลือ (Residue) เป็นจำนวนจริงบวกสำหรับโพลบนแกน  $j\omega$

### 2.3.2 ฟังก์ชันจุดขับแบบแพสซีฟ RC

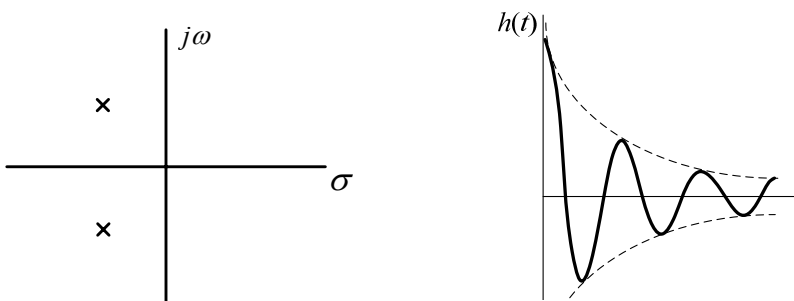
หัวข้อนี้กล่าวถึงโครงข่ายที่ประกอบขึ้นจาก ความต้านทาน และตัวเก็บประจุ ที่ใช้ในการออกแบบ แอคทีฟตัวกรองซึ่งปกติจะประกอบด้วยออปแอมป์, ตัวต้านทาน และ ตัวเก็บประจุ โดยคุณสมบัติของ RC โครงข่าย แบบ แอคทีฟ จะต้องพิจารณาข้อจำกัดของอุปกรณ์ในโครงข่ายที่อาจจะทำให้เกิดการไม่เสถียรของโครงข่ายขึ้นได้

ดังที่เคยกล่าวมาแล้ว ไม่ว่าจะ เป็นฟังก์ชันจุดขับใดๆ จะต้อง มีโพล และ ซีโรอยู่ในด้านซ้ายของระนาบ  $s$  โครงข่ายจึงเสถียร ซึ่งถ้าค่าของโพลไม่อยู่ทับบนแกนก็จะทำให้การตอบสนองอิมพัลส์ เป็นไปดังสมการที่ (2.9)

$$h(t) = 2k_1 e^{at} \cos bt$$

ซึ่งสำหรับค่า  $a$  ที่เป็นลบ จะทำให้การตอบสนองอิมพัลส์ เป็นไปในลักษณะของสัญญาณไซน์ และ มีการลดลงด้วยอัตราส่วนแบบเอ็กโพเนนเชียล ดังรูปที่ 2.6 แต่อย่างไรก็ตามการตอบสนองแบบสัญญาณไซน์ จะต้องใช้  $C$  และ  $L$  ในการเก็บประจุ และ คาบประจุพลังงานอย่างละครึ่ง Cycle การตอบสนองแบบนี้ โครงข่ายที่เป็นแบบ RC ไม่สามารถทำได้ อันเนื่องมาจากในฟังก์ชันของ RC จะไม่สามารถนำโพลออกจากการทับบนแกนในระนาบ  $s$  ได้ ซึ่งรวมถึงค่าของซีโรก็อยู่บนกฎเกณฑ์ข้อจำกัดเดียวกัน

พิจารณาพฤติกรรมของฟังก์ชันของ RC อิมพีแดนซ์ที่ DC และที่ความถี่อนันต์ ที่ DC นั้นค่าอิมพีแดนซ์ของ  $C$  จะมีค่าเสมือนเป็นการเปิดวงจร ดังนั้นโครงข่าย RC จะมีพฤติกรรมเป็นความต้านทาน หรือ ไม่มีพฤติกรรมการเปิดวงจร ซึ่งถ้ามีพฤติกรรมเป็นตัวต้านทานฟังก์ชันจะเป็นค่าคงที่แบบบวก และฟังก์ชันจะมีโพลที่ DC



รูปที่ 2.6 การตอบสนองอิมพัลส์กรณีโพลเชิงซ้อนในด้านซ้ายของระนาบ  $s$

## บทที่ 2 การวิเคราะห์ฟังก์ชันโครงข่าย

การพิจารณาโครงข่าย RC อีกกรณีหนึ่ง คือ เมื่อมีความถี่สูงมาก ตัวเก็บประจุจะมีพฤติกรรมเข้าใกล้การลัดวงจร ดังนั้นโครงข่าย RC จะมีพฤติกรรมเป็นตัวต้านทาน หรือไม่ก็มีพฤติกรรมเป็นการลัดวงจร ถ้ามีพฤติกรรมเป็นความต้านทานฟังก์ชันจะมีคุณสมบัติเป็นค่าคงที่บวก แต่ถ้ามีพฤติกรรมเป็นการลัดวงจรฟังก์ชันจะมีซีโรที่ความถี่สูงมาก

จากพฤติกรรมทั้งสองข้างต้นฟังก์ชันจุดขับ RC สามารถเขียนได้เป็น

$$z_{RC}(s) = k \frac{(s + z_1)(s + z_2) \dots (s + z_n)}{(s + p_1)(s + p_2) \dots (s + p_m)} \quad (2.13)$$

โดยที่  $k$ ,  $z_i$  และ  $p_i$  คือ ค่าจำนวนเต็มบวก และสามารถกระจายในรูปของเศษส่วนย่อยได้เป็น

$$z_{RC}(s) = \frac{k_0}{s} + k_\alpha + \sum \frac{k_i}{s + p_i} \quad (2.14)$$

ค่าเศษเหลือของสมการที่ (2.14) จะมีค่าเป็นจำนวนเต็มบวก ในการกระจายเศษส่วนย่อยของสมการที่ (2.14) เทอม  $k_0$  แสดงค่าของฟังก์ชันที่มีโพลที่จุดกำเนิด ส่วนในเทอมของ  $k_\alpha$  แสดงค่าของฟังก์ชันที่มีโพลที่จุด  $\alpha (s = \alpha)$

เมื่อทราบดีแล้วว่าค่าของโพลและซีโรของ  $Z_{RC}(s)$  ทั้งหมด จะอยู่ด้านลบของแกนจริง เราสามารถเขียนกราฟคุณสมบัติของฟังก์ชันจุดขับ RC โดยพล็อต  $Z(\sigma)$  เทียบกับ  $\sigma$  ด้วยขอบเขต  $-\alpha < \sigma < 0$  โดยค่าความชันของฟังก์ชัน  $Z(\sigma)$  สามารถหาได้จากการทำอนุพันธ์สมการเทอมผลรวมในสมการที่ (2.14) ได้เป็น

$$\frac{d}{d\sigma} \left( \frac{k_i}{\sigma + p_i} \right) = -\frac{k_i}{(\sigma + p_i)^2} \quad (2.15)$$

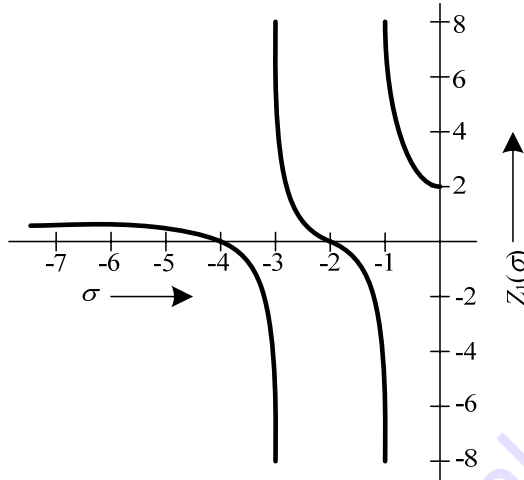
เมื่อ  $k_i$  เป็นบวกจะทำให้ความชันมีค่าเป็นลบ ด้วยเหตุนี้ค่าโพล และ ซีโรจะมีค่าสลับกัน และมีค่าห่างกันพอสมควร ในความเป็นจริงแล้วค่าของ  $Z(\sigma)$  จะต้องเป็นจำนวนเต็มบวก หรือ เป็นอนันต์ที่ DC เมื่อพิจารณารวมกับคุณสมบัติที่ความชันเป็นลบ นำไปสู่ข้อสรุปได้ว่ารากที่ใกล้กับจุดกำเนิดจะต้องมีค่าเป็นโพลและ รากที่ห่างจากจุดกำเนิดมากที่สุดก็คือซีโร

ตัวอย่างที่ 2.3-1 จงพล็อตค่าของอิมพีแดนซ์ฟังก์ชันดังต่อไปนี้

$$z_1(s) = \frac{3(s+2)(s+4)}{4(s+1)(s+3)}$$

จากฟังก์ชัน  $z_1(s)$  เมื่อพิจารณาที่กรณี DC โดยแทน  $s = \sigma = 0$  จะมีค่าเป็น  $z_1(s)_{s=0} = 2$  และเมื่อความถี่สูงมากค่าของ  $z_1(\sigma)$  จะมีค่าเท่ากับ  $\frac{3}{4}$

จากฟังก์ชัน  $z_1(\sigma)$  สามารถนำมาพล็อตเป็นกราฟ แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $\sigma$  และ  $z_1(\sigma)$  ดังรูปที่ 2.7



รูปที่ 2.7 กราฟความสัมพันธ์ระหว่าง  $z_1(\sigma)$  กับ  $\sigma$  ของฟังก์ชันจุดขั้ว RC อิมพีแดนซ์

**สรุป** ฟังก์ชันจุดขั้ว RC อิมพีแดนซ์จะมีคุณสมบัติคล้ายกับฟังก์ชันจุดขั้วของ RLC แต่มีส่วนที่เพิ่มเติม คือ

- ทั้งโพลและซีโรอยู่บนแกนจริงด้านลบ และมีค่าสลับกัน
- ที่ DC ฟังก์ชันจุดขั้วอิมพีแดนซ์จะเป็นจำนวนเต็มบวกหรือมีค่าเป็นโพล
- ที่ความถี่สูงมากฟังก์ชันจุดขั้วอิมพีแดนซ์จะเป็นจำนวนเต็มบวกหรือมีค่าเป็นซีโร
- ค่าเศษเหลือของ  $z_{RC}(s)$  จะมีค่าเป็นจำนวนเต็มบวก
- ค่าความชันของ  $d \frac{z(\sigma)}{d\sigma}$  จะมีค่าเป็นลบ

ด้วยหลักการเดียวกันฟังก์ชันจุดขั้วของ RC แอดมิตแตนซ์ จะมีคุณสมบัติดังนี้

- โพลและซีโรจะอยู่บนแกนจริงด้านลบ และมีค่าสลับกัน
- ที่ DC ฟังก์ชันจุดขั้วแอดมิตแตนซ์ จะเป็นจำนวนเต็มบวกหรือเป็นซีโร
- ที่ค่าความถี่สูงมากฟังก์ชันจุดขั้วแอดมิตแตนซ์ จะเป็นจำนวนเต็มบวกหรือเป็นโพล
- ค่าเศษเหลือของ  $y_{RC}(s)$  จะเป็นจำนวนเต็มลบ
- ค่าความชันของ  $d \frac{y(\sigma)}{d\sigma}$  จะมีค่าเป็นบวก

### 2.3.3 ฟังก์ชันจุดขั้วแพสซีฟ LC

หัวข้อนี้จะเป็นการกล่าวถึงคุณสมบัติของฟังก์ชัน LC อิมมิตแตนซ์ : อิมพีแดนซ์+แอดมิตแตนซ์ (Immittance = Impedance+Admittance)

## บทที่ 2 การวิเคราะห์ฟังก์ชันโครงข่าย

อุปกรณ์แพสซีฟ ที่เรารู้จักคือ  $R, L, C$  อุปกรณ์ตัวหนึ่งที่ทำให้เกิดการสูญเสียคือ  $R$  ดังนั้นโดยพื้นฐานของโครงข่าย  $LC$  จะไม่มีการสูญเสียเลย ด้วยเหตุนี้จึงทำให้คุณสมบัติของโพลและซีโรจะต้องอยู่บนแกน  $j\omega$  และจากทฤษฎี ทราบแล้วก่อนหน้านี้ว่า ถ้ามีโพลอยู่ทางด้านซ้ายของระนาบ  $s$  การตอบสนองต่ออิมพัลส์ จะเป็นลักษณะค่อย ๆ ลดลง (Decay) แต่ในโครงข่าย  $LC$  จะไม่สามารถเป็นเช่นนั้นได้ เนื่องจากโครงข่าย  $LC$  ไม่มีอุปกรณ์ที่ทำให้เกิดการสูญเสีย คือ  $R$  นั่นเอง ซึ่งทำให้โพลจะต้องอยู่บนแกน  $j\omega$  เสมอและมากไปกว่านั้น ค่าของซีโรก็เช่นเดียวกันจะต้องอยู่บนแกน  $j\omega$  อีกด้วย ไม่สามารถออกจากแกน  $j\omega$  ได้ และค่าเศษเหลือของทุก ๆ ตัวจะมีค่าเป็นบวก

เมื่อเราพิจารณาในทางความถี่ ในกรณีถ้าความถี่สูงมาก ตัวเก็บประจุทุกตัวจะมีพฤติกรรมเหมือนการลัดวงจร และ ขดลวดเหนี่ยวนำจะมีพฤติกรรมเหมือนการเปิดวงจร ด้วยเหตุนี้อิมพีแดนซ์ของโครงข่าย  $LC$  จะสามารถเป็นได้ตั้งแต่  $0$  ไปจนถึง  $\infty$  เลยทีเดียว มากไปกว่านั้นอันดับของเศษและส่วนจะต้องต่างกันไม่เกินหนึ่ง ซึ่งเราสามารถพิจารณาประมาณค่าอย่างง่ายได้ทันทีว่ามีโพลและซีโรอย่างไร จากรูปแบบฟังก์ชันสมการที่ (2.16ก) หรือ (2.16ข)

$$z_{LC}(s) = K \frac{s(s^2 + \omega_{z_1}^2)(s^2 + \omega_{z_2}^2)\dots(s^2 + \omega_{z_n}^2)}{(s^2 + \omega_{p_1}^2)(s^2 + \omega_{p_2}^2)\dots(s^2 + \omega_{p_n}^2)} \quad (2.16 ก)$$

หรือ

$$z_{LC}(s) = K \frac{(s^2 + \omega_{z_1}^2)(s^2 + \omega_{z_2}^2)\dots(s^2 + \omega_{z_n}^2)}{s(s^2 + \omega_{p_1}^2)(s^2 + \omega_{p_2}^2)\dots(s^2 + \omega_{p_n}^2)} \quad (2.16 ข)$$

จากสมการที่ (2.16) สามารถเขียนในรูปของเศษส่วนย่อยได้เป็น

$$z_{LC}(s) = \frac{K_0}{s} + K_\infty s + \sum_i \frac{2K_i s}{s^2 + \omega_{p_i}^2} \quad (2.17)$$

โดยที่ค่า  $K$  ทั้งหมด คือ ค่าจำนวนจริงบวก และ เทอม  $K_\infty$  จะมีผลเมื่อ  $Z_{LC}(s)$  มีโพลเป็น  $s = j\infty$  และ  $K_0$  จะมีผลเมื่อ  $Z_{LC}(s)$  มีค่าโพลอยู่ที่จุดกำเนิด เมื่อเราทราบดีแล้วว่าทั้งโพลและซีโรทั้งหมดจะอยู่บนแกน  $j\omega$  ดังนั้นถ้าจะพล็อตกราฟของฟังก์ชันจุดขั้ว  $LC$  โดยพล็อตค่า  $Z(j\omega)$  เทียบกับ  $j\omega$  เราก็จะได้คาร์รีแอกคแทนซ์คือ

$$x(\omega) = \frac{1}{j} z(j\omega)$$

ค่าความชัน  $\frac{dx(\omega)}{d\omega}$  ได้มาจากการแก้สมการที่ (2.16) ซึ่งจะได้ค่าเป็นบวก เนื่องจากค่าความชันเป็นบวกจึงทำให้ค่าของโพลและซีโรของฟังก์ชันจุดขั้ว  $LC$  จะมีค่าสลับกัน

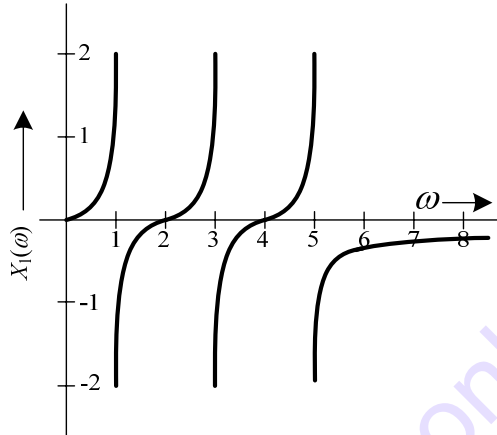
ตัวอย่างที่ 2.3-2 พิจารณาฟังก์ชันจุดขั้ว  $LC$  อิมพีแดนซ์จแสดงคาร์รีแอกคแทนซ์ และ พล็อตกราฟ

$$z_1(s) = \frac{s(s^2 + 4)(s^2 + 16)}{(s^2 + 1)(s^2 + 9)(s^2 + 25)}$$

เขียนในรูปฟังก์ชันรีแอดแตนซ์ได้เป็น

$$x_1(\omega) = \frac{\omega(-\omega^2 + 4)(-\omega^2 + 16)}{(-\omega^2 + 1)(-\omega^2 + 9)(-\omega^2 + 25)}$$

เมื่อนำมาพล็อตจะได้ดังรูปที่ 2.8



รูปที่ 2.8 กราฟแสดงความสัมพันธ์ของฟังก์ชันรีแอดแตนซ์  $X(\omega)$  กับ  $\omega$  ของฟังก์ชันจุดขับ LC

สรุปฟังก์ชันจุดขับ LC จะมีคุณสมบัติคล้ายกับฟังก์ชันจุดขับ RLC แต่มีส่วนที่เพิ่มเติมคือ

- โพล และ ซีโรจะอยู่บนแกน  $j\omega$  และมีค่าสลับกันอย่างง่าย ๆ
- ฟังก์ชันจุดขับจะมี 1 โพลหรือ 1 ซีโรที่ DC
- ฟังก์ชันจุดขับจะมี 1 โพลหรือ 1 ซีโรที่ความถี่  $\infty$
- ฟังก์ชันจะอยู่ในรูปแบบ  $\frac{\text{จำนวนคู่}}{\text{จำนวนคี่}}$  และ  $\frac{\text{จำนวนคี่}}{\text{จำนวนคู่}}$
- ความชัน  $\frac{dx(\omega)}{d\omega}$  จะมีค่าเป็นบวก

## 2.4 คุณสมบัติของฟังก์ชันถ่ายโอน

ฟังก์ชันถ่ายโอน ประกอบขึ้นจากวงจรแพสซีฟ RLC หรือวงจร แอคทีฟ RC จะต้องมีความสัมพันธ์ดังนี้

- ฟังก์ชันจะอยู่ในรูปเศษ และส่วน ในระนาบ  $s$  ด้วยค่าสัมประสิทธิ์จำนวนจริง
- โพลเชิงซ้อน และซีโรจะเป็นลักษณะเชิงซ้อนสังยุค
- ฟังก์ชันจะไม่มีโพลในด้านขวามือของระนาบ  $s$
- โพลบนแกน  $j\omega$  จะสังเกตได้ง่าย
- ซีโรสามารถอยู่ที่ไหนก็ได้ในระนาบ  $s$

## บทที่ 2 การวิเคราะห์ฟังก์ชันโครงข่าย

### 2.5 การพล็อตค่าขนาด (Magnitude) และ เฟส (Phase) ของฟังก์ชันโครงข่าย

ในการวิเคราะห์โครงข่าย ส่วนที่ต้องให้ความสำคัญในการวิเคราะห์ คือ เฟส (Phase) และ ขนาด (Magnitude) เทียบกับความถี่ ซึ่งทำได้โดยการพล็อตเป็นกราฟ โดยฟังก์ชันโครงข่ายสามารถเขียนได้ดังสมการ

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = k \frac{\prod_{i=1}^n (s - z_i)}{\prod_{i=1}^m (s - p_i)} \quad (2.18)$$

โดยที่ค่าของโพลและซีโวลสามารถเป็นได้ทั้งค่าจำนวนจริง หรือ เชิงซ้อนจึงต้องเขียนสมการให้อยู่ในรูปของขนาด  $H(j\omega)$  ในรูปของเดซิเบล (Decibel) ได้เป็น

$$\text{Magnitude} = 20 \log_{10} |H(j\omega)| \quad (2.19)$$

$$= 20 \log_{10} |k| + \sum_{i=1}^n 20 \log_{10} |j\omega - z_i| - \sum_{i=1}^m 20 \log_{10} |j\omega - p_i| \quad (2.20)$$

และ เฟสในรูปขององศา หรือ เรเดียน (Radians) สามารถเขียนได้เป็น

$$\text{Phase} = \tan^{-1} \frac{I_m H(j\omega)}{R_e H(j\omega)} \quad (2.21)$$

$$= \sum_{i=1}^n \tan^{-1} \left( \frac{I_m (j\omega - z_i)}{R_e (j\omega - z_i)} \right) - \sum_{i=1}^m \tan^{-1} \left( \frac{I_m (j\omega - p_i)}{R_e (j\omega - p_i)} \right) \quad (2.22)$$

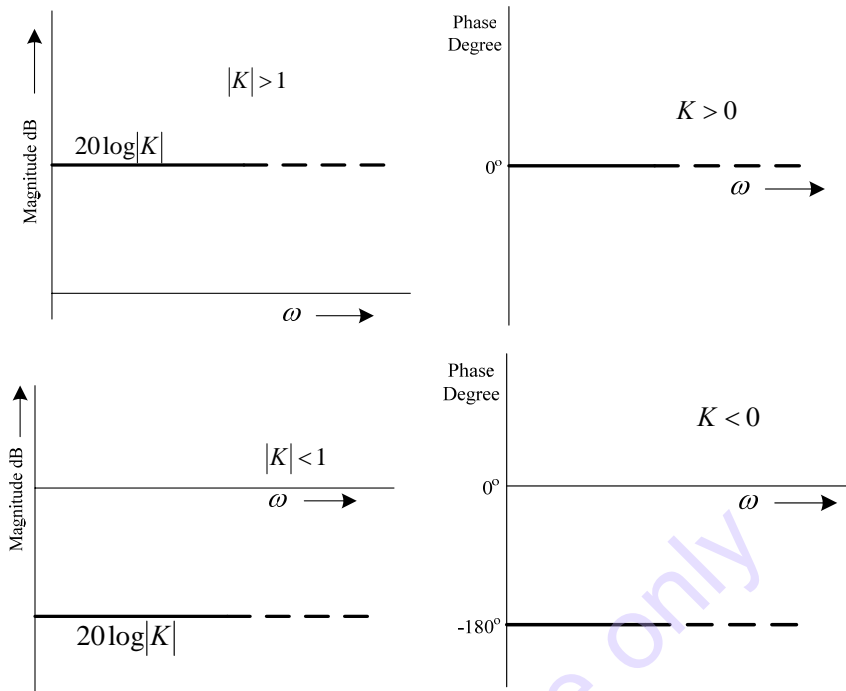
การคำนวณแบบละเอียดอาจจะทำให้เห็นว่าเป็นการยุ่งยาก ซึ่งส่วนมากแล้วจะทำการประมาณการเพื่อนำมาพล็อตกราฟ ซึ่งสามารถใช้ได้เช่นกัน ในการประมาณการพล็อตกราฟในลักษณะของฟังก์ชันขนาด และ เฟสจะเรียกกันว่า “การพล็อต Bode (Bode Plot)” ซึ่งเป็นวิธีการที่ไม่ยุ่งยากมากนักซึ่งจะกล่าวถึงในส่วนท้ายต่อไป

ในตัวประกอบของรูปแบบ  $N(s)$  หรือ  $D(s)$  สามารถแยกเป็น 4 แบบได้ดังนี้

- ก. เป็นค่าคงที่  $k$
- ข. มีตัวประกอบ  $s$  แทนในราก ที่จุดกำเนิด
- ค. ตัวประกอบ  $s + \alpha$  แทนใน รากจริง
- ง. ตัวประกอบ  $s^2 + as + b$  แทนในรากเชิงซ้อนสังยุค

กรณี (ก) เป็นค่าคงที่  $k$

เมื่อฟังก์ชัน Magnitude  $20 \log_{10} |k|$  เป็นบวกสำหรับ  $|k| > 1$  และ เป็นลบสำหรับ  $|k| < 1$  ค่าฟังก์ชันเฟส  $\tan^{-1}(0/k)$  เท่ากับ  $0^\circ$  สำหรับ  $k > 0$  และเท่ากับ  $180^\circ$  สำหรับ  $k < 0$  ดังรูปที่ 2.9



รูปที่ 2.9 ขนาด และ เฟสพล็อตเมื่อ  $N(s)$  หรือ  $D(s)$  เป็นค่าคงที่  $K$

กรณี (ข) เป็นตัวประกอบ  $s$

พิจารณาเมื่อรากที่จุดกำเนิด คือ ค่าขนาด และ เฟส ของโพลที่จุดกำเนิด แทนที่ด้วย  $H(s)$  ทำให้

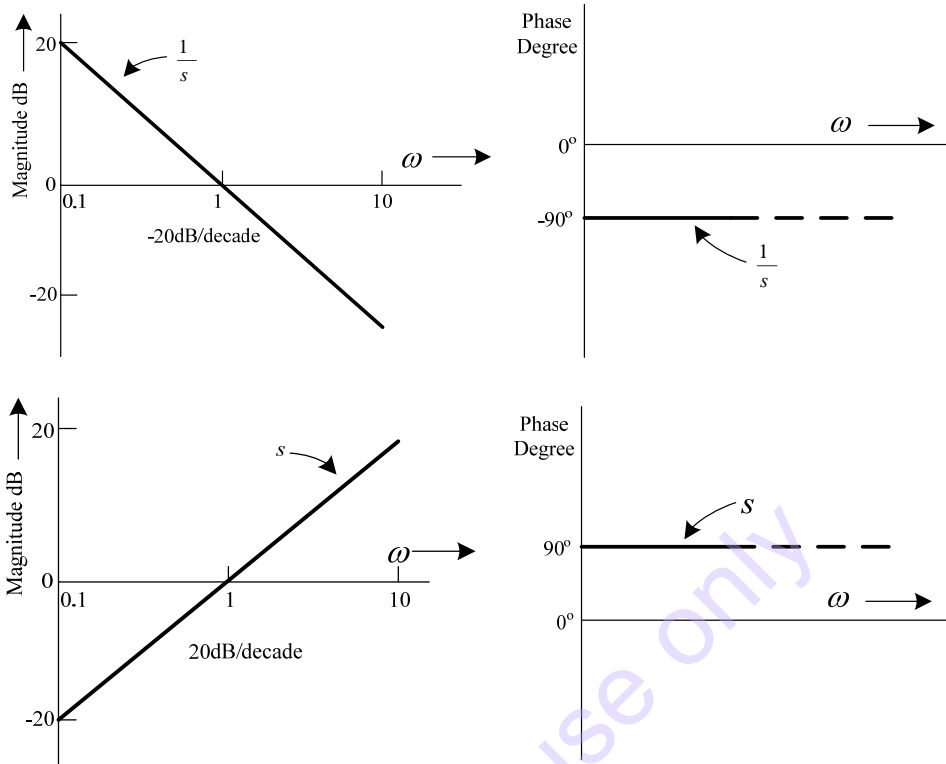
$$\text{Magnitude} = 20 \log_{10} \left| \frac{1}{j\omega} \right| = -20 \log \omega$$

$$\text{Phase} = \tan^{-1}(0) - \tan^{-1} \left( \frac{\omega}{0} \right)$$

$$= -90^\circ$$

จากขนาด และ เฟสที่ได้สามารถนำไปพล็อตได้เป็นดังรูปที่ 2.10 (ก) สังเกตได้ว่าค่า ขนาด จะลดลง 20 dB เมื่อความถี่เพิ่มขึ้น 10 เท่า หรือพูดอีกอย่างหนึ่งคือ ขนาดลดลง 6 dB เมื่อความถี่เพิ่มขึ้น 2 เท่า ซึ่ง ความชันดังกล่าวนี้ คือ  $-20 \text{ dB/decade}$  หรือ เท่ากับ  $-6 \text{ dB/octave}$  นั้นเอง และ ถ้า ขนาด และ เฟสของฟังก์ชัน  $H(s) = s$  แทนด้วยซีโรที่จุดกำเนิดสามารถพล็อตได้ดังรูปที่ 2.10 (ข)

บทที่ 2 การวิเคราะห์ฟังก์ชันโครงข่าย



รูปที่ 2.10 Magnitude และ Phaseพล็อตของ (ก)  $\frac{1}{s}$  และ (ข)  $s$

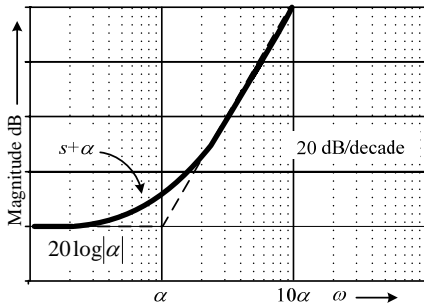
กรณี (ค.1) ตัวประกอบ  $s + \alpha$

ถ้าฟังก์ชัน  $H(s) = s + \alpha$  สามารถนำมาหาค่าขนาด และ เฟสได้โดย

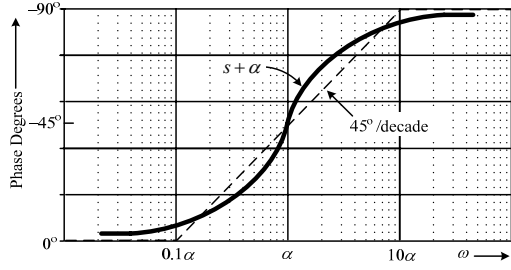
$$Magnitude = 20 \log_{10} |j\omega + \alpha| = 20 \log_{10} (\omega^2 + \alpha^2)^{\frac{1}{2}} \quad (2.23)$$

$$Phase = \tan^{-1} \left( \frac{\omega}{\alpha} \right) \quad (2.24)$$

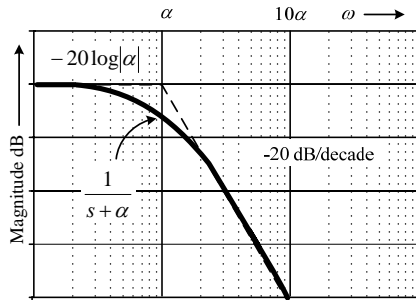
ฟังก์ชันทั้งขนาด และ เฟสสามารถนำมาพล็อตได้ดังรูปที่ 2.11 (ก) และ (ข) ที่ความถี่ต่ำ ( $\omega \ll \alpha$ ) ฟังก์ชัน  $H(s)$  สามารถประมาณด้วยค่าของ  $\alpha$  ซึ่งทำให้อัตราขยายที่ความถี่ต่ำมีค่าประมาณ  $20 \log \alpha$  และ ที่ความถี่สูง ( $\omega \gg \alpha$ ) ค่าอัตราขยายจะสามารถประมาณได้ด้วย  $s$  และ ความชันของ ความถี่สูงจะประมาณ 6dB/octave คือ เส้นประของรูป 2.11 (ก) ส่วนค่าอัตราขยายที่เป็นจริงจะแสดง เป็นเส้นทึบ และทำการประมาณค่า  $s = j\omega = j\alpha$  ณ จุดนี้จะได้จุดต่อของความถี่ต่ำและความถี่สูง ซึ่งด้าน ความจริง (เส้นทึบ) จะห่างจากจุดอัตราขยายเริ่มต้นอยู่ 3.01dB



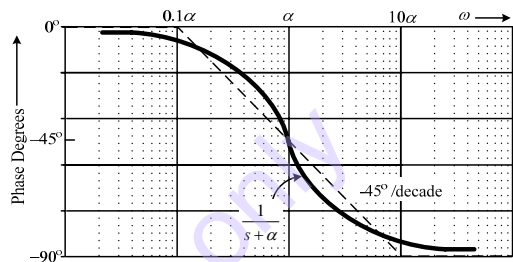
(ก)



(ข)



(ค)



(ง)

รูปที่ 2.11 (ก) พล็อตขนาด (ข) พล็อตเฟสของ  $s + \alpha$

กรณี (ค.2) พล็อตขนาด และ เฟสพล็อตของ  $\frac{1}{s + \alpha}$

จากสมการที่ (2.24) ณ เส้นกราฟแสดงเฟสจากความถี่  $0^\circ$  ไปจนถึงความถี่สูงๆ ที่  $90^\circ$  ที่เป็นจริงจะแสดงไว้ดังรูปที่ 2.11 (ข) เป็นเส้นทึบและเส้นประ เป็นเส้นที่ประมาณค่าซึ่งประมาณ  $45^\circ/\text{decade}$  และปรากฏว่าที่ความถี่  $\omega = \alpha$  เฟสจะเลื่อนไป  $45^\circ$

ส่วนขนาด และ เฟสของกรณีโพลเป็น  $s = -\alpha$  โดยแทนสมการด้วย  $\frac{1}{s + \alpha}$  จะแสดงไว้ดังรูปที่

2.11 (ค) และ (ง) ตามลำดับ

กรณีที่ (ง) ตัวประกอบ แทนในรากเชิงซ้อนสังยุค  $s^2 + as + b$  สมมติโดยค่าเชิงซ้อนสังยุคโพลแทนด้วยสมการ

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + as + b} \quad (2.25)$$

ที่ DC จะได้ค่าขนาดเท่ากับ  $20 \log_{10} \frac{1}{b}$

และ เฟสเท่ากับ  $-\tan^{-1}\left(\frac{0}{b}\right) = 0^\circ$

## บทที่ 2 การวิเคราะห์ฟังก์ชันโครงข่าย

และที่ความถี่สูง ๆ สมการจะมีค่าเข้าใกล้  $\frac{1}{s^2}$  ดังนั้น ขนาดจะลดลงประมาณ -40dB/decade และ เฟสจะมีค่าเท่ากับ  $-180^\circ$

ความถี่ที่จะทำให้เกิดค่าสูงสุดขนาดสามารถหาค่าได้โดยทำการอนุพันธ์  $|H(j\omega)| = 0$

$$\frac{d}{d\omega} \left| \frac{1}{-\omega^2 + aj\omega + b} \right| = \frac{d}{d\omega} \frac{1}{\sqrt{(b-\omega^2)^2 + (a\omega)^2}} = 0$$

$$\frac{2(b-\omega^2)(-2\omega) + 2\omega a^2}{-2[(b-\omega^2)^2 + a^2\omega^2]^{\frac{3}{2}}} = 0$$

พิจารณานัยสำคัญของสมการพบว่า  $2(b-\omega^2)(-2\omega) + 2\omega a^2 = 0$  ดังนั้นค่าความถี่ที่ได้จะมี 2 ค่า คือ

$$\omega_{\max} = \sqrt{b} \sqrt{1 - \frac{a^2}{2b}} \quad \text{เมื่อ} \quad \frac{a^2}{2b} < 1 \quad (2.26 \text{ ก})$$

$$\omega_{\min} = 0 \quad \text{เมื่อ} \quad \frac{a^2}{2b} \geq 1 \quad (2.26 \text{ ข})$$

ถ้า  $\frac{a^2}{2b} \ll 1$  ดังนั้น

$$\omega_{\max} \approx \sqrt{b} \quad (2.27)$$

ความถี่ที่ได้นี้คือความถี่โพล, ( $\omega_p$ ) จะมีค่าเท่ากับ

$$\omega_p = \sqrt{b} \quad (2.28)$$

ที่ความถี่โพลค่าขนาดของสมการที่ (2.25) ในรูปของ dB จะมีค่าเท่ากับ

$$20 \log_{10} \left| \frac{1}{(j\sqrt{b})^2 + aj\sqrt{b} + b} \right| = 20 \log_{10} \left( \frac{1}{a\sqrt{b}} \right) \quad (2.29)$$

$$\text{ส่วนค่าเฟสจะได้เป็น } -\tan^{-1} \left( \frac{a\sqrt{b}}{0} \right) = -90^\circ$$

จากที่วิเคราะห์มาทั้งหมดเราสามารถประมาณค่าแล้วนำมาพล็อตเป็นกราฟได้ดังรูปที่ 2.12 (ก) โดยจะมีช่วงโด่งสูง (High Bump) ที่  $\omega_p$  ซึ่งค่าความแตกต่างของช่วงขึ้นสูงและช่วงแกน DC จะมีค่าเท่ากับ

$$20 \log_{10} \left( \frac{1}{a\sqrt{b}} \right) - 20 \log_{10} \left( \frac{1}{b} \right) = 20 \log_{10} \left( \frac{\sqrt{b}}{a} \right) \quad (2.30)$$

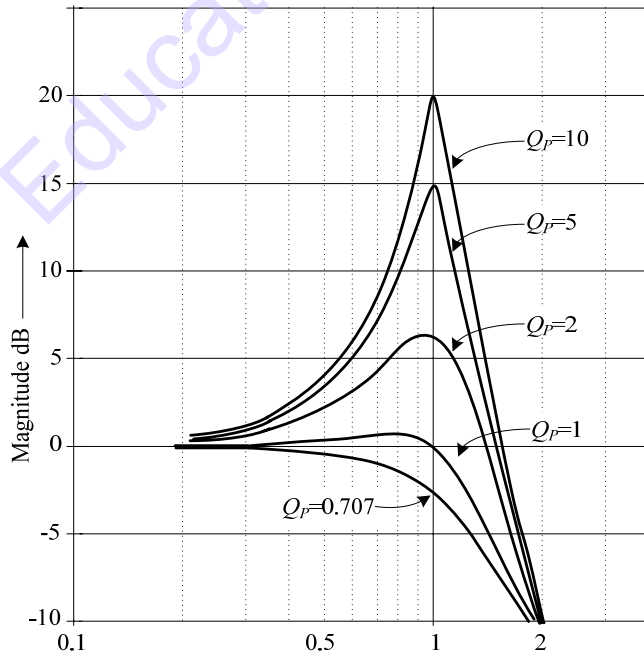
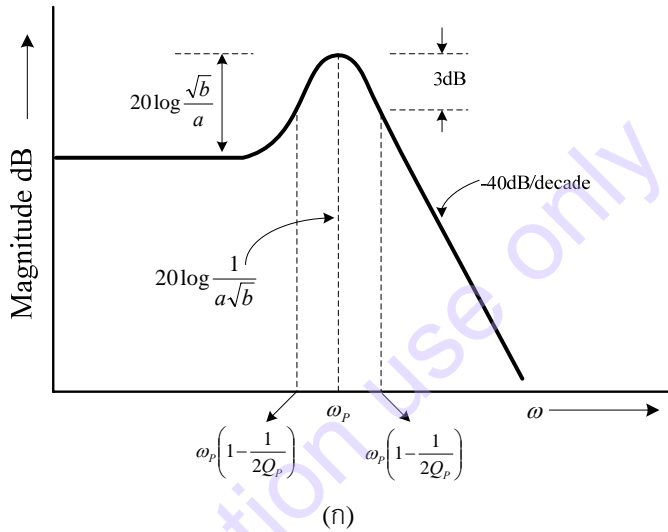
$$\frac{1}{s^2 + as + b} \quad \text{โดยที่} \quad Q_p = \frac{\sqrt{b}}{a} \gg 1$$

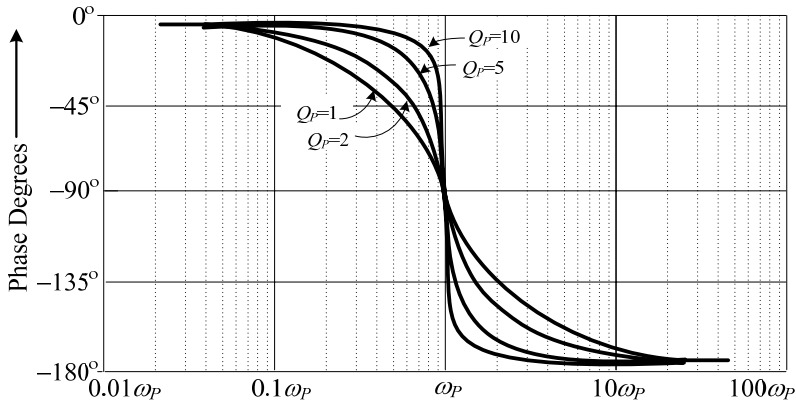
ตัวแปร  $\frac{\sqrt{b}}{a}$  คือ ค่าความสูงของโด่งสูงที่สุด ความถี่โพลโดยใช้ค่าเป็นโพล  $Q$  หรือ  $Q_p$

$$PoleQ = Q_p = \frac{\sqrt{b}}{a} \quad (2.31)$$

จากสมการที่ (2.28) และ (2.31) ฟังก์ชันโครงข่ายที่มีค่าโพลเชิงซ้อน  $s$  โดยแทนอยู่ในรูปของ  $\omega_p$  และ  $Q_p$  จะเป็น

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p}s + \omega_p^2} \quad (2.32)$$





(ค)

รูปที่ 2.12 (ก) การพล็อตกราฟโดยการประมาณค่าจากสมการ (ข) กราฟจากการพล็อตขนาดของ

สมการ  $\frac{1}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p}s + \omega_p^2}$  โดยเปลี่ยนค่า  $Q_p$  เป็นค่าต่าง ๆ (ค) กราฟของเฟสของ

$$s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p}s + \omega_p^2$$

สมการ  $\frac{1}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p}s + \omega_p^2}$  เมื่อเปลี่ยนค่า  $Q_p$  เป็นค่าต่าง ๆ

$$s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p}s + \omega_p^2$$

การพล็อตค่าขนาด และ เฟสของฟังก์ชัน  $\frac{1}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p}s + \omega_p^2}$  โดยเปลี่ยนค่า  $Q_p$  เป็นค่าต่าง ๆ

นั้นแสดงไว้ดังรูปที่ 2.12(ข) และ (ค) ตามลำดับ ซึ่งจะเห็นได้ว่าที่ใกล้ๆ กับค่าความถี่โพลค่าความคมของกราฟจะเปลี่ยนไปตามค่าของ  $Q$  ซึ่งกรณีที่มี  $Q$  มีค่ามากกว่า 5 ค่า นั้นจะทำให้ค่าของขนาดมีค่าสูงสุด และสำหรับ  $Q_p$  ที่มีค่าน้อยกว่า 0.707 ฟังก์ชันจะไม่ทำให้เกิดโด่งสูงของขนาดซึ่งถ้าเราพิจารณาขนาดของสมการที่ (2.32) จะเห็นได้ว่าที่ ความถี่โพลที่มีการเปลี่ยนแปลงดังนี้

$$s = j\omega = j\left(\omega_p \pm \frac{\omega_p}{2Q_p}\right) \quad (2.33)$$

แทนสมการที่ (2.33) ในสมการที่ (2.32) ได้เป็น

$$H(j\omega_1) = \frac{1}{\left(-\omega_p^2 \pm \frac{\omega_p^2}{Q_p} - \frac{\omega_p^2}{4Q_p}\right) + j\frac{\omega_p}{Q_p}\left(\omega_p \pm \frac{\omega_p}{2Q_p}\right) + \omega_p^2}$$

ถ้า  $Q_p \gg 1$  ตัวแปร  $\frac{\omega_p^2}{Q_p}$  สามารถตัดทิ้งไปได้ เพราะมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับ  $\frac{\omega_p^2}{Q_p}$  ดังนั้น

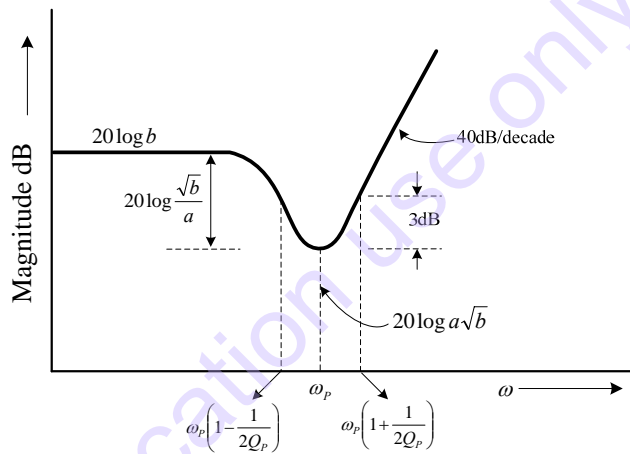
ค่าขนาดในรูปของ dB จะมีค่าเป็น

$$20\log_{10}|H(j\omega_1)| \approx 20\log_{10} \left| \frac{1}{\pm \frac{\omega_p^2}{Q_p} + j \frac{\omega_p^2}{Q_p}} \right| \approx 20\log_{10} \left( \frac{1}{\sqrt{2a\sqrt{b}}} \right) \quad (2.34)$$

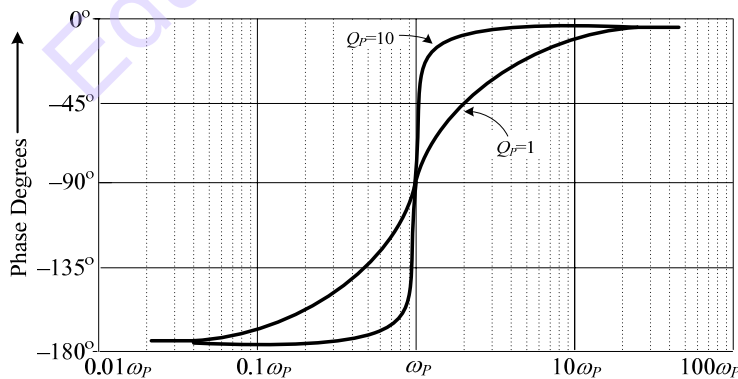
เมื่อเทียบกับสมการที่ (2.29) ค่าขนาดที่ได้จากสมการที่ (2.34) คือ ค่าขนาดที่ต่ำกว่าค่าของขนาดสูงสุด 3 dB ซึ่งค่าของสมการที่ (2.25) และ (2.32) จะเป็นตัวบอกถึงค่า 3dB แบนด์วิดท์ ได้ว่ามีค่าเท่ากับ

$$\text{Bandwidth} = (bw)_p = \frac{\omega_p}{Q_p} = a \quad (2.35)$$

ส่วนการประมาณค่าขนาด และ เฟสของคู่อิ่วเชิงซ้อน นั้นสามารถหาได้โดยวิธีเดียวกันซึ่งแสดงไว้ดังรูปที่ 2.13 (ก) และ (ข)



(ก)



(ข)

รูปที่ 2.13 (ก) การประมาณค่าขนาดสำหรับฟังก์ชัน  $s^2 + as + b$  โดยค่า  $Q_z = \frac{\sqrt{b}}{a} \gg 1$  (ข) เฟส

พล็อตสำหรับ  $s^2 + \frac{\omega_z}{Q_z}s + \omega_z^2$  เมื่อค่า  $Q_z$  เป็นค่าต่าง ๆ

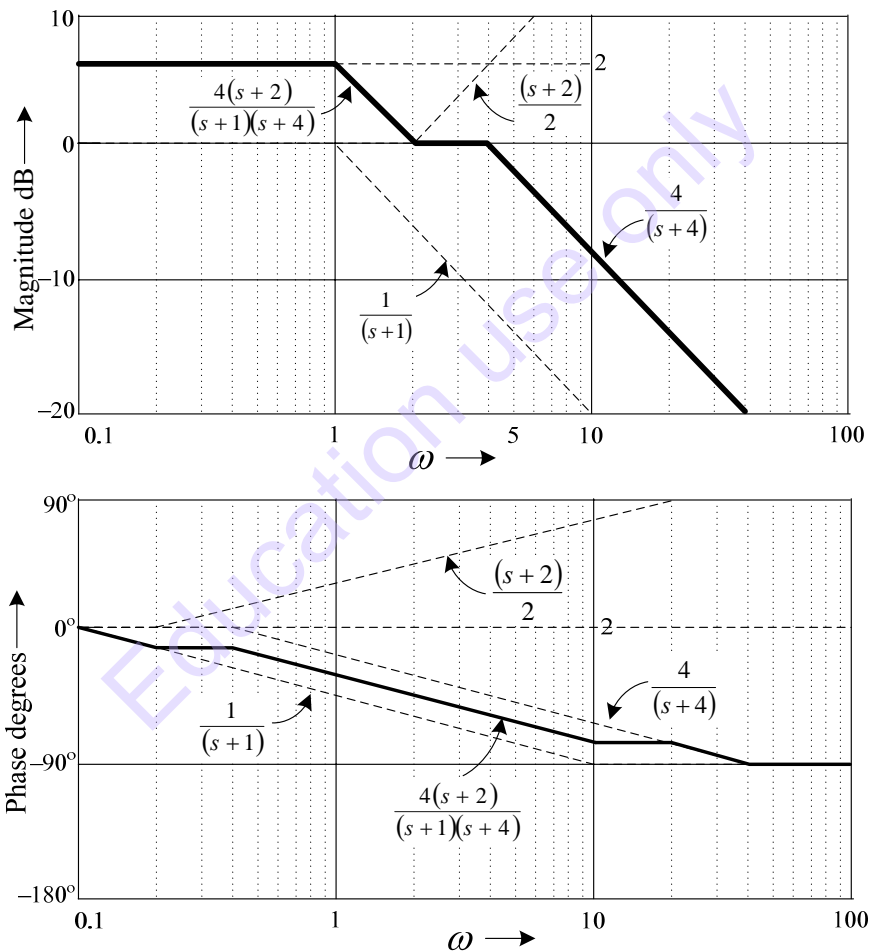
บทที่ 2 การวิเคราะห์ฟังก์ชันโครงข่าย

ตัวอย่างที่ 2.5-1 จงวาด Bode พล็อตขนาด และ เฟสของสมการต่อไปนี้

$$H(s) = \frac{4(s+2)}{(s+1)(s+4)}$$

วิธีทำ จากสมการนี้สามารถเขียนใหม่ได้เป็น  $H(s) = 2 \left( \frac{s+2}{2} \right) \left( \frac{4}{s+4} \right) \left( \frac{1}{s+1} \right)$

สามารถนำแต่ละเทอมมาพล็อตรวมกันดังรูปที่ (2.14) โดยมีการเปลี่ยนแปลงของความถี่



รูปที่ 2.14 รูปการพล็อตขนาด และ เฟสของตัวอย่างที่ 2.5-1

ตัวอย่างที่ 2.5-2 จงคำนวณหาค่าฟังก์ชันจากการพล็อตขนาดดังรูปที่ 2.15

วิธีทำ จากรูปที่ 2.15 มาเปรียบเทียบกับรูปที่ 2.12(ก) ฟังก์ชันควรจะมีค่าเท่ากับ

$$H(s) = \frac{k}{(s^2 + as + b)}$$

จากรูปที่จุดสูงสุดของขนาด ที่  $\omega = 2$  จากสมการที่ (2.27) จะได้ค่า  $b \approx 4$  ค่าคงที่  $k$  สามารถหาค่าได้จากอัตราขยาย DC จากรูปจะมีอัตราขยาย DC เท่ากับ 6 โดย  $\frac{k}{b} = 2$  ดังนั้นที่  $k=8$  และอัตราขยายที่ความถี่โพลจะได้

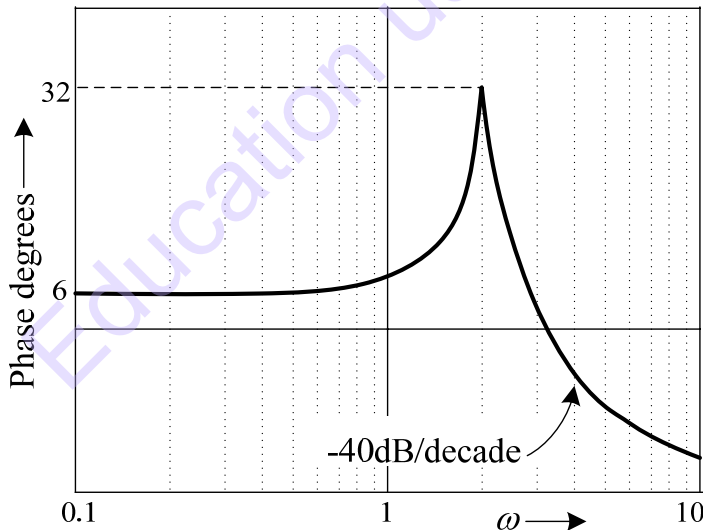
$$20 \log_{10} \left| \frac{k}{a\sqrt{b}} \right| = 32$$

ดังนั้น

$$\frac{k}{a\sqrt{b}} = 39.8$$

ซึ่งค่าสัมประสิทธิ์  $a$  จะมีค่าเท่ากับ 0.1 ดังนั้นฟังก์ชันที่สมบูรณ์จะมีค่าเท่ากับ

$$H(s) = \frac{8}{(s^2 + 0.1s + 4)}$$



รูปที่ 2.15 กราฟของการพล็อตขนาดจากตัวอย่างที่ 2.3

## 2.6 สมการไบควอดเรติก (Biquadratic Equation)

สมการไบควอดเรติกตั้งสมการที่ (2.37) เป็นสมการที่ใช้ในการสังเคราะห์ตัวกรองที่สำคัญ ซึ่งการสังเคราะห์จะกล่าวถึงในบทต่อไป

## บทที่ 2 การวิเคราะห์ฟังก์ชันโครงข่าย

$$H(s) = k \frac{(s + z_1)(s + z_2)}{(s + p_1)(s + p_2)} \quad (2.36)$$

จากสมการที่ (2.37) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$H(s) = k \frac{s^2 + (z_1 + z_2)s + z_1z_2}{s^2 + (p_1 + p_2)s + p_1p_2} \quad (2.37)$$

ค่าโพล และ ซีโรจะอยู่ในรูปของเชิงซ้อน คือ

$$\begin{aligned} Z_1 &= R_e z_1 + jI_m z_1 & Z_2 &= R_e z_1 - jI_m z_1 \\ P_1 &= R_e p_1 + jI_m p_1 & P_2 &= R_e p_1 - jI_m p_1 \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$H(s) = k \frac{s^2 + (2R_e z_1)s + (R_e z_1)^2 + I_m (z_1)^2}{s^2 + (2R_e p_1)s + (R_e p_1)^2 + I_m (p_1)^2} \quad (2.38)$$

จากหัวข้อที่ 2.5 คู่ของโพลสามารถแทนในรูปของ  $\omega_p$  (ค่า ความถี่โพล) และ  $Q_p$  (ค่าโพล  $Q$ ) ซึ่งในกรณีของซีโรก็เช่นเดียวกันจะแทนด้วย  $\omega_z$  และ  $Q_z$  ซึ่งทำให้สมการที่ (2.39) กลายเป็น

$$H(s) = k \frac{s^2 + \frac{\omega_z}{Q_z} s + \omega_z^2}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p} s + \omega_p^2} \quad (2.39)$$

สมการไปควอดเรติกสามารถประมาณค่าของฟังก์ชันได้ดังค่าอัตราขยาย DC (DC Gain) เป็น

$$20 \log_{10} \left| k \frac{\omega_z^2}{\omega_p^2} \right| \quad (2.40)$$

และที่ความถี่สูงค่าอัตราขยายจะเป็น

$$20 \log_{10} |k| \quad (2.41)$$

ในตอนที่แล้วเราสามารถหาค่าของโพลเชิงซ้อนสูงสุด โดยประมาณได้ที่ ความถี่โพล  $\omega_p$  สำหรับสมการไปควอดเรติก ค่าของซีโรจะอยู่ห่างจากค่าของโพล ( $(\omega_z/\omega_p) \gg 1$  หรือ  $(\omega_p/\omega_z) \gg 1$ ) ซึ่งทำให้ค่าสูงสุดของโพลเชิงซ้อน จะไม่มีผลกระทบกับค่าซีโรเชิงซ้อน ซึ่งจากสมการที่ (2.39) และสมการที่ (2.40) ค่าความถี่โพลจะมีความสัมพันธ์กับที่ตั้งของโพลคือ

$$\omega_p = \sqrt{(R_e p_1)^2 + (I_m p_1)^2} \quad (2.42)$$

ด้วยหลักการเดียวกัน สมการไบควอดเรติกก็จะมีค่าสูงสุด ซึ่งสามารถที่จะประมาณได้โดยให้ค่าเศษเป็นค่าต่ำสุด ซึ่งจะมีค่าเป็น

$$s = j\omega \approx j\omega_z \quad \text{สำหรับ } Q_z \gg 1$$

ดังนั้นค่าความถี่ซีโร ( $\omega_z$ ) จะมีความสัมพันธ์กับที่ตั้งของซีโรคือ

$$\omega_z = \sqrt{(R_e z_1)^2 + (I_m z_1)^2} \quad (2.43)$$

ค่าโพล  $Q$  เป็นค่าที่บอกถึงความคมของช่วงโด่งสูงที่  $\omega_p$  สามารถหาได้จากสมการที่ (2.39) และสมการที่ (2.40) ได้เป็น

$$Q_p = \frac{\omega_p}{(bw)_p} = \frac{\sqrt{(R_e p_1)^2 + (I_m p_1)^2}}{2R_e p_1} \quad (2.44)$$

และค่าซีโร  $Q$  จะได้เป็น

$$Q_z = \frac{\omega_z}{(bw)_z} = \frac{\sqrt{(R_e z_1)^2 + (I_m z_1)^2}}{2R_e z_1} \quad (2.45)$$

หมายเหตุ โดยทั่วไปแล้วบ่อยครั้งมากที่ค่าซีโรบนแกน  $j\omega$  จะมีค่า  $Q_z = \infty$

โดยสรุป

- ค่าสูงสุดจะเกิดขึ้นโดยประมาณที่จุด  $\omega_p$
- ค่าต่ำสุดจะเกิดขึ้นโดยประมาณที่จุด  $\omega_z$
- $Q_p$  เป็นค่าความคมของค่าสูงสุด
- $Q_z$  เป็นค่าความคมของค่าต่ำสุด
- ที่ DC ค่าขนาดมีค่าเท่ากับ  $20 \log_{10} \left| k \frac{\omega_z^2}{\omega_p^2} \right|$
- ที่ค่าความถี่สูงมากค่าขนาดมีค่าเท่ากับ  $20 \log_{10} |k|$

ค่าประมาณทั้งหมดนี้จะมีค่าเที่ยงตรงขึ้น เมื่อค่า  $Q$  ของโพล และ ซีโรมีค่าเพิ่มขึ้น

## บทที่ 2 การวิเคราะห์ฟังก์ชันโครงข่าย

ตัวอย่างที่ 2.6-1 จงประมาณการพล็อตกราฟความสัมพันธ์ของอัตราขยาย และ ความถี่สำหรับฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดัน ดังนี้

$$T(s) = 10 \frac{s^2 + 16}{s^2 + 2s + 100}$$

วิธีทำ จากสมการที่ (2.39)  $k = 10$ ,  $\omega_z = 4$ ,  $Q_z = \alpha$ ,  $\omega_p = 10$ ,  $Q_p = 5$  ค่า DC อัตราขยายเท่ากับ

$$20 \log_{10} \left[ 10 \left( \frac{16}{100} \right) \right] = 4.08 \text{ dB}$$

ค่าอัตราขยายที่ ความถี่โพล,  $\omega = 10$  เท่ากับ

$$20 \log_{10} \left| 10 \left( \frac{-100 + 16}{j20} \right) \right| = 32.46 \text{ dB}$$

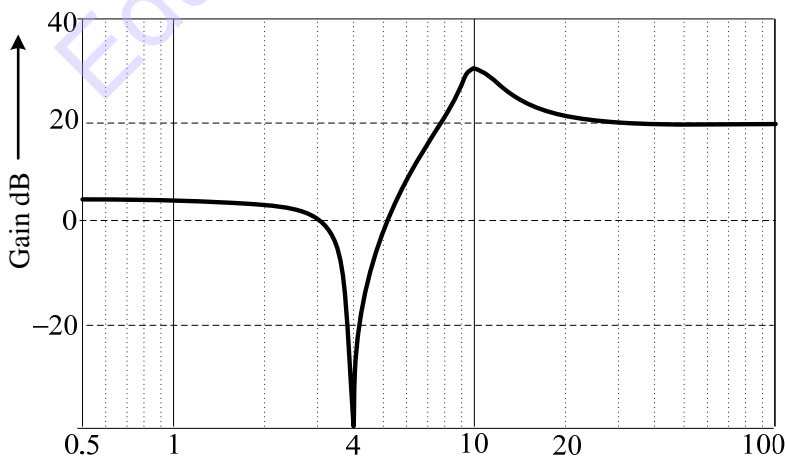
ค่าอัตราขยายที่ความถี่ซีโร่เท่ากับ

$$20 \log_{10}(0) = -\infty \text{ dB}$$

ค่าอัตราขยายที่ความถี่สูงมากจะมีค่าเท่ากับ

$$20 \log_{10}(10) = 20 \text{ dB}$$

จากการคำนวณเมื่อนำมาพล็อตเป็นกราฟจะได้ดังรูปที่ 2.16



รูปที่ 2.16 กราฟอัตราขยายเทียบกับ ความถี่ในตัวอย่างที่ 2.6-1

แบบฝึกหัดท้ายบท

2.1 จงวาดโพล-ซีโรในระนาบ  $s$  จากฟังก์ชันดังต่อไปนี้

2.1.1  $\frac{s^2 + 2s + 5}{s^2 + 4s + 5}$

2.1.2  $\frac{5s(s+1)}{(s+1-3j)(s+1+3j)}$

2.1.3  $\frac{s(s^2 + 1)}{(s^2 + 2)}$

2.2 จงตรวจสอบฟังก์ชันดังต่อไปนี้ว่ามีความเสถียรหรือไม่ และ ถ้าฟังก์ชันมีความเสถียรแล้ว จงให้เหตุผลด้วยว่าฟังก์ชันดังกล่าวจะมีคุณลักษณะเป็นฟังก์ชันจุดขั้ว หรือฟังก์ชันถ่ายโอน

2.2.1  $\frac{(s+1)}{(s-1)}$

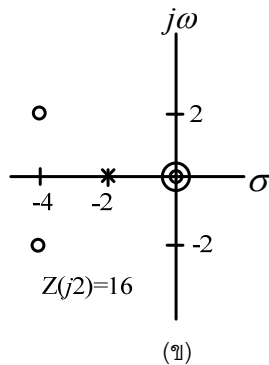
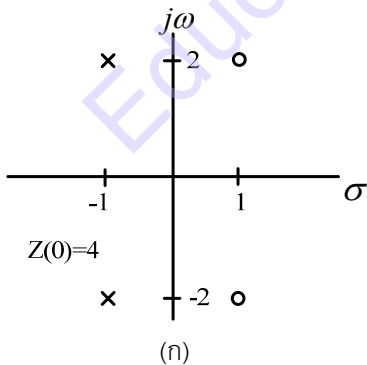
2.2.2  $\frac{(s-1)}{(s+1)}$

2.2.3  $\frac{(s+2)^2}{(s+1)(s+3)}$

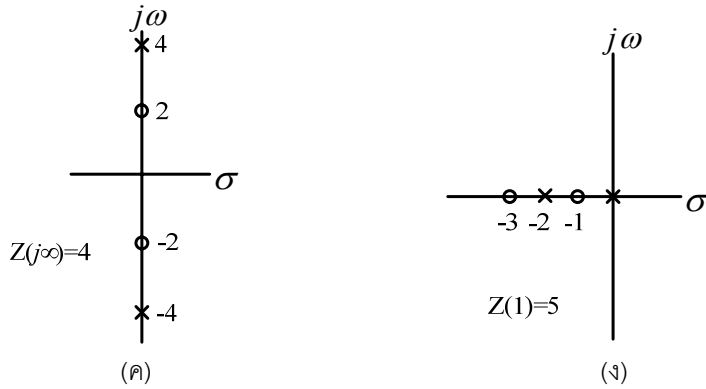
2.2.4  $\frac{1}{s^2 + 2s + 4}$

2.2.5  $\frac{s^2 - s + 1}{s^2 + s + 1}$

2.3 จงหาค่าฟังก์ชันจุดขั้วของแต่ละรูปแบบของโพล-ซีโรดังรูป



บทที่ 2 การวิเคราะห์ฟังก์ชันโครงข่าย



รูปที่ 2.17

2.4 จงวาดค่าอิมพีแดนซ์  $Z(\sigma)$  เทียบกับค่า  $\sigma$  จากฟังก์ชัน RC อิมพีแดนซ์ต่อไปนี้

2.4.1 
$$4 \frac{(s+2)(s+6)}{(s+1)(s+4)}$$

2.4.2 
$$\frac{s+1}{s(s+2)}$$

2.5 จงวาดค่ารีแอกแตนซ์ฟังก์ชันจากฟังก์ชัน LC อิมพีแดนซ์ต่อไปนี้

2.5.1 
$$\frac{s(s^2+4)}{(s^2+1)(s^2+9)}$$

2.5.2 
$$\frac{(s^2+1)(s^2+4)}{s(s^2+2)}$$

2.6 ในฟังก์ชันจตุรขั้ว RC มีโพลที่  $\sigma = -1$  และ  $\sigma = -4$  และมีซีโรอยู่ที่  $\sigma = -2$  และ  $\sigma = -\sigma_0$  มีอิมพีแดนซ์ที่ความถี่อนันต์เข้าหา  $2\Omega$  จงหาค่า  $\sigma_0$

2.7 ในฟังก์ชันจตุรขั้ว LC มีอิมพีแดนซ์เป็นอนันต์ที่ความถี่ 1000Hz และ 4000Hz มีค่าอิมพีแดนซ์เป็นศูนย์ที่ความถี่ 2500Hz มีอิมพีแดนซ์เท่ากับ  $1k\Omega$  ที่ความถี่ 500Hz จงหาฟังก์ชัน

2.8 จงวาด Bode พล็อตของขนาดและ เฟสของฟังก์ชันต่อไปนี้

2.8.1 
$$\frac{4}{s+4}$$

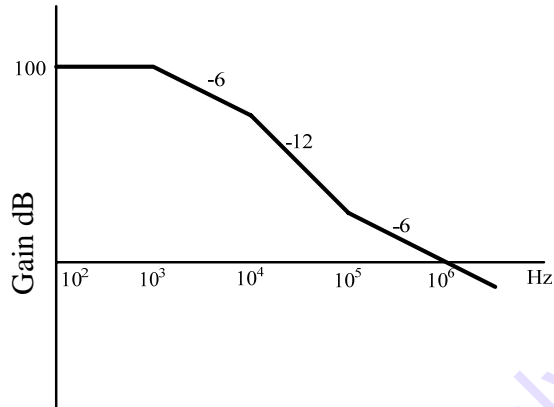
2.8.2 
$$\frac{s}{s+2}$$

2.8.3 
$$\frac{0.7s(s+5.5)}{(s+8.7)}$$

2.8.4 
$$\frac{2(s+5)(s+20)}{(s+2)(s+12)}$$

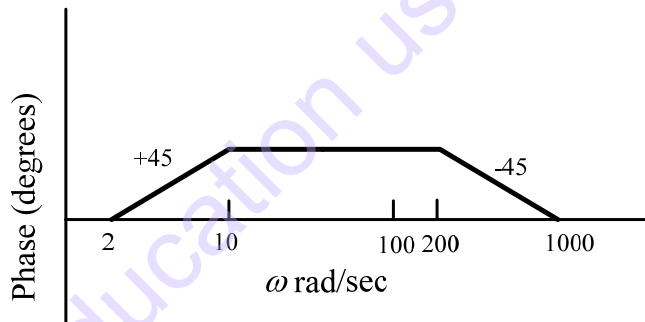
2.8.5  $\frac{s^2}{(s+4)(s+8)}$

2.9 จงหาฟังก์ชันอัตราขยายแรงดันระนาบ  $s$  ของออปแอมป์ จาก Bode การพล็อตขนาดดังรูป



รูปที่ 2.18

2.10 จงหาอิมพีแดนซ์ฟังก์ชันจาก Bode ของเฟสพล็อตโดยที่ ฟังก์ชันขนาดที่ DC เท่ากับ 6 dB



รูปที่ 2.19

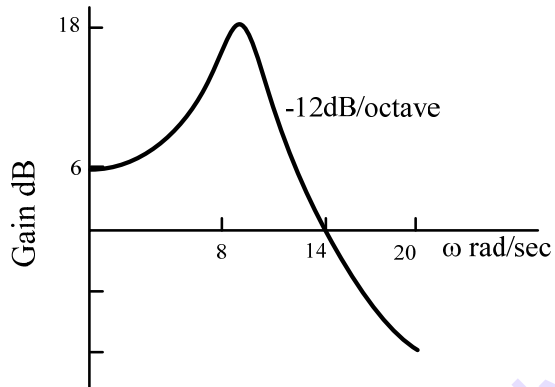
2.11 จงวาด Bode พล็อตของฟังก์ชันขนาดที่มีรากเชิงซ้อนดังต่อไปนี้

- 2.11.1  $\frac{50}{s^2 + s + 25}$  (low-pass)
- 2.11.2  $\frac{10s}{s^2 + 10s + 100}$  (band-pass)
- 2.11.3  $\frac{10s^2}{s^2 + 2s + 36}$  (high-pass)
- 2.11.4  $4 \frac{s^2 + 25}{s^2 + 2.5s + 100}$  (high-pass notch)
- 2.11.5  $4 \frac{s^2 + s + 100}{s^2 + 2.5s + 100}$  (gain equalizer)

## บทที่ 2 การวิเคราะห์ฟังก์ชันโครงข่าย

2.11.6  $\frac{s^2 - 2.5s + 25}{s^2 + 2.5s + 25}$  (all-pass)

2.12 จงประมาณหาฟังก์ชันไมควอดเรติกจากกราฟการพล็อตขนาดดังรูป



รูปที่ 2.20

Education use only

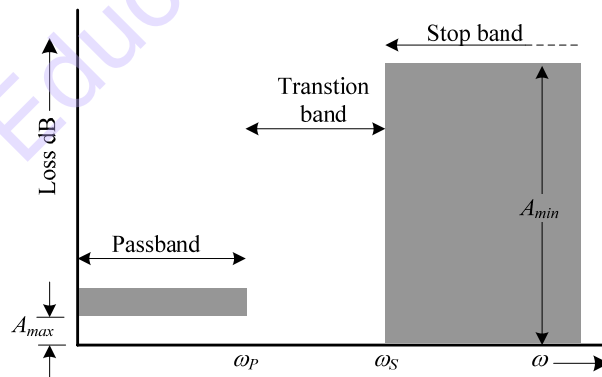
# 3

## หลักการของตัวกรองสัญญาณ

ตัวกรองสัญญาณ (Filter) ใช้สำหรับปรับรูปร่างของสเปกตรัม (Spectrum) ความถี่ของสัญญาณทางไฟฟ้า ซึ่งเป็นส่วนที่สำคัญมากของระบบโทรคมนาคมและระบบควบคุมต่าง ๆ ตัวกรองสามารถแบ่งตามหน้าที่ของมันได้เช่น ตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน (Low-pass filter: LPF), ตัวกรองความถี่สูงผ่าน (High-pass filter: HPF), ตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่าน (Band-pass filter: BPF), ตัวกรองความถี่ที่ไม่ต้องการออก (Band-Reject filter: BRF) ตัวปรับแต่งอัตราขยาย (Gain Equalizer) และตัวปรับแต่งการหน่วงเวลา (Delay Equalizer)

### 3.1 ตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน (Low-Pass Filter: LPF)

ฟังก์ชันพื้นฐานของตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน จะยอมให้ความถี่ต่ำผ่านได้โดยมีค่าการสูญเสีย (Loss) ต่ำมาก แต่ที่ความถี่สูงนั้นจะเป็นตัวลดทอนสัญญาณ (Attenuator) คุณสมบัติทั่วไปของตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน แสดงไว้ที่รูปที่ 3.1 ตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน จะทำหน้าที่ผ่านสัญญาณตั้งแต่นาน DC ไปจนถึงจุดความถี่ตัด (Cut-Off) ( $\omega_p$ ) โดยมีการลดทอนเท่ากับ  $A_{max}$  (dB) ซึ่งเราเรียกว่าแถบความถี่ผ่าน (Pass Band) และ เมื่อความถี่สูงกว่า  $\omega_s$  จะมีการลดทอนเท่ากับ  $A_{min}$  (dB) ย่านความถี่จาก  $\omega_s$  ไปจนถึงความถี่อนันต์ จะเรียกว่าแถบความถี่หยุด (Stop Band) และ  $\omega_s$  จะเรียกว่าขอบความถี่หยุด ช่วงความถี่ระหว่าง  $\omega_p$  ไปจนถึง  $\omega_s$  จะเรียกว่าแถบเปลี่ยนผ่านความถี่ (Transition Band)

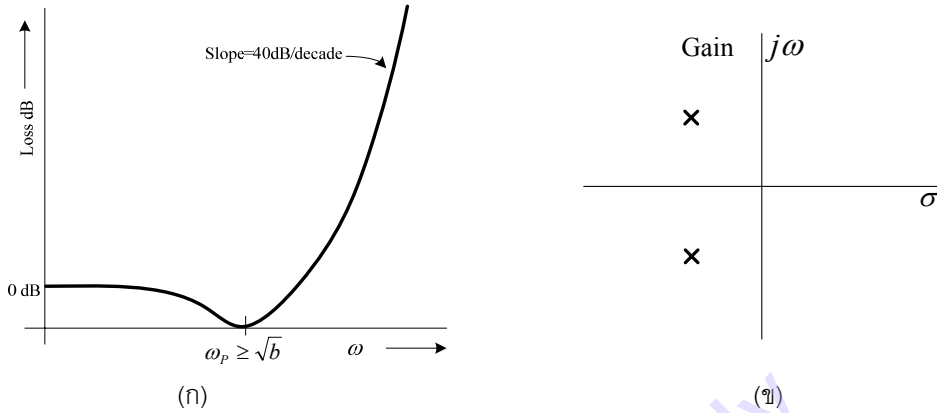


รูปที่ 3.1 คุณสมบัติของตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน (LPF)

$$Gain = \frac{V_o}{V_{in}} = \frac{b}{s^2 + as + b} = \frac{\omega_p^2}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p}s + \omega_p^2} \quad (3.1)$$

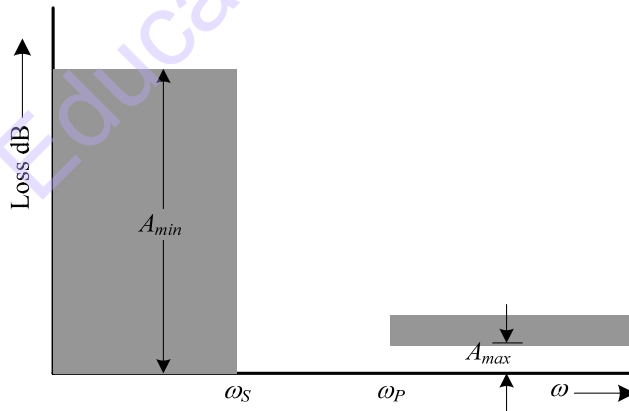
และเมื่อเขียนในรูปของสมการ Loss จะกลายเป็น

$$Loss = \frac{V_{in}}{V_o} = \frac{s^2 + as + b}{b} \quad (3.2)$$



รูปที่ 3.2 ตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน อันดับสอง  
(ก) คุณสมบัติการสูญเสีย (ข) ตำแหน่งโพล ซีโร ของฟังก์ชัน

จากสมการที่ (3.2) สามารถเขียนเป็นกราฟได้ดังรูปที่ 3.2(ก) โดยเมื่อความถี่ต่ำ การสูญเสียจะมีค่าประมาณ 1 หรือเท่ากับ (0 dB) และ เมื่อความถี่สูง การสูญเสียจะเพิ่มขึ้นจนมีค่าประมาณ  $s^2$  ซึ่งมีค่าเท่ากับ 40 dB/decade ในกรณีตัวกรองความถี่ต่ำผ่านอันดับสอง จะมีค่าโพลเชิงซ้อน ดังรูปที่ 3.26 ดังที่เคยกล่าวไว้ในหัวข้อ 2.5 เมื่อค่าโพล  $Q$  มีค่าสูงจะเกิดการโด่งสูงที่แถบความถี่ผ่านที่ความถี่โพล ( $\omega_p$ ) และ ค่าความคมของการโด่งสูงขึ้นอยู่กับค่าของ  $Q$



รูปที่ 3.3 คุณสมบัติของตัวกรองความถี่สูงผ่าน

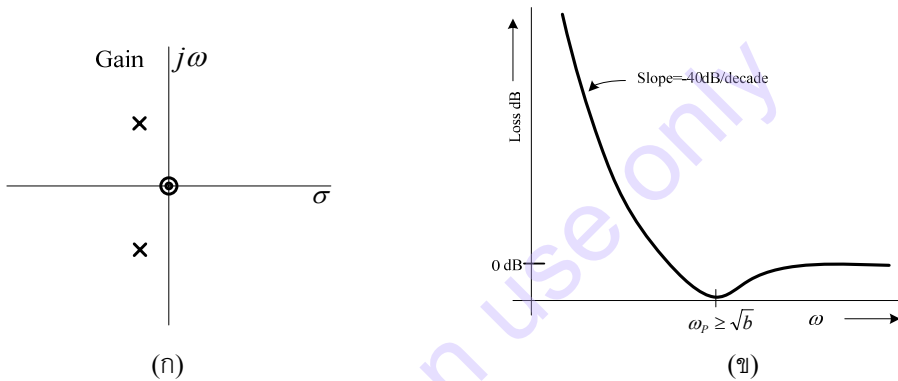
### 3.2 ตัวกรองความถี่สูงผ่าน (High-Pass Filter: HPF)

ตัวกรองความถี่สูงผ่าน (HPF) จะยอมให้ความถี่ที่มีค่าสูงกว่าค่าความถี่ตัด (Cut-off Frequency) ผ่านได้ คุณสมบัติของตัวกรองความถี่สูงผ่าน แสดงไว้ดังรูปที่ 3.3 แถบความถี่ผ่านจะเริ่ม

จาก  $\omega_p$  ไปจนถึง  $\infty$  และ แถบความถี่ที่ตัดจะเริ่มตั้งแต่ความถี่ DC ไปจนถึง  $\omega_s$  ซึ่งมีลักษณะกลับกันกับตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน สมการในรูปของตัวกรองความถี่สูงผ่านอันดับสองจะเป็นดังนี้

$$\frac{V_o}{V_{in}} = \frac{s^2}{s^2 + as + b} = \frac{s^2}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p}s + \omega_p^2} \quad (3.3)$$

จากสมการที่ (3.3) สามารถทราบได้ว่าจะมีโพลเป็นเชิงซ้อนสังยุค อยู่ด้านซ้ายของระนาบ  $s$  และมีซีโรซ้อนทับที่จุดกำเนิด ดังรูปที่ 3.4 (ก) และ จากการพล็อตค่าฟังก์ชันลดทอนดังรูปที่ 3.4 (ข) จะเห็นได้ว่าเมื่อค่าความถี่สูง ค่าลดทอน จะเข้าใกล้ 1 และเมื่อความถี่ต่ำ ค่าลดทอนจะเพิ่มขึ้นด้วยอัตรา 40 dB/decade



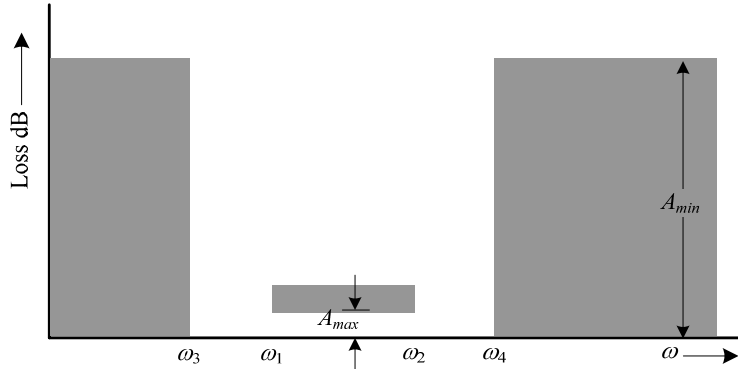
รูปที่ 3.4 ตัวกรองความถี่สูงผ่านอันดับสอง (ก) ตำแหน่งโพล-ซีโร (ข) คุณสมบัติการสูญเสีย

### 3.3 ตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่าน (Band Pass Filter: BPF)

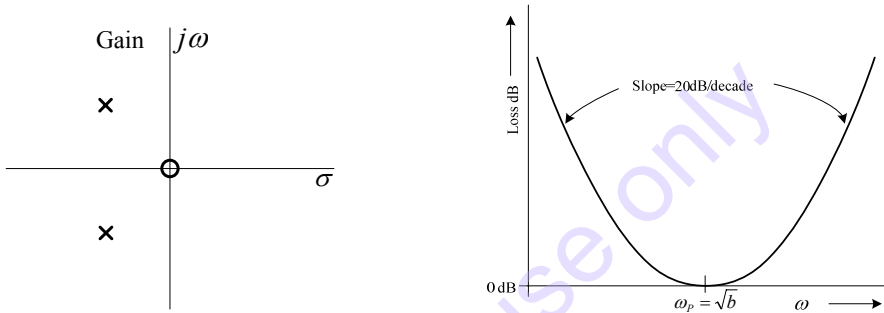
ตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่าน (BPF) เป็นตัวกรองที่มีคุณสมบัติ คือ ที่แถบความถี่ผ่าน (Pass-Band) จะมีค่าการสูญเสียต่ำมาก ๆ และ ขณะเดียวกันที่ย่านความถี่ข้างเคียงทั้งสองด้าน จะมีลักษณะเป็นการไม่ให้ความถี่ผ่านดังรูปที่ 3.5 โดยแถบความถี่ผ่านจาก  $\omega_1$  ไปจนถึง  $\omega_2$  จะมีค่าการลดทอนเท่ากับ  $A_{\max}$  (dB) ซึ่งจะมีอยู่สองค่า คือ ค่าความถี่ DC ไปจนถึง  $\omega_3$  และ  $\omega_4$  ไปจนถึง  $\infty$  จะมีค่าการลดทอนเท่ากับ  $A_{\min}$  (dB) โดยสมการการส่งผ่านของตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่านอันดับสองมีค่าเท่ากับ

$$\frac{V_o}{V_{in}} = \frac{as}{s^2 + as + b} = \frac{\frac{\omega_p}{Q_p}s}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p}s + \omega_p^2} \quad (3.4)$$

จากสมการที่ (3.4) จะมีค่าโพลเชิงซ้อน ด้านซ้ายมือของระนาบ  $s$  และ ซีโร อยู่ที่จุดกำเนิด ดังรูปที่ 3.6(ก) ที่ความถี่ต่ำและความถี่สูง ส่วนในค่าการสูญเสียจะเพิ่มขึ้นเท่ากับ  $s$  หรือเท่ากับ 20 dB/decade และ ที่ความถี่โพล  $\omega_p = \sqrt{b}$  จะมีค่า การสูญเสียเท่ากับ 1 โดยแสดงได้ดังรูปที่ 3.6(ข)



รูปที่ 3.5 คุณสมบัติของตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่าน



รูปที่ 3.6 ตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่าน อันดับสอง (ก) ตำแหน่งโพล-ซีโร (ข) คุณสมบัติการสูญเสีย

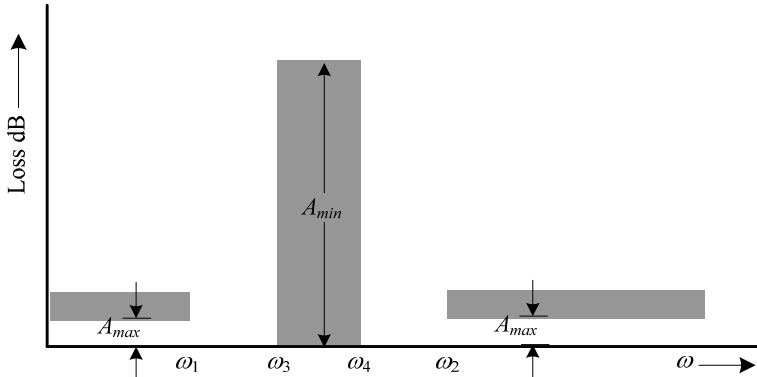
### 3.4 ตัวกรองความถี่ที่ไม่ต้องการออก (Band-Reject Filter: BRF or BSF)

ตัวกรองความถี่ที่ไม่ต้องการออก (BRF) ใช้สำหรับกรองสัญญาณแถบความถี่ที่ไม่ต้องการออกไป โดยมีคุณสมบัติดังรูปที่ 3.7 โดยแถบความถี่หยุดจะอยู่ที่  $\omega_3$  ถึง  $\omega_4$  โดยที่แถบความถี่ผ่าน จะอยู่ต่ำกว่า  $\omega_1$  และ มากกว่า  $\omega_2$

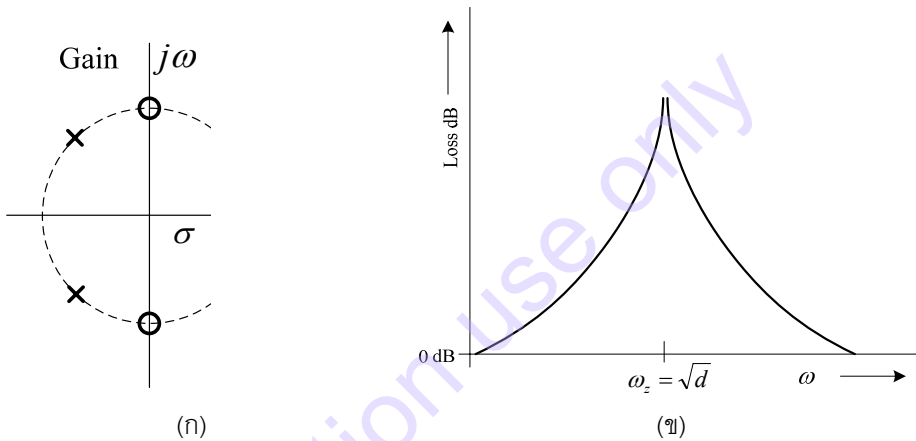
สมการการส่งผ่านของตัวกรองความถี่ที่ไม่ต้องการออก สามารถเขียนได้เป็น

$$\frac{V_o}{V_{in}} = \frac{s^2 + d}{s^2 + as + b} = \frac{s^2 + \omega_z^2}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p}s + \omega_p^2} \quad (3.5)$$

โดยที่  $\omega_z = \omega_p$  สมการที่ (3.5) จะมีโพลเชิงซ้อนคู่ อยู่ด้านซ้ายของ ระนาบ  $s$  และมีซีโรเชิงซ้อน อยู่บนแกน  $j\omega$  ด้วยเหตุนี้ค่า ความถี่โพล ก็จะทำกับค่าความถี่ซีโรด้วยดังรูปที่ 3.8(ก) ค่าการสูญเสียของตัวกรองที่ความถี่ต่ำ และ สูงจะมีค่าประมาณ 1 และ การสูญเสียที่ความถี่ซีโร ( $s = j\omega_z$ ) จะมีค่าเป็น  $\infty$  ดังรูปที่ 3.8(ข)



รูปที่ 3.7 คุณสมบัติของตัวกรองความถี่ที่ไม่ต้องการออก

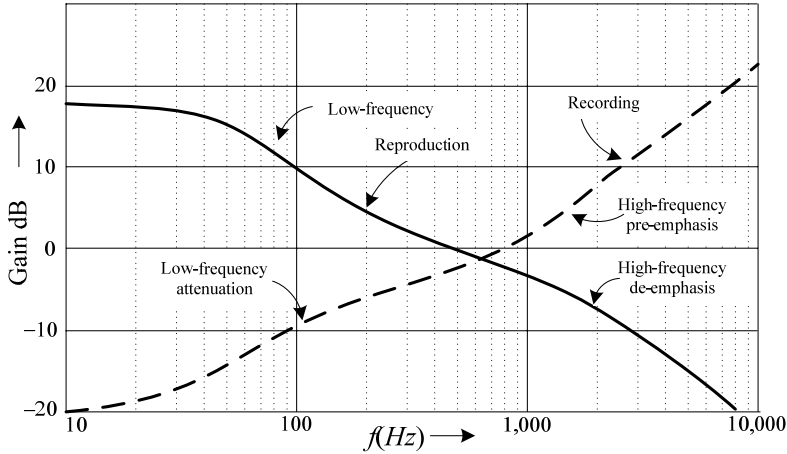


รูปที่ 3.8 ตัวกรองความถี่ที่ไม่ต้องการออก อันดับสอง (ก) ตำแหน่งโพล-ซีโร (ข) คุณสมบัติการสูญเสีย

### 3.5 ตัวปรับแต่งอัตราขยาย (Gain Equalizers)

ตัวปรับแต่งอัตราขยายเป็นอุปกรณ์ที่ใช้สำหรับปรับรูปร่างของการพล็อต Bode ในรูป ขนาด หรือ เป็นการปรับสเปกตรัมของความถี่นั่นเอง ซึ่งจะต้องมีการเพิ่ม หรือ ลดแอมพลิจูด ในแถบความถี่ที่ต้องการ ซึ่งในกรณีนี้จะแตกต่างจากตัวกรองสัญญาณที่ผ่านมาแล้ว เพราะคุณสมบัติที่ได้นั้นไม่ใช่คุณสมบัติของตัวกรองใดๆ เลย

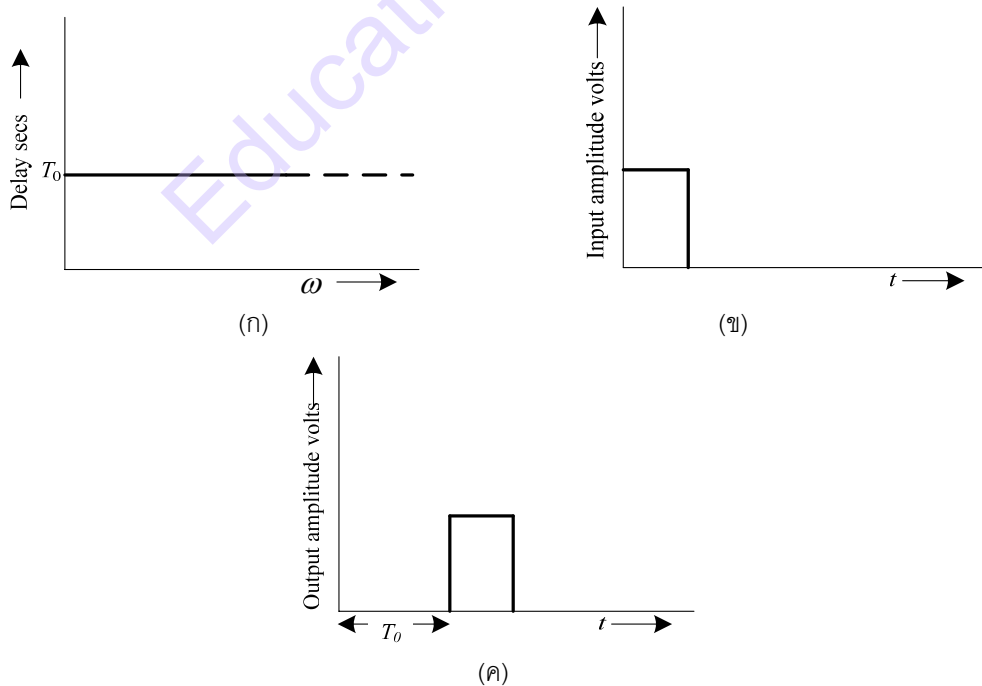
การประยุกต์ใช้งานตัวปรับแต่งอัตราขยายทั่วไป มักจะพบอยู่ในภาคอัดเสียง และ ภาคบันทึกเสียงแบบหัวเข็ม เมื่อความถี่สูงจะมีสัญญาณรบกวนเข้ามาในการอัดเสียงได้ง่าย เนื่องจากสัญญาณอินพุทจะมีค่าต่ำ ทางหนึ่งที่สามารถแก้ปัญหานี้ได้คือ เพิ่มแรงดันอินพุทให้สูงขึ้น เมื่อความถี่สูงดังรูปที่ 3.9 ซึ่งเรียกวิธีนี้ว่า “Pre-Emphasis” อีกปัญหาหนึ่งคือในกรณีบันทึกเสียงแบบหัวเข็ม ซึ่งในกรณีระดับเสียงปกติ ในย่านความถี่ต่ำระดับสัญญาณจะถูกกดลงทำให้เสียงไม่เหมือนเดิม เมื่อต้องการเล่นกลับเราก็จะต้องมีการ De-Emphasis ที่ย่านความถี่สูง และ จะถูกขยายที่ย่านความถี่ต่ำ ดังรูปที่ 3.9 ด้วยแนวเส้นสร้างขึ้นมาใหม่ (Reproduction) ซึ่งเสียงที่เล่นกลับออกมาจะเหมือนกับเสียงจริงทุกประการ



รูปที่ 3.9 Gain Equalizer Curve ของภาคบันทึกเสียงและเล่นกลับ

### 3.6 ตัวปรับแต่งการหน่วงเวลา (Delay Equalizer)

ที่ผ่านมาเราได้พูดถึงเรื่องคุณสมบัติของอัตรายาย หรือ การสูญเสียของตัวกรองแต่ไม่ได้พูดถึงเรื่องคุณสมบัติของเฟส เนื่องจากมนุษย์จะมีการตอบสนองที่ไม่ดีสำหรับการเปลี่ยนแปลงของเฟส และ เนื่องจากการส่งสัญญาณเสียง เราจะไม่ต้องการกังวลเรื่องของเฟส แต่กลับกันถ้าเป็นการส่งสัญญาณแบบดิจิทัลค่าของเฟส และ ค่าของการหน่วงเวลา จะมีความสำคัญมากไม่สามารถละเลยได้ เราจะต้องใช้ตัวปรับแต่งการหน่วงเวลา เพื่อปรับชดเชยค่าการหน่วงเวลาที่ผิดเพี้ยนไปจากการส่งในระบบด้วย



รูปที่ 3.10 (ก) คุณสมบัติของตัวปรับแต่งการหน่วงเวลา (ข) พัลส์อินพุต (ค) พัลส์เอาต์พุต

คุณสมบัติของการหน่วงเวลาในอุดมคติจะมีค่าคงที่ในทุกๆ ความถี่ ดังรูปที่ 3.10 เมื่อส่งสัญญาณพัลส์ผ่านเข้าไปในอุปกรณ์ที่มีการหน่วงเวลาเป็นอุดมคติ สัญญาณที่ได้ออกมาจะมีค่าการหน่วงเวลาบนแกน  $\omega$  ด้วย  $T_0$  วินาที ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการคณิตศาสตร์ได้เป็น

$$V_0(t) = V_{IN}(t - T_0)$$

ทำการแปลงลาปลาซ

$$V_0(s) = V_{IN}(s)e^{-sT_0}$$

สมการเกณฑ์ค่าเป็น

$$H(s) = \frac{V_0(s)}{V_{IN}(s)} = e^{-sT_0} \quad (3.6)$$

โดยที่  $s=j\omega$  ดังนั้น

$$H(j\omega) = e^{-j\omega T_0} \quad (3.7)$$

ดังนั้นค่าแอมพลิจูด และ เฟสของสมการที่ (3.7) คือ

$$\text{Amplitude } (H(j\omega)) = |H(j\omega)| = 1 \quad (3.8)$$

$$\text{Phase}(H(j\omega)) = \arg H(j\omega) = -\omega T_0 \quad (3.9)$$

คุณสมบัติของการหน่วงเวลาอุดมคติ จะมีแอมพลิจูดคงที่ และ มีเฟสเป็นสมการเชิงเส้น เมื่อสังเกตดูที่การหน่วงเวลา ( $T_0$ ) นั้น เราสามารถหาได้จากการทำงานอนุพันธ์สมการของเฟสเทียบกับ  $\omega$  ดังนี้

$$\text{Delay} = \frac{d}{d\omega} (-\phi(\omega)) \quad (3.10)$$

โดยที่  $\phi(\omega)$  คือ เฟสของสมการอัตราขยาย และ ถ้าสมการอัตราขยายมีค่าเป็นดังนี้

$$T(s) = \prod_{i=1}^N \frac{m_i s^2 + c_i s + d_i}{n_i s^2 + a_i s + b_i} \quad (3.11)$$

จากสมการเฟสที่ (2.22) ในบทที่ 2 สามารถเขียนได้เป็น

$$\phi(\omega) = \sum_{i=1}^N \left[ \tan^{-1} \frac{c_i \omega}{d_i - m_i \omega^2} - \tan^{-1} \frac{a_i \omega}{b_i - n_i \omega^2} \right] \quad (3.12)$$

### บทที่ 3 หลักการของตัวกรองสัญญาณ

เมื่อเราการอนุพันธ์สมการที่ (3.12) จะได้ค่าการหน่วงเวลาเป็น

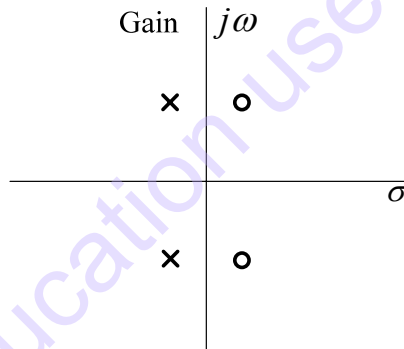
$$D = \frac{d}{d\omega}(-\phi(\omega)) = \sum_{i=1}^N \left[ -\frac{c_i (d_i + m_i \omega^2)}{(d_i - m_i \omega^2)^2 + c_i^2 \omega^2} + \frac{a_i (b_i + n_i \omega^2)}{(b_i - n_i \omega^2)^2 + a_i^2 \omega^2} \right] \quad (3.13)$$

สมการของการหน่วงเวลาอันดับสองมีค่าเท่ากับ

$$\frac{V_O}{V_{IN}} = \frac{s^2 - as + b}{s^2 + as + b} \quad (3.14)$$

ค่าของโพลเชิงซ้อน และ ซีโรคู่ ของสมการที่ (3.14) จะมีค่าสมมาตรกัน ดังรูปที่ 3.11 จะมีค่าเท่ากับ

$$20 \log_{10} \left| \frac{s^2 - as + b}{s^2 + as + b} \right|_{s=j\omega} = \frac{10 \log_{10} [(b - \omega^2)^2 + (-a\omega)^2]}{-10 \log_{10} [(b - \omega^2)^2 + (a\omega)^2]} = 0 \text{ (dB)}$$

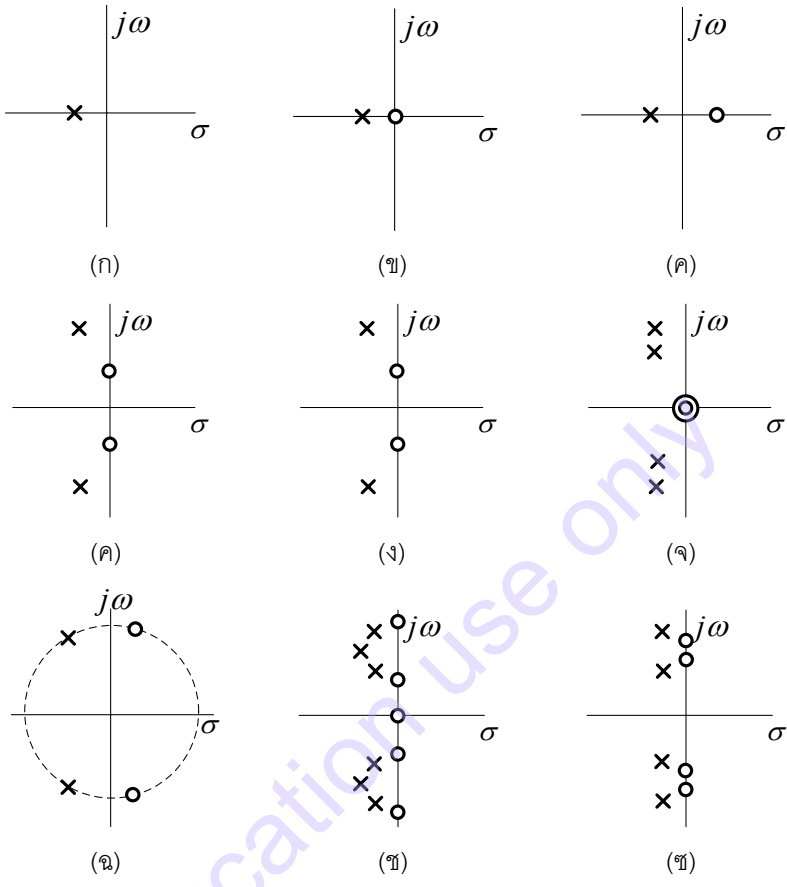


รูปที่ 3.11 ตำแหน่งโพล-ซีโรของตัวหน่วงเวลาอันดับสอง

จากสมการที่ (3.14) สามารถกล่าวได้ว่า ระบบจะให้อัตราขยายเป็น 0dB ตลอดช่วงความถี่ แต่จะมีเฟสเปลี่ยนไปตามสมการที่ (3.12) ซึ่งเราอาจเรียก Delay Equalizer ได้อีกชื่อหนึ่งว่า ตัวกรองผ่านทุกความถี่ (All-pass Filter)

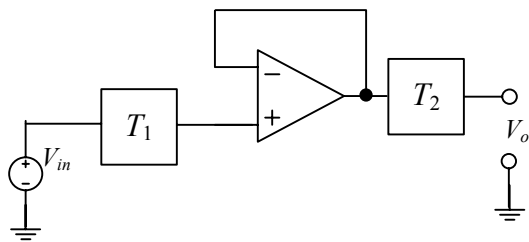
แบบฝึกหัดท้ายบท

3.1 จากตำแหน่งของโพล-ซีโร ดังรูป จงระบุชนิดของตัวกรอง



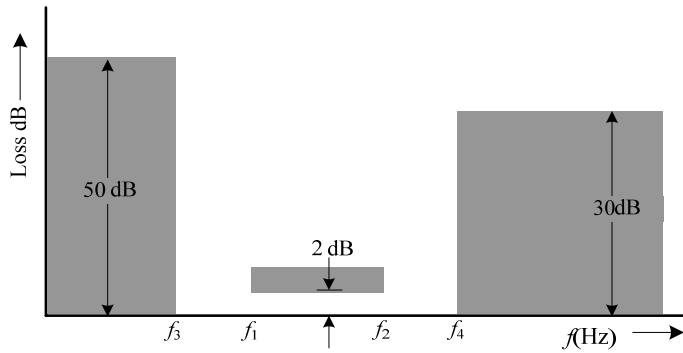
รูปที่ 3.12

3.2 จากรูปที่ 3.13 (ก) ฟังก์ชันถ่ายโอนเท่ากับ  $T_1$  และ  $T_2$  โดยรวมมีฟังก์ชันถ่ายโอนรวมเท่ากับ  $T_1 T_2$  โดยใช้คุณสมบัติดังรูปที่ 3.13 (ข) เมื่อต้องการออกแบบโดยใช้  $T_1$  เป็นตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน และ  $T_2$  เป็นตัวกรองความถี่สูงผ่าน



(ก)

บทที่ 3 หลักการของตัวกรองสัญญาณ



(ข)

รูปที่ 3.13

3.3 จงหาค่าหน่วยเวลาที่ความถี่  $\omega = 0$ ,  $\omega = 1$  และ  $\omega = 5 \text{ rad/sec}$  จากฟังก์ชันต่อไปนี้

(ก)  $\frac{3}{s+1}$

(ข)  $\frac{1}{s+1} \frac{s+2}{s+4}$

(ค)  $\frac{s^2 - 3s + 9}{s^2 + 3s + 9}$

(ง)  $\frac{s^2 + s}{s^2 + s + 16}$

Education use only

# 4 การสังเคราะห์โครงข่ายแพสซีฟ

ในบทนี้จะกล่าวถึงหัวข้อแรกในการออกแบบตัวกรองความถี่ นั่นคือการสังเคราะห์ตัวกรองแบบแพสซีฟ ซึ่งจะเห็นว่าหัวข้อนี้น่าสนใจ และมีประโยชน์ อธิบายด้วยกระบวนการทางคณิตศาสตร์สามารถใช้ประโยชน์ได้ เช่น นำไปประยุกต์ใช้โดยตรงกับตัวกรองแบบแอกทีฟชนิดต่างๆ ซึ่งจะได้เห็นในบทต่อไป อย่างไรก็ตามมีบทความที่เกี่ยวข้องกับเรื่องการสังเคราะห์ตัวกรองแบบแพสซีฟต่างๆ มากมาย ดังนั้นในที่นี้จะเลือกมาเฉพาะบางส่วน โดยจะกล่าวถึงหลักการพื้นฐาน และ พิสูจน์ให้สั้นที่สุด โดยให้ความสำคัญกับสมบัติต่างๆ และ ผลลัพธ์ที่นำไปประยุกต์ใช้ได้เป็นอย่างดี

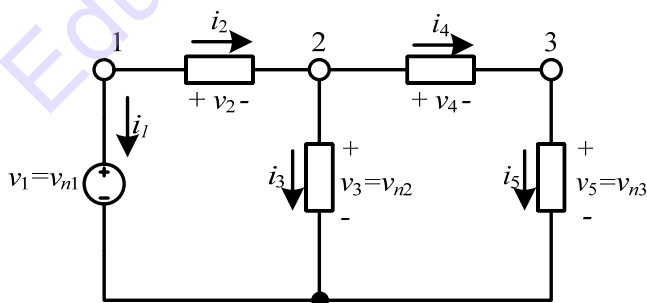
## 4.1 ฟังก์ชันพลังงานของวงจรที่ใช้ขดลวดเหนี่ยวนำและตัวเก็บประจุ

ในบทนี้เราจะพัฒนาสมบัติทั่วไปของฟังก์ชันจุดขับ (Driving-point Function) ของโครงข่าย LC

### 4.1.1 เมตริกซ์ของเหตุการณ์ (Incidence Matrix)

ในส่วนนี้ เราจะวิเคราะห์วงจรที่ประกอบด้วยอุปกรณ์ 2 ขา เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างแรงดันและกระแส สมมติให้วงจรเป็นดังรูป 4.1 โดยที่  $v_k$  คือแรงดันกึ่ง และ  $i_k$  ( $k=1, 2, 3$ ) คือกระแสกึ่ง และ ให้  $v_{nk}$  ( $k=1, 2, 3, 4, 5$ ) เป็นแรงดันโหนด สมการเคอร์ชอฟจะเป็นดังนี้

$$\begin{aligned}i_1 + i_2 &= 0 \\-i_2 + i_3 + i_4 &= 0 \\-i_4 + i_5 &= 0\end{aligned}\tag{4.1}$$



รูปที่ 4.1 วงจรสำหรับสร้างเมตริกซ์

เขียนในรูปของเมตริกซ์ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

ในกรณีทั่วไป สมการจะถูกเขียนในรูปของเมตริกซ์เป็น

$$\mathbf{A}\mathbf{i}(t) = \mathbf{0} \quad (4.3)$$

ซึ่ง  $\mathbf{A}$  คือ เมตริกซ์เหตุการณ์,  $\mathbf{i}(t)$  คือเวกเตอร์ของกระแสกิ่ง และ  $\mathbf{0}$  คือเวกเตอร์ว่างเปล่า สมาชิก  $a_{kj}$  ของเมตริกซ์  $\mathbf{A}$  คือ

$$a_{kj} = \begin{cases} +1 & ; \text{ ถ้าทิศของ } i_j \text{ พุ่งออกจากโหนด } k \\ -1 & ; \text{ ถ้าทิศของ } i_j \text{ พุ่งเข้าหาโหนด } k \\ 0 & ; \text{ ถ้า } i_j \text{ ไม่ได้ผ่านโหนด } k \end{cases}$$

เมตริกซ์เหตุการณ์สามารถใช้เพื่ออธิบายความสัมพันธ์ระหว่างแรงดันกิ่ง และ แรงดันโหนดได้  
ดังนี้

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{n1} \\ v_{n2} \\ v_{n3} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

สังเกตได้ว่าเมตริกซ์ในสมการนี้ คือ ทรานสโพสของเมตริกซ์เหตุการณ์ ดังนั้นรูปทั่วไปของสมการจะเขียนได้เป็น

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{A}^t \mathbf{v}_n(t) \quad (4.5)$$

ซึ่ง  $\mathbf{v}(t)$  คือ เวกเตอร์ของแรงดันกิ่งและ  $\mathbf{v}_n(t)$  คือ เวกเตอร์ของแรงดันโหนด จากสมการที่ (4.3) และ (4.5) จะเขียนได้เป็น

$$\mathbf{v}^t(t)\mathbf{i}(t) = [\mathbf{A}^t \mathbf{v}_n(t)]^t \mathbf{i}(t) = \mathbf{v}_n^t(t)\mathbf{A}\mathbf{i}(t) = \mathbf{v}_n^t(t)\mathbf{0} = 0 \quad (4.6)$$

เทอมซ้ายสุดของสมการ (4.6) คือผลคูณของแถวและหลักในเมตริกซ์ดังนั้น จึงลดรูปได้เป็น

$$\mathbf{v}^t(t)\mathbf{i}(t) = \sum_{k=1}^b v_k(t)i_k(t) = 0 \quad (4.7)$$

โดยที่  $b$  คือจำนวนของกิ่ง มันเป็นผลลัพธ์ที่รู้จักกันดี ซึ่งกล่าวได้ว่า ผลรวมของกำลังไฟฟ้าทุกกิ่งจะเป็นศูนย์ ในช่วงเวลาใดเวลาหนึ่ง

#### 4.1.2 การประยุกต์ใช้กับการแปลงลาปลาซ

การพิสูจน์ก่อนหน้านี้นี้สามารถต่อยอดเพื่อให้ได้ผลลัพธ์ที่สำคัญกับการศึกษาฟังก์ชันจุดขับเมื่อนำสมการที่ (4.3) มาแปลงลาปลาซ จะได้

$$\mathbf{AI}(s) = 0 \quad (4.8)$$

ซึ่ง  $\mathbf{I}(s)$  คือ เวกเตอร์ของกระแสกิ่งที่ถูกแปลงลาปลาซแล้ว ซึ่งสมาชิกก็คือกระแสกิ่งที่ถูกแปลงลาปลาซแล้ว  $I_k(s)$  ทำการเชิงซ้อนสังยุคทั้งสองข้างของสมการ จะได้

$$\mathbf{AI}^*(s) = 0 \quad (4.9)$$

เช่นเดียวกัน ผลการแปลงลาปลาซของสมการ (4.5) คือ

$$\mathbf{V}(s) = \mathbf{A}'\mathbf{V}_n(s) \quad (4.10)$$

โดยที่  $\mathbf{V}(s)$  และ  $\mathbf{V}_n(s)$  คือ เวกเตอร์ของแรงดันกิ่งและแรงดันโหนดที่ถูกแปลงลาปลาซแล้ว จากสมการ (4.9) และ (4.10) เราจะทำแบบเดียวกันนี้กับสมการ (4.6) จะได้

$$\mathbf{V}'(s)\mathbf{I}^*(s) = [\mathbf{A}'\mathbf{V}_n(s)]'\mathbf{I}^*(s) = \mathbf{V}_n'(s)\mathbf{AI}^*(s) = \mathbf{V}_n'(s)\mathbf{0} = 0 \quad (4.11)$$

ปรับรูปให้คล้ายกับสมการที่ (4.7) จะได้

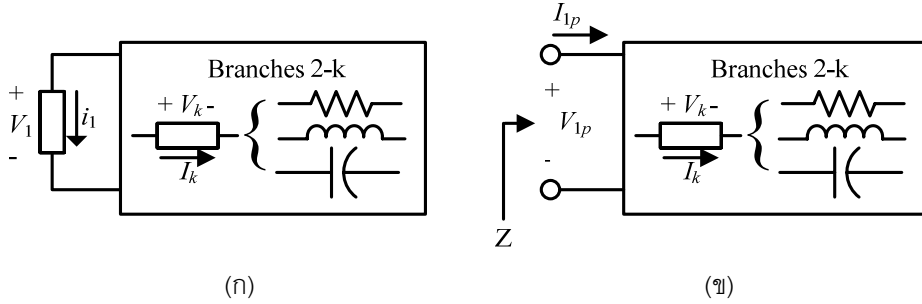
$$\mathbf{V}'(s)\mathbf{I}^*(s) = \sum_{k=1}^b V_k(s)I_k^*(s) = 0 \quad (4.12)$$

ซึ่งโหนดที่คู่อยู่กับกิ่งที่ 1 กำหนดให้เป็นอินพุตสำหรับวงจร  $RLC$  ทั่วไปตามรูปที่ 4.2(ก) จากสมการ (4.12) จะได้

$$-V_1(s)I_1^*(s) = \sum_{k=2}^b V_k(s)I_k^*(s) \quad (4.13)$$

หารด้วย  $|I_1(s)|^2 = I_1(s)I_1^*(s)$  ทั้งสองข้างของสมการจะได้

$$\frac{V_1}{-I_1} = \frac{1}{|I_1(s)|^2} \sum_{k=2}^b V_k(s)I_k^*(s) \quad (4.14)$$



รูปที่ 4.2 วงจรพอร์ตเดียว

เมื่อใช้การอิงทิศทางของพอร์ตตามวิธีดั้งเดิม (กระแสเข้าวางจรมีทิศเป็นบวก) ดังรูปที่ 4.2 (ข) อินพุทอิมพีแดนซ์  $Z(s)$  ซึ่งประกอบด้วยกิ่งที่ 2 จนถึงกิ่งที่  $b$  ถูกนิยามว่าเป็นอัตราส่วนของแรงดัน และ กระแสในกิ่งที่ 1 ที่ติดลบ ดังนั้น

$$Z(s) = \frac{V_{1p}(s)}{I_{1p}(s)} = \frac{V_1(s)}{-I_1(s)} = \frac{1}{|I_1(s)|^2} \sum_{k=2}^b V_k(s) I_k^*(s) \quad (4.15)$$

โดยที่  $V_{1p}(s)$  และ  $I_{1p}(s)$  คือ ตัวแปรแรงดันและกระแสที่พอร์ต

#### 4.1.3 ฟังก์ชันของพลังงาน

พิจารณาพจน์ที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรในกิ่งต่าง ๆ กันในโครงข่าย สำหรับกรณีกิ่งนั้นเป็น ขดลวดเหนี่ยวนำหรือตัวเก็บประจุ ซึ่งเรามีสมการคือ

$$V_k(s) = sL_k I_k(s) \quad \text{และ} \quad V_k(s) = \frac{1}{sC_k} I_k(s) \quad (4.16)$$

ในกรณีนี้ ผลคูณของ  $V_k(s) I_k^*(s)$  จะเป็น

$$V_k(s) I_k^*(s) = sL_k |I_k(s)|^2 \quad \text{และ} \quad V_k(s) I_k^*(s) = \frac{1}{sC_k} |I_k(s)|^2 \quad (4.17)$$

ถ้าเราใช้  $\sum_L$  และ  $\sum_C$  เพื่อแสดงเฉพาะผลรวมของกิ่งที่มีขดลวดเหนี่ยวนำหรือตัวเก็บประจุตามลำดับ พจน์ทั่วไปของอินพุทอิมพีแดนซ์  $Z(s)$  ในสมการที่ (15) จะเขียนได้ดังนี้

$$Z(s) = \frac{1}{|I_1(s)|^2} \left[ s \sum_L L_k |I_k(s)|^2 + \frac{1}{s} \sum_C \frac{1}{C_k} |I_k(s)|^2 \right] \quad (4.18)$$

แต่ละเทอมของผลรวมในวงเล็บเป็นจำนวนจริงไม่ติดลบ เราจะนิยาม 2 ส่วนนี้โดยเรียกว่า ฟังก์ชันของพลังงาน:

$$T_0(s) = \sum_L L_k |I_k(s)|^2 \geq 0 \quad V_0(s) = \sum_C \frac{1}{C_k} |I_k(s)|^2 \geq 0 \quad (4.19)$$

ดังนั้นรูปทั่วไปของอิมพีแดนซ์จุดขับของวงจร LC จึงมักจะอยู่ในรูป

$$Z(s) = \frac{V_{1p}(s)}{I_{1p}(s)} = \frac{1}{|I_1(s)|^2} \left[ sT_0(s) + \frac{1}{s}V_0(s) \right] \quad (4.20)$$

เช่นเดียวกับข้างบน เราจะได้

$$Y(s) = \frac{I_{1p}(s)}{V_{1p}(s)} = \frac{1}{|V_1(s)|^2} \left[ s^*T_0(s) + \frac{1}{s^*}V_0(s) \right] \quad (4.21)$$

ตัวอย่าง 4.1-1 (ฟังก์ชันพลังงาน) กำหนดวงจรดังรูปที่ 4.3 ซึ่งวงจรนี้

$$V_0(s) = 2|I_2(s)|^2 \quad T_0(s) = 3|I_3(s)|^2$$

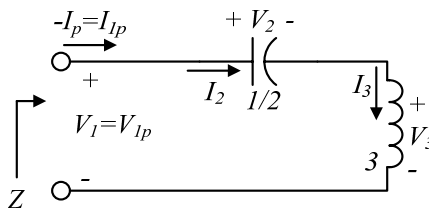
จากการตรวจดู เราพบว่า

$$-I_1(s) = I_{1p}(s) = I_2(s) = I_3(s) = \frac{sV_1}{2+3s^2}$$

ดังนั้น จาก (4.20) จะได้

$$Z(s) = \left| \frac{2+3s^2}{sV_1} \right|^2 \left[ \left| \frac{2}{s} \frac{sV_1}{2+3s^2} \right|^2 + 3 \left| \frac{sV_1}{2+3s^2} \right|^2 \right] = \frac{2+3s^2}{s}$$

รูปสมการของ  $Z(s)$  ใน (4.20) เป็นเพียงการวิเคราะห์วงจรแบบง่ายๆ เท่านั้น ซึ่งการใช้เทคนิคการวิเคราะห์แบบโหนด หรือ เมช (Mesh) แบบธรรมดาจะทำได้ง่ายกว่า สมการ (4.20) เป็นสมการที่สำคัญ เราสามารถที่จะพัฒนาสมบัติทั่วไปสู่การประยุกต์ใช้กับฟังก์ชันจุดขับของวงจร LC ใดๆ ซึ่งจะถูกทำในหัวข้อต่อไป



รูปที่ 4.3 ตัวอย่าง วงจร LC

## บทที่ 4 การสังเคราะห์โครงข่ายแพสซีฟ

### 4.2 คุณสมบัติของฟังก์ชันจุดขับของวงจร LC

#### 4.2.1 ตำแหน่งของโพลและซีโร

ในหัวข้อก่อนหน้านี้ เราได้แสดงให้เห็นว่า อิมพีแดนซ์จุดขับของวงจร LC สามารถอยู่ในเทอมของฟังก์ชันพลังงาน 2 เทอมคือ  $T_0(s)$  และ  $V_0(s)$  ได้อย่างไร ซึ่งมันมักจะเป็นจำนวนจริงไม่ติดลบต่อไปเรามาดูว่า ทำอย่างไรจึงประยุกต์ผลลัพธ์เหล่านั้นเพื่อหาสมบัติบางอย่างของฟังก์ชันจุดขับของวงจร LC เช่น วงจรไม่มีอุปกรณ์สูญเสียพลังงาน (ตัวต้านทาน) กรณีนี้ จากสมการ (4.20) ในหัวข้อ 4.1 อิมพีแดนซ์จุดขับจะอยู่ในรูปของ

$$Z_{LC}(s) = \frac{1}{|I_1(s)|^2} \left[ sT_0(s) + \frac{1}{s}V_0(s) \right] \quad (4.22)$$

ถ้ากำหนดให้ข้างขวาของสมการเท่ากับศูนย์ จะพบว่า ซีโรของ  $Z_{LC}(s)$  จะถูกกำหนดตามค่าของ  $s$  ด้วยความสัมพันธ์ดังนี้

$$s = \pm j \sqrt{\frac{V_0(s)}{T_0(s)}} \quad (4.23)$$

ในข้างขวาของสมการ เราไม่สามารถหาค่าของ  $T_0(s)$  และ  $V_0(s)$  (เพราะเรามีพจน์ของกระแส  $I_k(s)$  ร่วมอยู่ด้วย) แต่เรารู้ว่ามันจะเป็นจำนวนจริงไม่ติดลบ ดังนั้นเราจึงรู้ว่าซีโรของ  $Z_{LC}(s)$  จะต้องอยู่บนแกน  $j\omega$  แน่นอน (รวมทั้งจุดกำเนิดและอนันต์) หากเราใช้หลักการเดียวกันกับสมการ (4.21) ของหัวข้อ 4.1 ก็จะทำให้เราพบว่ามีขั้วของ  $Z_{LC}(s)$  มีซีโรอยู่บนแกน  $j\omega$  เช่นเดียวกัน เพราะว่า  $Z_{LC}(s) = 1/Y_{LC}(s)$  ทั้งโพลและซีโรของอิมพีแดนซ์จุดขับของวงจร LC จะอยู่บนแกน  $j\omega$  บนแกน  $j\omega$  ที่มีค่าจำกัด (ไม่รวมจุดกำเนิดและอนันต์) มันจะต้องเกิดขึ้นในลักษณะเชิงซ้อนสังยุค

#### 4.2.2 ฟังก์ชันของรีแอกแตนซ์

เรามาพิจารณาสมการ (4.22) ในรายละเอียดที่มากขึ้นเพื่อที่จะหาข้อมูลเกี่ยวกับ  $Z(j\omega)$  ถ้าเราให้  $s = \sigma + j\omega$  จากนั้นกำหนดให้  $U(\sigma, \omega)$  และ  $W(\sigma, \omega)$  เป็นส่วนจริง และ ส่วนจินตภาพของ  $Z_{LC}(s)$  ตามลำดับ และสมมติว่า  $|I_1(s)|$  เท่ากับ 1 เราก็จะได้

$$\begin{aligned} Z_{LC}(\sigma + j\omega) &= U(\sigma, \omega) + jW(\sigma, \omega) \\ &= \left[ \sigma T_0 + \frac{\sigma}{\sigma^2 + \omega^2} V_0 \right] + j \left[ \omega T_0 - \frac{\omega}{\sigma^2 + \omega^2} V_0 \right] \end{aligned} \quad (4.24)$$

เพื่อความสะดวก เราได้ละ  $T_0$ ,  $V_0$  และ  $j\omega(\sigma = 0)$  ไว้ จะพบว่าบนแกน  $Z_{LC}(s)$  จะเป็นจำนวนจินตภาพอย่างเดียว นั่นคือ จะกลายเป็น

$$Z_{LC}(j\omega) = jX(\omega) \quad (4.25)$$

นั่นคือ เมื่อ  $Z_{LC}(s)$  ถูกหาโดย  $s = j\omega$  ค่าตอบจะเป็นจำนวนจินตภาพเพียงอย่างเดียว คุณสมบัตินี้จึงเป็นนิยามของฟังก์ชันของรีแอกแตนซ์ และ  $X(\omega)$  คือส่วนจินตภาพของมัน เพื่อที่จะได้ข้อมูลมากกว่านี้เกี่ยวกับพฤติกรรมบนแกน  $j\omega$  ของ  $Z_{LC}(s)$  เราจะวิเคราะห์หาค่าของ  $\partial W(\sigma, \omega)/\partial \omega$  ภายใต้อ่อนไข  $\sigma = 0$  จากเงื่อนไขของคوشي-รีมันน์ (Cauchy-Riemann) พบว่า

$$\frac{\partial U(\sigma, \omega)}{\partial \sigma} = \frac{\partial W(\sigma, \omega)}{\partial \omega} \quad (4.26)$$

ถ้าเราพิจารณา  $U(\sigma, \omega)$ ,  $W(\sigma, \omega)$  ในสมการ (4.24) มันจะปรากฏตามที่คาดไว้ว่าการกำหนดให้  $\sigma = 0$  ทำให้การหาค่าสมการที่ (4.26) ซ้ำซ้อนในสมการง่ายกว่าซ้ำซ้อน เมื่อเขียนในรูปอนุพันธ์ จะได้

$$\frac{\partial U(\sigma, \omega)}{\partial \sigma} = T_0 + \sigma \frac{\partial T_0}{\partial \sigma} + V_0 \left[ \frac{1}{\sigma^2 + \omega^2} - \frac{2\sigma^2}{(\sigma^2 + \omega^2)^2} \right] + \frac{\sigma}{(\sigma^2 + \omega^2)} \frac{\partial V_0}{\partial \sigma} \quad (4.27)$$

ทำการหาค่าเมื่อ  $\sigma = 0$  และใช้สมการ (4.26) เราจะได้คำตอบที่เป็นอนุพันธ์ของ  $X(\omega)$  ได้เป็น

$$\left. \frac{dX(\omega)}{d\sigma} = \frac{\partial W(\sigma, \omega)}{\partial \omega} \right|_{\sigma=0} = T_0 + \frac{V_0}{\omega^2} \quad (4.28)$$

สรุปได้ว่า ความชันของ  $X(\omega)$  หรือ ส่วนจินตภาพของฟังก์ชันของรีแอกแตนซ์จะเป็นบวกเสมอ ในทำนองเดียวกัน เราสามารถนิยาม  $B(\omega)$  ให้เป็นส่วนจินตภาพของ  $Y_{LC}(j\omega)$  ได้ ดังนั้น

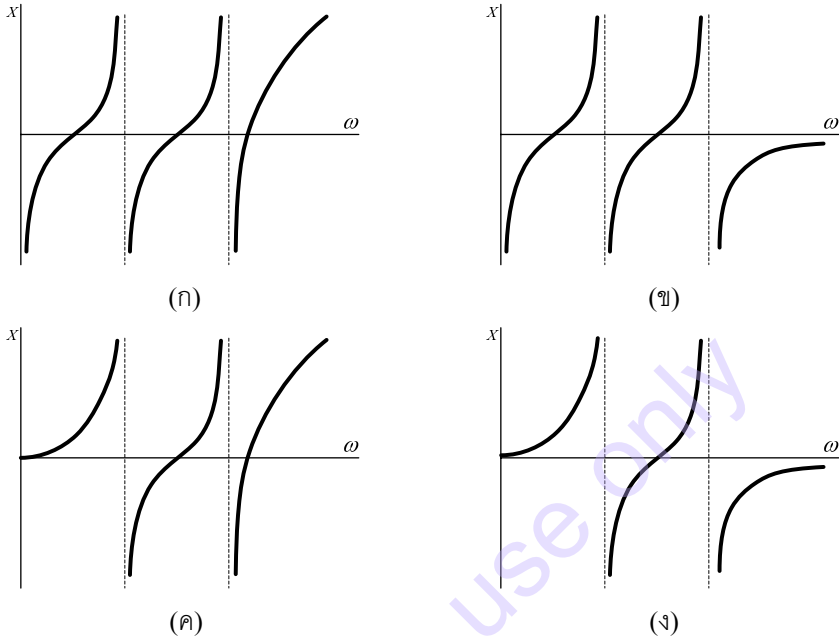
$$Y_{LC}(j\omega) = jB(\omega) \quad (4.29)$$

ซึ่งก็สามารถพิสูจน์ได้เช่นเดียวกันว่าอนุพันธ์ของ  $\frac{dB(\omega)}{d\omega}$  ก็จะเป็นบวกเสมอเช่นกัน

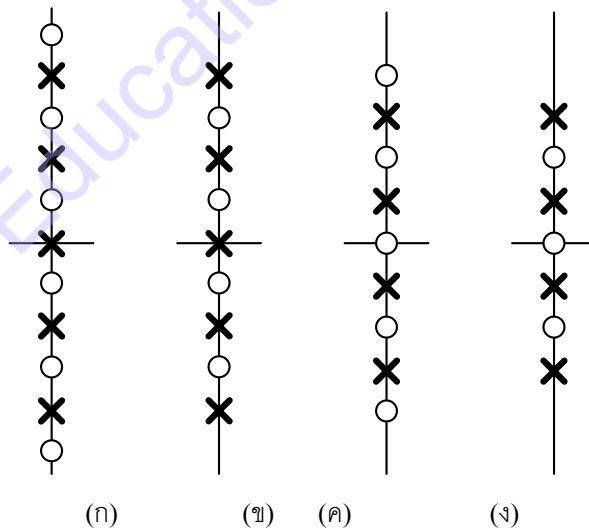
### 4.2.3 การสลับกันของโพลและซีโรว์

สมบัติของ  $Z_{LC}(j\omega)$  ที่ได้พิสูจน์ไปแล้วนั้นทำให้เราพล็อตกราฟของ  $X(\omega)$  ได้โดยการทำเครื่องหมาย เพราะโพลและซีโรว์อยู่บนแกน  $j\omega$  มันยังนิยามค่าของ  $\omega$  ที่ซึ่ง  $X(\omega)$  เป็นอนันต์หรือเป็นศูนย์ รูปของกราฟแบบธรรมดาบางอันที่วาดจากค่าบวกของ  $\omega$  ได้แสดงในรูปที่ 4.4 จากรูปพบว่า คุณสมบัติการมีความชันเป็นบวกนั้น ต้องการโพล และ ซีโรว์แบบง่าย ๆ และ มันจะสลับกันไปเรื่อยๆบนแกน  $j\omega$  ดังนั้น โพล และ ซีโรว์ จึงเป็นดังรูปที่ 4.5 นอกจากนี้ ซีโรว์ และ พฤติกรรมความถี่อนันต์ของ  $Z_{LC}(s)$  จะต้องเป็นค่าโพลหรือซีโรว์ ตัวใดตัวหนึ่ง เพื่อให้เห็นว่าเป็นเพราะอะไร พิจารณาฟังก์ชัน  $F(s)$  ซึ่งมีโพล และ ซีโรว์อยู่บนแกน  $j\omega$  แต่ไม่รวมจุดกำเนิด สามารถเขียนได้ในรูปของ

$$F(s) = H \frac{\prod_{i=1}^m (s^2 + \omega_i^2)}{\prod_{j=1}^n (s^2 + \omega_j^2)} \quad (4.30)$$



รูปที่ 4.4 รูปทั่วไปของ  $X(\omega)$



รูปที่ 4.5 โพลและซีโรของฟังก์ชัน  $X(\omega)$  ในรูปที่ 4.4

โดยที่  $H$  คือค่าคงที่ที่เป็นบวก แทนสมการนี้ด้วยจุดกำเนิดจะพบว่า  $F(0)$  เป็นค่าจริง อย่างไรก็ตามฟังก์ชันจุดขั้วของวงจร LC จะต้องเป็นค่าจินตภาพทุกจุดบนแกน  $j\omega$  และ จุดกำเนิดก็อยู่บนแกน  $j\omega$  อย่างแน่นอน ดังนั้น เทอมของ  $s$  หรือ  $1/s$  จึงอธิบายได้เช่นเดียวกันถ้า  $F(s)$  อยู่ในรูปที่กำหนดใน

สมการ (4.30) เช่นเทอมต่างๆ เป็นการแทนโพล หรือ ซีโรที่จุดกำเนิด ในทำนองเดียวกัน สำหรับ  $F(\infty)$  ซึ่งเป็นค่าจินตภาพ อันดับของพหุนามตัวส่วนและตัวเศษจะต้องต่างกันเป็นจำนวนคี่ อีกทั้งเพราะโพล และ ซีโรต้องทำให้เป็นค่าอย่างง่าย กำลังจึงต่างกันได้เพียง 1 เท่านั้น นั่นคือจะต้องมีโพล (ถ้ากำลังของตัวเศษมากกว่าตัวส่วน) หรือ ซีโร (ถ้ากำลังของตัวส่วนมากกว่าตัวเศษ) ที่อยู่ที่อนันต์

ตัวอย่าง 4.2-1 (ฟังก์ชันที่ทำให้เป็นจริงไม่ได้) เพราะสมบัติที่ได้พิสูจน์ในย่อหน้าก่อนนี้ เราพบว่า เป็นไปไม่ได้ที่จะทำให้ฟังก์ชันต่อไปนี้เป็นอิมมิตแดนซ์จุดซับซ้อนของวงจรถวาย LC

ฟังก์ชัน	เหตุผล
$F_a(s) = \frac{(s^2+1)(s^2+2)}{s(s^2+3)}$	โพลและซีโรไม่สลับกัน
$F_b(s) = \frac{s(s^2+2)(s^2+4)}{(s+2)(s^2+3)}$	มีโพลอยู่บนแกนจริงลบ
$F_c(s) = \frac{(s^2+1)(s^2+3)}{(s^2+2)}$	มีค่าคงที่อยู่ที่จุดกำเนิด โพลที่อนันต์เป็นโพลอันดับสอง
$F_d(s) = \frac{(s^2+2)(s^2+4)}{(s^2+1)(s^2+3)}$	มีค่าคงที่อยู่ที่ทั้งจุดกำเนิดและอนันต์

เนื่องด้วยความต้องการของโพล และ ซีโรที่ถูกพุดถึงข้างบน เราจะเขียนชนิดของรูปทั่วไปของอิมมิตแดนซ์จุดซับซ้อนของวงจรถวาย LC 4 ชนิด ให้เห็นถึงซีโรและพฤติกรรมความถี่อนันต์หลายๆแบบที่เป็นไปได้ ดังในตารางที่ 4.1 การพิจารณาสมการเหล่านี้ ทำให้เห็นว่า ถ้าตัวส่วนเป็นพหุนามคู่ นั่นคือกำลังของ  $s$  มีแต่กำลังคู่เพียงอย่างเดียว ตัวส่วนจะต้องเป็นพหุนามคี่ ในทำนองเดียวกัน ถ้าตัวเศษเป็นคี่ ตัวส่วนก็จะต้องเป็นคู่ ฟังก์ชันโครงข่ายที่มีคุณสมบัตินี้เรียกว่า ฟังก์ชันอัตราส่วนคี่ สังเกตว่า ตัวเศษและ ตัวส่วนจะมีกำลังต่างกันอยู่ 1

ตารางที่ 4.1 ชนิดของฟังก์ชันจุดซับซ้อนของ LC

กรณี	พฤติกรรมที่จุดกำเนิด	พฤติกรรมที่อนันต์	รูปทั่วไปของฟังก์ชันโครงข่าย	เงื่อนไข
1	โพล	โพล	$F(s) = H \frac{(s^2 + \omega_1^2)(s^2 + \omega_3^2) \dots (s^2 + \omega_m^2)}{s(s^2 + \omega_2^2)(s^2 + \omega_4^2) \dots (s^2 + \omega_n^2)}$	$m=n+1$
2	โพล	ซีโร	$F(s) = H \frac{(s^2 + \omega_1^2)(s^2 + \omega_3^2) \dots (s^2 + \omega_m^2)}{s^2(s^2 + \omega_2^2)(s^2 + \omega_4^2) \dots (s^2 + \omega_n^2)}$	$m=n-1$
3	ซีโร	โพล	$F(s) = H \frac{s(s^2 + \omega_2^2)(s^2 + \omega_4^2) \dots (s^2 + \omega_m^2)}{(s^2 + \omega_1^2)(s^2 + \omega_3^2) \dots (s^2 + \omega_n^2)}$	$m=n+1$
4	ซีโร	ซีโร	$F(s) = H \frac{s^2(s^2 + \omega_2^2)(s^2 + \omega_4^2) \dots (s^2 + \omega_m^2)}{(s^2 + \omega_1^2)(s^2 + \omega_3^2) \dots (s^2 + \omega_n^2)}$	$m=n-1$

หมายเหตุ  $0 < \omega_1 < \omega_2 < \omega_3, \dots, H > 0$

ตัวอย่างที่ 4.2-2 (ตัวอย่าง ของฟังก์ชัน LC) ตัวอย่างง่ายๆ ของฟังก์ชันชนิดต่างๆ จากตารางที่ 4.1

## บทที่ 4 การสังเคราะห์โครงข่ายแพสซีฟ

$$\text{กรณีที่ 1: } \frac{(s^2+1)}{s}, \text{ กรณีที่ 2: } \frac{(s^2+1)}{s(s^2+2)}, \text{ กรณีที่ 3: } \frac{s(s^2+2)}{s^2+1}, \text{ กรณีที่ 4: } \frac{s}{s^2+1}$$

ตัวอย่างที่ 4.2-3 จากฟังก์ชันที่ให้มา จำแนกว่าเป็นกรณีไหนในตาราง 4.1

$$\begin{array}{ll} \text{(ก)} \frac{s(s^2+2)}{(s^2+1)(s^2+3)} & \text{(ข)} \frac{(s^2+1)(s^2+3)}{s(s^2+2)} \\ \text{(ค)} \frac{s(s^2+2)(s^2+4)}{(s^2+1)(s^2+3)} & \text{(ง)} \frac{(s^2+1)(s^2+3)}{s(s^2+2)(s^2+4)} \end{array}$$

คำตอบ: (ก) กรณีที่ 4 (ข) กรณีที่ 1 (ค) กรณีที่ 3 (ง) กรณีที่ 2

### 4.2-4 การกระจายเศษส่วนย่อย

เรามาดลองพิจารณาการกระจายเศษส่วนย่อยของอิมพีแดนซ์จุดขับของวงจร LC  $Z_{LC}(s)$  โดยทั่วไปแล้วจะมีรูปเป็น

$$Z_{LC}(s) = \frac{k_0}{s} + k_\infty s + \sum_i \left[ \frac{c_i}{s - j\omega_i} + \frac{c_i^*}{s + j\omega_i} \right] \quad (4.31)$$

โดยที่  $k_0, k_\infty, c_i$  คือส่วนที่เหลือของโพลที่จุดกำเนิด อนันต์ และ อยู่บนแกน  $j\omega$  ตามลำดับ ถ้าเราหาลิมิตของ  $Z_{LC}(s)$  ที่  $s$  เข้าใกล้โพลที่  $s = j\omega_i$  แล้ว จะทำให้เทอมของ  $\frac{c_i}{s - j\omega_i}$  มีค่ามากกว่าเทอมอื่นที่เหลือมากๆ (เพราะตัวส่วนมีค่าน้อยมาก) ดังนั้น จะได้

$$\lim_{s \rightarrow j\omega_i} Z_{LC}(s) \cong \frac{c_i}{s - j\omega_i} \quad (4.32)$$

ถ้าเราบังคับให้  $s$  อยู่บนแกน  $j\omega$  จะได้

$$\lim_{\omega \rightarrow \omega_i} Z_{LC}(j\omega) \cong \frac{c_i}{j\omega - j\omega_i} = j \frac{c_i}{\omega_i - \omega} \quad (4.33)$$

ค่า  $\frac{c_i}{\omega_i - \omega}$  เป็นค่าลิมิตอย่างง่ายของ  $X(\omega_i)$  (ส่วนจินตภาพของรีแอกแตนซ์) เพราะค่านี้จะต้องเป็นค่าจริงเสมอ เห็นได้ว่าค่าของ  $c_i$  จะต้องเป็นจำนวนจริง เมื่อ  $c_i^* = c_i$  เป็นบวกเท่านั้น นอกจากนั้น จากกราฟของ  $X(\omega)$  ในรูปที่ 4.4 เราพบว่าเมื่อ  $\omega < \omega_i$  ค่าของ  $\frac{c_i}{\omega_i - \omega}$  จะมีค่าใหญ่มากๆ และ เป็นบวก ซึ่งจะเป็นจริงได้เมื่อค่าของ  $c_i$  เป็นบวกเท่านั้น ผลลัพธ์สามารถขยายตัวได้ทั้งในกรณีที่โพลอยู่ที่จุดกำเนิด และ อนันต์ ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า เพราะคุณสมบัติการสลับกันของโพล และ ซีโร ค่าที่เหลือของโพลของฟังก์ชันจุดขับอิมพีแดนซ์ของวงจร LC จึงเป็นจำนวนจริงบวก ซึ่งผลลัพธ์เดียวกัน

นี้ก็เกิดกับฟังก์ชันจุดขั้วแอดมิตแตนซ์ของวงจร LC เช่นกัน เนื่องมาจากการใช้การกระจายเศษส่วนย่อย เหมือนที่ใช้กับสมการ (4.31)

ตัวอย่างที่ 4.2-4 (ส่วนที่เหลือของโพลที่แกน  $j\omega$ ) ถ้าฟังก์ชันไม่อยู่ในรูปของฟังก์ชันจุดขั้วอิมมิตแตนซ์จุดขั้วของวงจร LC แล้ว ในกรณีส่วนมากโพลที่เหลือที่แกน  $j\omega$  ใดๆ จะไม่ใช่จำนวนจริง ดังตัวอย่าง นี้ พิจารณา

$$F(s) = \frac{s+1}{s^2+1} = \frac{c_1}{s-j1} + \frac{c_1^*}{s+j1}$$

ใช้เทคนิคแยกเศษส่วนย่อย ส่วนที่เหลือจะได้เป็น

$$c_1 = (s-j1)F(s)\Big|_{s=j1} = \frac{s+1}{s+j}\Big|_{s=j1} = \frac{1}{2} - j\frac{1}{2}$$

$$c_1^* = (s+j1)F(s)\Big|_{s=-j1} = \frac{s+1}{s-j}\Big|_{s=-j1} = \frac{1}{2} + j\frac{1}{2}$$

ในส่วนนี้ เราได้พิสูจน์ชุดของคุณสมบัติที่จำเป็นสำหรับอิมพีแดนซ์จุดขั้วซึ่งอยู่ในบทสรุป ในหัวข้อต่อไป เราจะประยุกต์สมบัติของฟังก์ชันจุดขั้วของวงจร LC เพื่อพัฒนาขั้นตอนการออกแบบจริง สำหรับฟังก์ชันต่างๆ และ เพื่อแสดงถึงขอบเขตในเงื่อนไขต่างๆ

### สรุปเงื่อนไขที่จำเป็นสำหรับฟังก์ชันจุดขั้วของวงจร LC

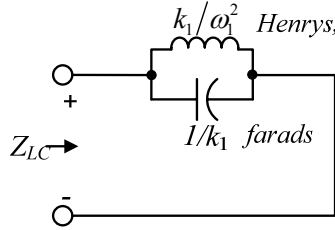
1. โพลเป็นจำนวนที่ง่ายที่สุดและอยู่บนแกน  $j\omega$
2. ซีโรเป็นจำนวนที่ง่ายที่สุดและอยู่บนแกน  $j\omega$
3. โพลและซีโรเกิดสลับกัน
4. มีโพลหรือซีโรที่จุดกำเนิด
5. มีโพลหรือซีโรที่จุดอนันต์
6. ส่วนที่เหลือของโพลเป็นจำนวนจริงบวก
7. ฟังก์ชันเป็นรีแอดแตนซ์ฟังก์ชัน ซึ่งค่าที่อยู่บนแกน  $j\omega$  เป็นค่าจินตภาพแท้ นั่นคือ  $Z_{LC}(j\omega) = jX(\omega)$  และ  $Y_{LC}(j\omega) = jB(\omega)$
8.  $dX(\omega)/d\omega$  และ  $dB(\omega)/d\omega$  จะต้องเป็นบวกเสมอ
9. ฟังก์ชันเป็นฟังก์ชันอัตราส่วนคือ

## 4.3 การสังเคราะห์ฟังก์ชันจุดขั้วของวงจร LC

### 4.3.1 รูปแบบฟอสเตอร์อนุกรม (Series Foster Form)

ในหัวข้อที่แล้ว เราได้พิสูจน์ชุดของคุณสมบัติที่จำเป็นสำหรับอิมมิตแตนซ์จุดขั้ว ในหัวข้อนี้เราจะกล่าวถึงขั้นตอนการสังเคราะห์สำหรับอิมมิตแตนซ์เหล่านั้น

บทที่ 4 การสังเคราะห์โครงข่ายแพสซีฟ



รูปที่ 4.6 วงจร LC ขนาน

ในกระบวนการ เราจะแสดงให้เห็นถึงส่วนย่อยที่จำเป็นต่างๆ ดังที่กล่าวไว้ในหัวข้อที่แล้ว อย่างแรกของขั้นตอนเหล่านั้นที่เราจะกล่าวโดยใช้หลักการ การกระจายเศษส่วนย่อย ในขั้นต้นนั้นขอให้เราพิจารณาการกระจายเศษส่วนย่อยของฟังก์ชัน  $Z_{LC}(s)$  ที่ประกอบด้วยโพลที่เป็นเชิงซ้อนสังยุคที่  $s = \pm j\omega_1$  ซึ่งมีรูปดังนี้

$$\begin{aligned} Z_{LC}(s) &= \frac{c_1}{s - j\omega_1} + \frac{c_1}{s + j\omega_1} = \frac{c_1(s + j\omega_1) + c_1(s - j\omega_1)}{s^2 + \omega_1^2} \\ &= \frac{2c_1s}{s^2 + \omega_1^2} = \frac{k_1s}{s^2 + \omega_1^2} \end{aligned} \quad (4.34)$$

โดยที่  $c_1$  คือส่วนที่เหลือของแต่ละเชิงซ้อนสังยุคของโพล และ โดยที่กำหนดให้  $k_1 = 2c_1$  ในหัวข้อ 4.2  $c_1$  เป็นจำนวนจริงบวก ดังนั้น  $k_1$  ก็เป็นจำนวนจริงบวกเช่นกัน เทอมที่อยู่ในข้างขวาของสมการ (4.34) จะถูกสังเคราะห์โดยตรงไปเป็นวงจร LC ขนานดังรูปที่ 4.6

พิจารณาฟังก์ชัน  $Z_{LC}(s)$  ทั่วไปจากสมการที่ (4.31) ในหัวข้อ 4.2 การกระจายเศษส่วนย่อยจะมีรูปเป็น

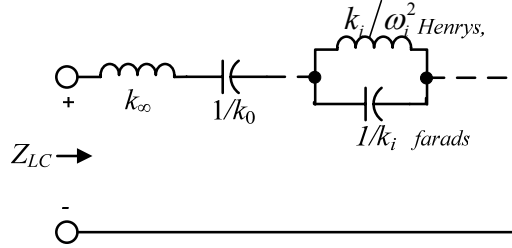
$$Z_{LC}(s) = k_\infty s + \frac{k_0}{s} + \sum_i \frac{k_i s}{s^2 + \omega_i^2} \quad (4.35)$$

โดยที่การใช้สมการที่ (4.34) เพื่อรวมเทอมของโพลที่เป็นเชิงซ้อนสังยุคกัน แต่ละเทอมในข้างขวาของสมการ (4.35) จะถูกทำให้เป็นจริงได้ดังเช่นขดลวดเหนี่ยวนำ ตัวเก็บประจุ หรือวงจร LC ขนาน ดังนั้น เราจะทำให้ฟังก์ชันทั่วไป  $Z_{LC}(s)$  กลายเป็นการต่ออนุกรมกันของวงจรรย่อย แต่ละส่วนที่ถูกทำให้เป็นจริงของเทอมในสมการ (4.35) จะมีรูปแบบเป็นดังในรูปที่ 4.7 รูปแบบนี้เรียกว่า รูปแบบพอสเตอร์อนุกรม ดังนั้นถ้าไม่มีโพลที่จุดอนันต์ ( $k_\infty = 0$ ) ขดลวดเหนี่ยวนำจะหายไปเช่นกัน ถ้าไม่มีโพลที่จุดกำเนิด ( $k_0 = 0$ ) ตัวเก็บประจุจะหายไป ส่วนที่เหลือต่างๆ จะเป็นดังนี้

$$k_\infty = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{1}{s} Z_{LC}(s) \quad (4.36ก)$$

$$k_0 = sZ_{LC}(s)|_{s=0} \quad (4.36ข)$$

$$k_i = \left. \frac{s^2 + \omega_i^2}{s} Z_{LC}(s) \right|_{s^2 = -\omega_i^2} \quad (4.36c)$$



รูปที่ 4.7 รูปแบบของฟอสเตอร์อนุกรม

ตัวอย่างที่ 4.3-1 (รูปแบบของฟอสเตอร์ที่อนุกรมกัน) นี่เป็นตัวอย่าง ของขั้นตอนการสังเคราะห์วงจร

พิจารณาฟังก์ชัน  $Z(s) = 4 \frac{(s^2 + 1)(s^2 + 9)}{s(s^2 + 4)}$  เป็นตัวอย่าง ของขั้นตอนการสังเคราะห์วงจร

$$k_\infty = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{1}{s} Z(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} 4 \frac{(s^2 + 1)(s^2 + 9)}{s^2(s^2 + 4)} = 4$$

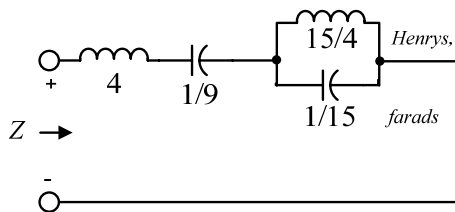
$$k_0 = sZ(s)|_{s=0} = 4 \frac{(s^2 + 1)(s^2 + 9)}{s(s^2 + 4)} \Big|_{s=0} = 9$$

$$k_1 = \left. \frac{s^2 + \omega_i^2}{s} Z(s) \right|_{s^2 = -\omega_i^2} = 4 \frac{(s^2 + 1)(s^2 + 9)}{s^2} \Big|_{s^2 = -4} = 15$$

เมื่อกระจายเศษส่วนย่อยจะได้เป็น

$$Z(s) = 4s + \frac{9}{s} + \frac{15s}{s^2 + 4}$$

รูปวงจรของจริงเป็นดังรูป 4.8



รูปที่ 4.8 วงจรของตัวอย่าง 4.3-1

### 4.3.2 ฟอสเตอร์รูปแบบขนาน

ขั้นตอนการสร้างนั้นเหมือนกับรูปแบบก่อนหน้า โดยเริ่มจากฟังก์ชันแอดมิตแตนซ์จุดขับของวงจร LC  $Y_{LC}(s)$  หลังจากรวมเทอมของโพลที่เป็นเชิงซ้อนสังยุคกันแล้วก็กระจายเศษส่วนย่อยซึ่งมีรูป

$$Y_{LC}(s) = \frac{k_0}{s} + k_\infty s + \sum_i \frac{k_i s}{s^2 + \omega_i^2} \quad (4.37)$$

## บทที่ 4 การสังเคราะห์โครงข่ายแพสซีฟ

แต่ละเทอมกระจายนี้จะเปลี่ยนไปเป็นตัวเก็บประจุ ขดลวดเหนี่ยวนำ หรือ วงจร LC ที่อนุกรมกัน ซึ่งฟังก์ชันทั่วไป  $Y_{LC}(s)$  แต่ละเทอมที่ถูกแปลงจากสมการ (4.37) จะถูกแปลงไปเป็นวงจรร้อยๆ ที่ต่อขนานกันดังรูปที่ 4.9 เรียกว่า ฟอสเตอร์รูปแบบขนาน สมการที่ใช้หาเศษเหลือต่างๆ นั้นสามารถใช้สมการ (4.36) ได้ (โดยที่แทน  $Z_{LC}(s)$  ด้วย  $Y_{LC}(s)$ )

ตัวอย่าง 4.3-2 (ฟอสเตอร์รูปแบบขนาน) พิจารณาฟังก์ชันในตัวอย่าง 4.3-1 อีกครั้ง กลับเศษส่วนของสมการ จะได้

$$Y(s) = \frac{1}{Z(s)} = \frac{s(s^2 + 4)}{4(s^2 + 1)(s^2 + 9)} = \frac{k_1 s}{s^2 + 1} + \frac{k_2 s}{s^2 + 9}$$

เศษเหลือจะหาได้ดังนี้

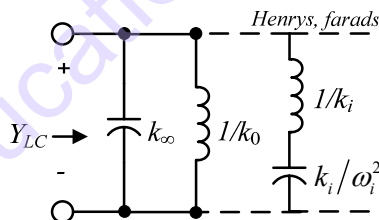
$$k_1 = \frac{s^2 + 1}{s} Y(s) \Big|_{s^2 = -1} = \frac{(s^2 + 4)}{4(s^2 + 9)} \Big|_{s^2 = -1} = \frac{3}{32}$$

$$k_2 = \frac{s^2 + 9}{s} Y(s) \Big|_{s^2 = -9} = \frac{s^2 + 4}{4(s^2 + 1)} \Big|_{s^2 = -9} = \frac{5}{32}$$

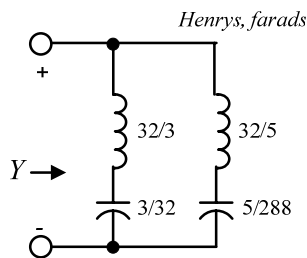
กระจายเศษส่วนย่อยได้ดังนี้

$$Y(s) = \frac{3s/32}{s^2 + 1} + \frac{5s/32}{s^2 + 9}$$

รูปวงจรรวมได้แสดงในรูปที่ 4.10



รูปที่ 4.9 ฟอสเตอร์รูปแบบขนาน



รูปที่ 4.10 วงจรของตัวอย่าง 4.3-2

แบบฝึกหัด 4.3-1 สำหรับแต่ละฟังก์ชันที่ให้ จงหาผลการกระจายเศษส่วนย่อย (ที่ใช้แทนวงจร) สมมติให้ฟังก์ชันเป็นแอดมิตแตนซ์จุดขับ และ จงหาวงจรแบบของฟอสเตอร์ที่ขนานกัน

ฟังก์ชัน	คำตอบ (ดูรูปที่ 4.9 ประกอบ)
$F_1(s) = \frac{s^4 + 4s^2 + 3}{s^3 + 2s}$	$F_1(s) = s + \frac{1.5}{s} + \frac{0.5s}{s^2 + 2}$ C ขนาด 1F, L ขนาด 2/3H, LC อนุกรม 2H กับ 1/4F
$F_2(s) = \frac{s^3 + 2s}{s^4 + 4s^2 + 3}$	$F_2(s) = \frac{0.5s}{s^2 + 1} + \frac{0.5s}{s^2 + 3}$ LC อนุกรมชุดแรก 2H กับ 1/2F, LC อนุกรมชุดสอง 2H กับ 0.16667F
$F_3(s) = \frac{s^4 + 4s^2 + 3}{s^5 + 6s^3 + 8s}$	$F_3(s) = \frac{0.375}{s} + \frac{0.25s}{s^2 + 2} + \frac{0.375s}{s^2 + 4}$ L ขนาด 8/3H, LC อนุกรมชุดแรก 4H กับ 1/8F, LC อนุกรมชุดสอง 8/3H กับ 0.09375F
$F_4(s) = \frac{s^5 + 6s^3 + 8s}{s^4 + 4s^2 + 3}$	$F_4(s) = s + \frac{1.5s}{s^2 + 1} + \frac{0.5s}{s^2 + 3}$ C ขนาด 1F, LC อนุกรมชุดแรก 2/3H กับ 3/2F, LC อนุกรมชุดสอง 2H กับ 0.16667F

พิจารณาระบบการสังเคราะห์วงจรที่ได้กล่าวไปแล้ว สรุปได้ว่าฟังก์ชันเศษส่วนเพื่อสร้างวงจรจากอิมิตแดนซ์จุดขั้วของวงจร LC ได้ เพราะมีโพลที่เป็นอัตราส่วนอย่างต่ำ, อยู่บนแกน  $j\omega$  (รวมทั้งจุดกำเนิด และ อนันต์), และมีเศษเหลือเป็นจำนวนจริงบวก ดังนั้น คุณสมบัติข้อที่ 1 และ 6 ของสรุปในหัวข้อ 4.2 จึงถูกต้อง ในทำนองเดียวกัน ถ้าสมการ (4.35) ถูกทำให้เป็นเศษส่วน มันจะผ่านเงื่อนไขที่ต้องการคือ มีโพลและซีโรเป็นอัตราส่วนอย่างต่ำ และสลับกันบนแกน  $j\omega$  และ อยู่ที่จุดกำเนิด และ อนันต์ ดังนั้นคุณสมบัติข้อ 1 ถึง 5 ของสรุปในหัวข้อ 4.2 ถูกต้องเช่นกัน

### 4.3.3 การกำจัดโพลที่จุดอนันต์ของในรูปแบบ Cauer

รูปแบบของฟอสเตอร์ซึ่งมีพื้นฐานมาจากการกระจายเศษส่วนย่อยนั้น เป็นเพียงหนึ่งในหลายๆวิธีสังเคราะห์วงจร LC การแปลงเช่นนั้นเรียกว่า เป็นที่ยอมรับ (Canonic) เพราะใช้อุปกรณ์จำนวนน้อย การออกแบบที่เป็นที่ยอมรับ วิธีที่สองมีพื้นฐานมาจากการกระจายเศษส่วนต่อเนื่อง (Continue Fraction Expansion) วงจรที่ได้จะเรียกว่าแบบ Cauer การกระจายเศษส่วนต่อเนื่องถูกสร้างโดยการกำจัดโพลออกจากฟังก์ชัน ซึ่งสร้างได้จาก LC พื้นฐานของเทคนิคนี้มาจากการพิจารณาฟังก์ชันเศษส่วน  $F(s)$  ดังนั้นจะมีโพลที่จุดอนันต์, จุดกำเนิด และ โพลที่เป็นเชิงซ้อนสังยุคอยู่บนแกน  $j\omega$  การกำจัดโพลตัวใดตัวหนึ่งทั้ง ฟังก์ชันที่เหลือก็ยังคงแปลงเป็นวงจร LC ได้อยู่

ตัวอย่าง 4.3-3 (การกำจัดโพลที่จุดอนันต์ของในรูปแบบ Cauer) พิจารณาฟังก์ชัน

$$F(s) = s + \frac{2}{s} + \frac{3s}{s^2 + 1} = \frac{(s^2 + 0.3542)(s^2 + 5.6458)}{s(s^2 + 1)}$$

ถ้าเราให้  $F_a(s), F_b(s), F_c(s)$  เป็นฟังก์ชันที่เกิดจากการกำจัดโพลที่จุดอนันต์, จุดกำเนิด และคู่โพล  $\pm j1$  เราจะได้

**บทที่ 4 การสังเคราะห์โครงข่ายแพลสซีฟ**

$$F_a(s) = F(s) - s = \frac{2}{s} + \frac{3s}{s^2 + 1} = \frac{5(s^2 + 0.4)}{s(s^2 + 1)}$$

$$F_b(s) = F(s) - \frac{2}{s} = s + \frac{3s}{s^2 + 1} = \frac{s(s^2 + 4)}{s^2 + 1}$$

$$F_c(s) = F(s) - \frac{3s}{s^2 + 1} = s + \frac{2}{s} = \frac{s^2 + 2}{s}$$

สังเกตว่า ฟังก์ชัน  $F_a(s), F_b(s), F_c(s)$  สามารถแปลงเป็นวงจร LC ได้ทุกฟังก์ชัน

เพื่อจะเห็นว่า หลักการนี้ใช้ได้อย่างไร พิจารณาฟังก์ชันอิมพีแดนซ์จุดขับ  $Z_{LC}(s)$  ซึ่งมีโพลที่จุดอนันต์ การกระจายเศษส่วนย่อยจะมีรูปดังนี้

$$Z_{LC}(s) = k_{\infty}^{(Z_{LC})} s + \frac{k_0}{s} + \sum_i \frac{k_i s}{s^2 + \omega_i^2} \quad (4.38)$$

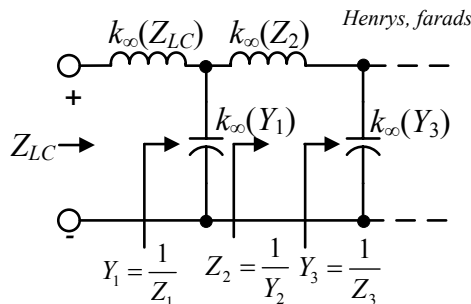
คราวนี้ถ้าเราให้ฟังก์ชันจุดขับ  $Z_1(s)$  เป็นฟังก์ชันที่เกิดจากการตัดโพลที่จุดอนันต์ของ  $Z_{LC}(s)$  ดังนั้น

$$Z_1(s) = Z_{LC}(s) - k_{\infty}^{(Z_{LC})} s = \frac{k_0}{s} + \sum_i \frac{k_i s}{s^2 + \omega_i^2} \quad (4.39)$$

ซึ่ง  $k_{\infty}^{(Z_{LC})} s$  คือเศษเหลือของ  $Z_{LC}(s)$  ที่โพลที่  $s = \infty$  เทอมของ  $Z_1(s)$  นั้นสอดคล้องกับสมบัติข้อ 1 และ 6 ของสรุป 4.2 ดังนั้นจึงสามารถสร้างเป็นวงจร LC โดยใช้ฟังก์ชันอิมพีแดนซ์จุดขับ ซึ่งฟังก์ชันก็ต้องมีโพลหรือซีโรที่จุดอนันต์ เนื่องจาก  $Z_1(s)$  ไม่มีโพลที่จุดอนันต์ มันจึงต้องเป็นซีโรที่นั่นแทน

ในทำนองเดียวกัน  $Y_1(s) = \frac{1}{Z_1(s)}$  ก็ต้องมีโพลที่จุดอนันต์ ดังนั้น  $Y_1(s)$  จะมีรูปเป็น

$$Y_1(s) = k_{\infty}^{(Y_1)} s + Y_2(s) \quad (4.40)$$



รูปที่ 4.11 รูปแบบของ Cauer แบบโพลที่จุดอนันต์ถูกกำจัด

ซึ่ง  $Y_2(s)$  คือ แอดมิตแตนซ์จุดขับที่ออกแบบได้ด้วย LC ที่มีซีโรที่จุดอนันต์ ดังนั้น  $Z_2(s) = \frac{1}{Y_2(s)}$  จึง

มีโพลที่จุดอนันต์และเขียนได้เป็น

$$Z_2(s) = k_\infty^{(Z_2)}s + Z_3(s) \quad (4.41)$$

ขั้นตอนจะถูกทำต่อไปเรื่อยๆ จนกว่าฟังก์ชัน  $Z_{LC}(s)$  ครบถ้วน ซึ่งทั้งหมดจะถูกทำให้แปลงเป็นวงจรถูกจริงได้ รูปแบบของโครงข่ายที่ได้อยู่ในรูปที่ 4.11 สังเกตว่า ถ้าฟังก์ชันดั้งเดิมไม่มีโพลที่จุดอนันต์ ขดลวดเหนี่ยวนำตัวแรกในรูปจะหายไป นั่นคือการกำจัดโพลที่จุดอนันต์จะเริ่มด้วยฟังก์ชันแอดมิตแตนซ์ ขั้นตอนการสร้างการกระจายเศษส่วนต่อเนื่องนี้มีรูปแบบดังนี้

$$Z_{LC}(s) = k_\infty^{(Z_{LC})}s + \frac{1}{k_\infty^{(Y_1)}s + \frac{1}{k_\infty^{(Z_2)}s + \frac{1}{k_\infty^{(Y_3)}s + \dots}} \quad (4.42)$$

ตัวอย่าง 4.3-4 (รูปแบบของ Cauer แบบโพลที่จุดอนันต์ถูกกำจัด) พิจารณาฟังก์ชันที่ใช้ในตัวอย่าง 4.3-1 และ 4.3-2

$$\begin{aligned} Z(s) &= 4 \frac{(s^2+1)(s^2+9)}{s(s^2+4)} = \frac{4s^4+40s^2+36}{s^3+4s} \\ &= 4s + \frac{24s^2+36}{s^3+4s} = 4s + Z_1(s) \end{aligned}$$

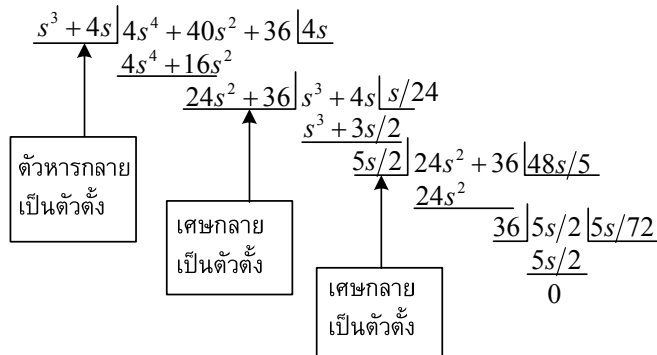
ผลที่ได้สิ้นสุดท้ายนั้นได้จากการนำตัวส่วนไปหารตัวเศษ จะได้เศษเป็น  $24s^2+36$  ขึ้นต่อไปคือหาร  $s^3+4s$  ด้วย  $24s^2+36$  ดังนั้นจะได้

$$Y_1(s) = \frac{1}{Z_1(s)} = \frac{s^3+4s}{24s^2+36} = \frac{s}{24} + \frac{5s/2}{24s^2+36} = \frac{s}{24} + Y_2(s)$$

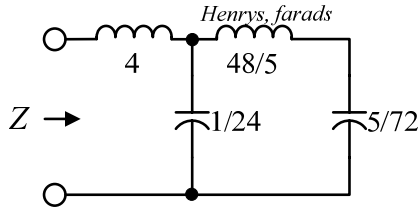
ขั้นสุดท้ายคือ

$$Z_2(s) = \frac{1}{Y_2(s)} = \frac{24s^2+36}{5s/2} = \frac{48s}{5} + \frac{36}{5s/2} = \frac{48s}{5} + Z_3(s)$$

โครงข่ายจริงแสดงในรูปที่ 4.12 ขั้นตอนการหารจริงๆ นั้นถูกจัดเป็นขั้นตอน ดังนี้



**บทที่ 4 การสังเคราะห์โครงข่ายแพสซีฟ**



รูปที่ 4.12 โครงข่ายของตัวอย่าง 4.3-4

แบบฝึกหัดที่ 4.3-5 จงหาจริงจากอิมพีแดนซ์จุดข้างต่อไปนี้

$$Z_a(s) = \frac{s^4 + 3s^2 + 1}{s(s^2 + 2)}, \quad Z_b(s) = 3 \frac{s^4 + 3s^2 + 1}{s(s^2 + 2)}$$

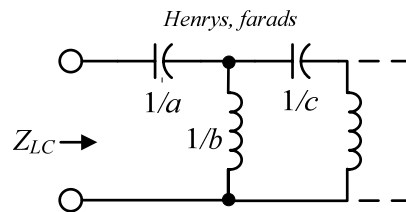
คำตอบ เทอม  $Z_a(s)$  จะมีรูปดังที่แสดงในรูปที่ 4.12 แต่อุปกรณ์ทั้งหมดจะมีค่าเป็น 1 ส่วน  $Z_b(s)$  จะมีขดลวดเหนี่ยวนำ  $3H$  และตัวเก็บประจุ  $1/3F$

**4.3.4 การกำจัดโพลที่จุดกำเนิดในรูปแบบของ Cauer**

รูปแบบของ Cauer ที่ได้กล่าวมาก่อนหน้านี้เกิดจากการกำจัดโพลที่จุดอนันต์ของอิมพีแดนซ์จุด ขั้วแบบของ Cauer แบบอื่นจะถูกสร้างขึ้นโดยการกำจัดโพลที่จุดกำเนิด ในกรณีนี้การกระจายจะมีรูปเป็น

$$Z_{LC}(s) = a/s + \frac{1}{b/s + \frac{1}{c/s + \dots}} \quad (4.43)$$

ซึ่ง  $a, b, c, \dots$  คือค่าคงที่ที่เป็นจำนวนจริงบวก โครงข่ายจริงที่ได้จะมีรูปดังในรูปที่ 4.13 ถ้า ฟังก์ชัน  $Z_{LC}(s)$  ไม่มีโพลที่จุดกำเนิด ตัวเก็บประจุตัวแรกจะหายไป นั่นคือ ขั้นตอนการสังเคราะห์จะ เริ่มจากฟังก์ชันแอดมิตแตนซ์ รูปแบบของตารางจะถูกใช้อีกครั้งเพื่อช่วยให้คำนวณได้ง่าย ในกรณีนี้ พหุนามจะถูกเขียนแบบเรียงขึ้น



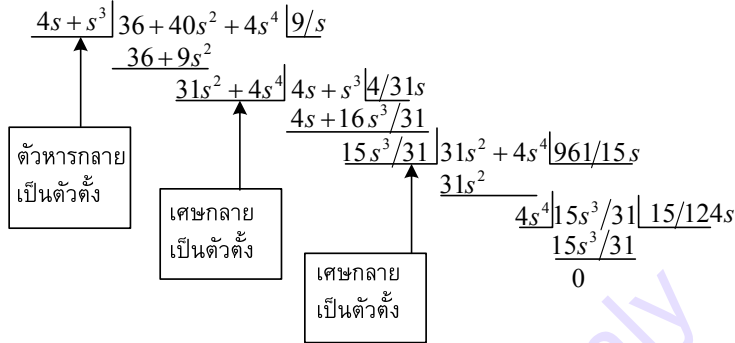
รูปที่ 4.13 รูปแบบของ Cauer แบบโพลที่จุดกำเนิดถูกกำจัด

ตัวอย่างที่ 4.3-6 (การกำจัดโพลที่จุดกำเนิดในรูปแบบของ Cauer) สำหรับฟังก์ชันโครงข่ายในตัวอย่างที่ 4.3-1, 4.3-2 และ 4.3-4 ขั้นตอน 2 ขั้นแรกคือ

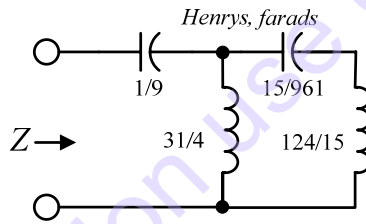
$$Z(s) = \frac{36 + 40s^2 + 4s^4}{4s + s^3} = \frac{9}{s} + \frac{31s^2 + 4s^4}{4s + s^3} = \frac{9}{s} + Z_1(s)$$

$$Y_1(s) = \frac{1}{Z_1(s)} = \frac{4s + s^3}{31s^2 + 4s^4} = \frac{4}{31s} + \frac{15s^3/31}{31s^2 + 4s^4} = \frac{4}{31s} + Y_2(s)$$

ขั้นตอนเหล่านี้และเศษที่เหลือจะแสดงในรูปของตาราง



วงจรเครือข่ายจริงแสดงในรูปที่ 4.14



รูปที่ 4.14 วงจรของตัวอย่างที่ 4.3-5

แบบฝึกหัดที่ 4.3-3 จงหารูปแบบวงจรจริงของอิมพีแดนซ์จุดขับต่อไปนี้

$$Z_a(s) = \frac{s^4 + 3s^2 + 1}{2s^3 + s} \qquad Z_b(s) = 4 \frac{s^4 + 3s^2 + 1}{2s^3 + s}$$

**คำตอบ**  $Z_a(s)$  ที่ใช้รูปแบบดังรูปที่ 4.14 แต่อุปกรณ์ทุกตัวจะมีค่าเป็น 1 ส่วน  $Z_b(s)$  ที่ใช้รูปแบบดังรูปที่ 4.14 จะใช้ขดลวดเหนี่ยวนำค่า 4 H และ ตัวเก็บประจุค่า 1/4 F

จากการพิสูจน์ที่ได้ทำมาในหัวข้อนี้ ปรากฏว่าไม่ได้มีเพียงวิธีเดียวที่จะสังเคราะห์วงจรได้ ดังตัวอย่าง ที่ผ่านมา เราได้นำเสนอถึงรูปแบบ 4 อย่างที่ต่างกันของฟังก์ชันโครงข่ายเดียวกัน ดังนั้น หากเราวัดแรงดันหรือกระแสที่ขั้วอินพุต วงจรเหล่านี้จะให้ผลที่ไม่ต่างกัน คุณลักษณะอื่นๆของวงจรเหล่านี้จะต่างกันจริงๆ เช่น วงจรในรูป 4.8 ต้องการขดลวดเหนี่ยวนำทั้งหมด 7.75 เฮนรี ขณะที่วงจรในรูปที่ 4.10 ต้องการถึง 17 เฮนรี ดังนั้น ถ้าราคาของขดลวดเหนี่ยวนำเป็นปัจจัยหลักแล้ว วงจรแรกจะดีกว่า ในตัวอย่าง อื่น ผู้ออกแบบจะบังคับให้ใช้ตัวเก็บประจุแบบที่มีขาข้างหนึ่งต่อกับกราวด์ ในกรณีนี้ มีเพียงวงจรในรูปที่ 4.10 และ 4.12 เป็นที่พอใจ มีตัวอย่างอีกมากมายของข้อบังคับในการออกแบบ ซึ่งมีความสำคัญมาก ในการออกแบบจริงนั้นไม่ได้เพียงแค่แปลงให้เป็นวงจรจริงได้เท่านั้น แต่ผู้ออกแบบยัง

## บทที่ 4 การสังเคราะห์โครงข่ายแพสซีฟ

จะต้องคำนึงถึงความเป็นไปได้ที่ดีที่สุดด้วย ทั้งโดยการใช้วิธีแปลงหลายๆแบบหรือโดยการหาทางปรับปรุงรูปแบบของวงจรที่เลือกใช้

### 4.4 โพลของฟังก์ชันถ่ายโอน

ในหัวข้อก่อนหน้านี้ เราได้พูดถึงคุณสมบัติของวงจร LC และ เงื่อนไขที่จำเป็นสำหรับการใช้ในการสังเคราะห์ฟังก์ชันจุดขับ ในหัวข้อนี้เราจะศึกษาโครงข่ายแบบแพสซีฟโดยพิจารณาการแปลงวงจรจริงของฟังก์ชันถ่ายโอน ฟังก์ชันเหล่านั้นเป็นตัวแทนของสถานการณ์ทั่วไปในการกรองสัญญาณ ซึ่งความถี่ของบางสัญญาณอินพุตจะถูกตัดแปลง (หรือ ถูกกรอง) โดยถูกส่งผ่านวงจรเพื่อผลิตสัญญาณเอาต์พุตที่ถูกตัดแปลงความถี่

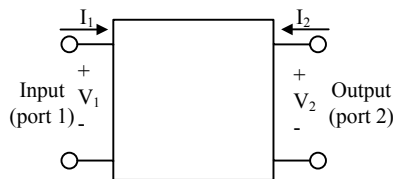
#### 4.4.1 ความสัมพันธ์ของโพลในฟังก์ชันจุดขับ

ลองพิจารณาว่า โพลในฟังก์ชันจุดขับกับฟังก์ชันโครงข่ายสัมพันธ์กันอย่างไร สำหรับฟังก์ชันถ่ายโอนที่จะถูกกำหนดให้เป็นโครงข่าย ในวงจรจะต้องมีทั้งพอร์ตอินพุต และ เอาต์พุตซึ่งมีตัวแปรของแรงดัน และ กระแสระบุไว้ เราจะใช้โครงข่ายสองพอร์ตธรรมดาซึ่งตัวแปรมีเครื่องหมาย  $V_1(s)$  กับ  $I_1(s)$  ที่ด้านอินพุต และ  $V_2(s)$  กับ  $I_2(s)$  ที่ด้านเอาต์พุต ดังนั้น รูปแบบของโครงข่ายทั่วไปสำหรับนิยามฟังก์ชันถ่ายโอนจะเป็นดังรูปที่ 4.15 ในทางปฏิบัติส่วนมากมักจะมีการรวมตัวสำหรับขั้วทั้งสองในกรณีเช่นรูปแบบของวงจรที่เรียกว่า *โครงข่ายสามขั้ว* การหาความสัมพันธ์ของตัวแปรแรงดันและกระแสหลายตัวดังในรูป เซตของฟังก์ชันโครงข่าย 4 ฟังก์ชันซึ่งเรียกว่า *พารามิเตอร์โครงข่าย* จะเป็นสิ่งที่ต้องการ พารามิเตอร์ที่มีประโยชน์ที่สุดในการสังเคราะห์วงจรคือพารามิเตอร์  $z$  และ  $y$  ซึ่งถูกนิยามโดยความสัมพันธ์

$$V(s) = \begin{bmatrix} V_1(s) \\ V_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11}(s) & z_{12}(s) \\ z_{21}(s) & z_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix} = Z(s)I(s) \quad (4.44)$$

$$I(s) = \begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11}(s) & y_{12}(s) \\ y_{21}(s) & y_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(s) \\ V_2(s) \end{bmatrix} = Y(s)V(s) \quad (4.45)$$

ซึ่งสำหรับวงจรแบบแพสซีฟ เมตริกซ์  $Z(s)$  และ  $Y(s)$  จะเป็นเมตริกซ์สมมาตร เช่น  $z_{12}(s) = z_{21}(s)$  และ  $y_{12}(s) = y_{21}(s)$

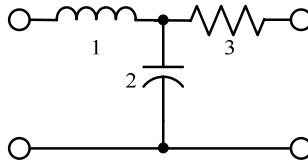


รูปที่ 4.15 โครงข่ายสองพอร์ต

พารามิเตอร์  $z_{11}(s)$ ,  $z_{22}(s)$ ,  $y_{11}(s)$ ,  $y_{22}(s)$  คือ ฟังก์ชันจุดขับ พารามิเตอร์ที่เหลือคือ ฟังก์ชันถ่ายโอนเพราะเกิดจากการกระตุ้นที่พอร์ตหนึ่งและไปตอบสนองที่พอร์ตอื่น

ตัวอย่างที่ 4.4-1 (พารามิเตอร์  $z$  และ  $y$ ) นี้คือตัวอย่าง ของฟังก์ชันจุดขับและฟังก์ชันถ่ายโอนของ โครงข่ายสองพอร์ต พิจารณาวงจรในรูปที่ 4.16 เมตริกซ์พารามิเตอร์  $z$  คือ

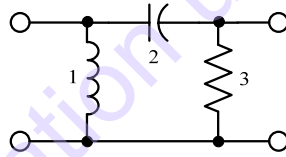
$$Z(s) = \begin{bmatrix} s+1/2s & 1/2s \\ 1/2s & 3+1/2s \end{bmatrix} \quad (4.46)$$



รูปที่ 4.16 วงจรโครงข่ายสำหรับพารามิเตอร์  $z$  ในตัวอย่าง 4.4-1

ตัวอย่างที่ 4.4-2 วงจรในรูปที่ 4.17 มีเมตริกซ์ของพารามิเตอร์  $y$  (สังเกตว่า ค่าของตัวต้านทานจะให้ เป็น ซีเมนส์แทนหน่วยโอห์ม)

$$Y(s) = \begin{bmatrix} 2s+1/s & -2s \\ -2s & 2s+3 \end{bmatrix} \quad (4.47)$$



รูปที่ 4.17 วงจรโครงข่ายสำหรับพารามิเตอร์  $y$  ในตัวอย่าง 4.4-2

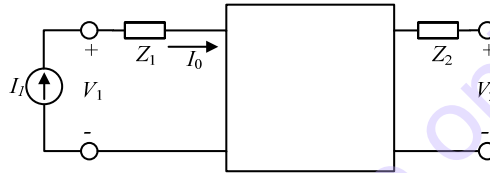
พิจารณาคูณสมบัติบางประการของพารามิเตอร์โครงข่าย สำหรับโครงข่ายแพสซีฟที่ ประกอบด้วยอุปกรณ์ที่เป็นขดลวด แต่ละพารามิเตอร์จะเป็นฟังก์ชันเศษส่วน ซึ่งอยู่ในรูปพหุนามของตัวแปรความถี่เชิงซ้อน ( $s$ ) ในหัวข้อต่อไปเราจะได้เห็น สำหรับฟังก์ชันถ่ายโอนซีโร จะถูกวางที่ไหนก็ได้ ในระนาบ  $s$  ซึ่งเราจะพบว่าโครงสร้างของโครงข่ายซึ่งอาจมีข้อจำกัดบางประการเกี่ยวกับตำแหน่งของซีโร โดยโพลของฟังก์ชันถ่ายโอนก็คือ ความถี่ธรรมชาติของโครงข่ายเช่นเดียวกับโพลของฟังก์ชันจุดขับ ตำแหน่งของมันถูกกำหนดโดยชนิดของอุปกรณ์ในวงจร สำหรับวงจร  $LC$  (ดูหัวข้อ 4.2) โพลจะเป็นอย่างง่าย อยู่สลับกันบนแกน  $j\omega$  สำหรับวงจร  $RC$  และ  $RL$  โพลจะอยู่สลับกันบนแกนจริงลบ สำหรับวงจร  $RLC$  โพลจะอยู่ที่ไหนก็ได้ในครึ่งซ้ายของระนาบ และ ไม่จำเป็นต้องเป็นโพลอย่างง่ายเหมือนกับ  $RC$ ,  $RL$  หรือ  $LC$

#### 4.4.2 โพลส่วนตัว (Private Pole)

โดยทั่วไป พารามิเตอร์ถ่ายโอนจะมีโพลเดียวกันกับพารามิเตอร์จุดขับ อย่างไรก็ตาม มีบางส่วนที่เป็นข้อยกเว้น อย่างแรกนั้นเกิดขึ้นในรูปที่ 4.18 มีแหล่งจ่ายกระแสเป็นอินพุท และ อุปกรณ์

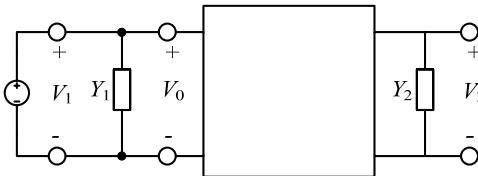
## บทที่ 4 การสังเคราะห์โครงข่ายแพลสซีฟ

ตัวแรกของโครงข่ายคือ อิมพีแดนซ์ที่ต่ออนุกรมอยู่  $Z_1(s)$  กระแส  $I_0(s)$  ก็คือกระแสเดียวกันกับ  $I_1(s)$  ดังนั้น ถึงแม้ว่า  $Z_1(s)$  จะมีผลกับอิมพีแดนซ์จุดขับ  $z_{11}(s)$  มันก็จะไม่มีผลกับอิมพีแดนซ์ถ่ายโอน  $z_{21}(s)$  เหตุการณ์ทำนองเดียวกันนี้เกิดขึ้นที่พอร์ตเอาต์พุตของโครงข่าย โดยสมมุติว่าในรูปที่ 4.18 อุปกรณ์ตัวสุดท้ายคืออิมพีแดนซ์ที่ต่ออนุกรมอยู่  $Z_2(s)$  สำหรับฟังก์ชันถ่ายโอนซึ่งเอาต์พุตเป็นวงจรมีปิด กระแสในอิมพีแดนซ์ตัวนี้เป็นศูนย์ ดังนั้น ถึงแม้ว่ามันจะมีผลกับอิมพีแดนซ์จุดขับ  $z_{22}(s)$  แต่มันก็จะไม่มีผลกับอิมพีแดนซ์ถ่ายโอน  $z_{21}(s)$  ดังนั้น “พารามิเตอร์จุดขับจะมีโพลที่ไม่ปรากฏในพารามิเตอร์ถ่ายโอนด้วย” โพลนี้ถูกเรียกว่า “โพลส่วนตัว” ตัวอย่าง ของเรื่องนี้ลองพิจารณาพารามิเตอร์  $z$  ในสมการที่ (4.46) ของโครงข่ายในรูป 4.16 พารามิเตอร์  $z_{11}(s)$  มีโพลอยู่ที่จุดอนันต์และจุดกำเนิด ขณะที่พารามิเตอร์ถ่ายโอนมีเพียงโพลที่จุดกำเนิด ดังนั้น โพลอยู่ที่จุดอนันต์คือโพลส่วนตัวของ  $z_{11}(s)$



รูปที่ 4.18 โพลส่วนตัวซึ่งเกิดจากการกระตุ้นของแหล่งจ่ายกระแส

เหตุการณ์ที่สองคือโพลส่วนตัวปรากฏเมื่อแหล่งจ่ายแรงดันเป็นอินพุต และ อุปกรณ์ตัวแรกคือแอดมิตแตนซ์  $Y_1(s)$  ที่ต่อขนานอยู่ดังในรูปที่ 4.19 กรณีนี้ เพราะแรงดัน  $V_0(s)$  เป็นแรงดันเดียวกับ  $V_1(s)$ ,  $Y_1(s)$  จึงไม่มีผลกับแอดมิตแตนซ์ถ่ายโอน  $y_{21}(s)$  เหตุการณ์ทำนองเดียวกันนี้เกิดขึ้นที่พอร์ตเอาต์พุตของโครงข่ายโดยสมมุติว่าในรูปที่ 4.19 อุปกรณ์ตัวสุดท้ายคือแอดมิตแตนซ์  $Y_2(s)$  ที่ต่อขนานอยู่ สำหรับฟังก์ชันถ่ายโอนซึ่งเอาต์พุตเป็นวงจรมีปิด แรงดันตกคร่อมที่แอดมิตแตนซ์ตัวนี้เป็นศูนย์ ดังนั้น ถึงแม้ว่ามันจะมีผลกับแอดมิตแตนซ์จุดขับ  $y_{22}(s)$  แต่มันก็จะไม่มีผลกับอิมพีแดนซ์ถ่ายโอน  $y_{21}(s)$  ตัวอย่าง ของเรื่องนี้ลองพิจารณาพารามิเตอร์  $y$  ในสมการ (4.47) ของโครงข่ายในรูป 4.17 พารามิเตอร์  $y_{11}(s)$  มีโพลส่วนตัวอยู่ที่จุดอนันต์ แต่ไม่ปรากฏในพารามิเตอร์ถ่ายโอน



รูปที่ 4.19 โพลส่วนตัวซึ่งเกิดจากการกระตุ้นของแหล่งจ่ายแรงดัน

### 4.4.3 เงื่อนไขเศษเหลือ (Residue Condition) สำหรับโพลบนแกน $j\omega$

ณ จุดนี้ อาจจะมีคำถามว่า จะเป็นไปได้ไหมสำหรับการสลับสถานการณ์ที่ได้กล่าวไปแล้ว นั่นคือ สำหรับอิมพีแดนซ์ถ่ายโอน เช่น  $z_{12}(s)$  ซึ่งมีโพลที่ไม่ได้มีใน  $z_{11}(s)$  และ  $z_{22}(s)$  ในการตอบ

คำถามนี้ เราจะเริ่มจากการสมมุติให้โครงข่ายมีความถี่ธรรมชาติบนแกน  $j\omega$  ที่  $s = \pm j\omega_i$  เราสมมุติอีกว่า ฟังก์ชันทั้งหมด  $z_{ij}(s)$  มีโพลที่จุดเหล่านั้น ที่ค่าของ  $s$  ในบริเวณที่  $s = j\omega_i$  จะได้

$$\lim_{s \rightarrow j\omega_i} z_{ij}(s) = \frac{k_{ij}}{s - j\omega_i} \quad (4.48)$$

โดยที่  $k_{ij}$  คือเศษเหลือของ  $z_{ij}(s)$  ที่โพลที่  $s = j\omega_i$  มันจะแสดงว่าเศษเหลือทั้งหลาย  $k_{ij}$  ต้องมีตามความสัมพันธ์กัน (เราสมมุติให้  $k_{12} = k_{21}$  ซึ่งเป็นกรณีของโครงข่ายแพสซีฟเสมอ)

$$k_{11}k_{22} - k_{12}^2 \geq 0 \quad (4.49)$$

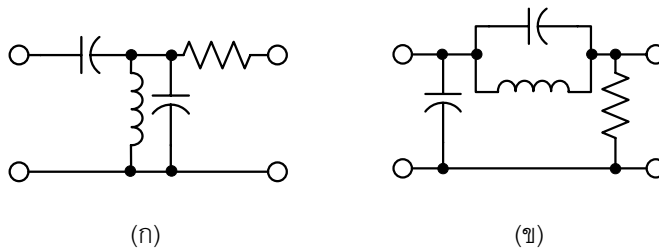
นี่เรียกว่า เงื่อนไขเศษเหลือ มันได้ให้คำตอบต่อคำถามข้างต้น เพราะถ้า  $k_{12}$  ไม่เป็นศูนย์ อสมการ (4.49) ก็ต้องการ  $k_{11}$ ,  $k_{22}$  ไม่เป็นศูนย์เช่นกัน สรุปได้ว่า ถ้า  $z_{12}(s)$  มีโพลบนแกน  $j\omega$  โพลเดียวกันนี้จะต้องปรากฏใน  $z_{11}(s)$  และ  $z_{22}(s)$  ด้วย การวิเคราะห์แบบเดียวกันแสดงให้เห็นถึงข้อจำกัดอย่างเดียวกันสำหรับพารามิเตอร์  $y$  นั่นคือ โพลบนแกน  $j\omega$  ของพารามิเตอร์เหล่านี้จะต้องเป็นไปตามเงื่อนไขเศษเหลือดังสมการที่ (4.49) สังเกตได้ว่า เพราะโพลที่จุดกำเนิดและจุดอนันต์อยู่บนแกน  $j\omega$  เงื่อนไขเศษเหลือจึงต้องสอดคล้องกับโพล ทั้งในพารามิเตอร์  $y$  และ  $z$

ตัวอย่างที่ 4.4-3 (เงื่อนไขเศษเหลือ) พิจารณาโครงข่ายในรูปที่ 4.20 อุปกรณ์ทั้งหมดถูกสมมุติให้มีค่าเป็น 1 สำหรับโครงข่ายในรูป 4.20(ก) เราพบว่า

$$z_{11}(s) = \frac{1}{s} + \frac{s}{s^2 + 1} \quad z_{12}(s) = \frac{s}{s^2 + 1} \quad z_{22}(s) = 1 + \frac{s}{s^2 + 1}$$

สำหรับโพลที่  $s = j1$  เราได้เศษเหลือเป็น  $k_{11} = k_{12} = k_{22} = \frac{1}{2}$  และ สอดคล้องกับเงื่อนไขเศษเหลือดังสมการที่ (4.49) สำหรับโครงข่ายในรูปที่ 4.20(ข) จะได้

$$y_{11}(s) = 2s + \frac{1}{s} \quad y_{12}(s) = -s - \frac{1}{s} \quad y_{22}(s) = s + 1 + \frac{1}{s}$$



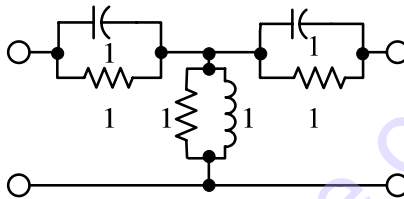
รูปที่ 4.20 ตัวอย่าง ของเงื่อนไขเศษเหลือ

## บทที่ 4 การสังเคราะห์โครงข่ายแพสซีฟ

สำหรับโพลที่  $s = \infty$  เราได้เศษเหลือเป็น  $k_{11} = 2$ ,  $k_{12} = -1$  และ  $k_{22} = 1$  และ สอดคล้องกับเงื่อนไขเศษเหลือดังสมการที่ (4.49)

### 4.4.4 โพลใน $z_{12}(s)$ ไม่ปรากฏใน $z_{11}(s)$ และ $z_{22}(s)$

ตอนนี้ เราจะมาหาคำตอบของปัญหาเดิมกันต่อ นั่นคือ โพลใน  $z_{12}(s)$  จะไม่ปรากฏใน  $z_{11}(s)$  และ  $z_{22}(s)$  ตอนนี้เราจะพิจารณาโพลที่ไม่ได้อยู่บนแกน  $j\omega$  ในกรณีนี้เราจะพบข้อสรุปที่ตรงข้ามกัน นั่นคือ โพลที่ปรากฏใน  $z_{12}(s)$  จะไม่ปรากฏใน  $z_{11}(s)$  และ  $z_{22}(s)$  ตัวอย่างเช่น ในรูปที่ 4.21 ซึ่งมีพารามิเตอร์  $z$  เป็น  $z_{11} = z_{22} = 1$ ,  $z_{12} = s/(s+1)$  เห็นได้ชัดว่า  $z_{12}(s)$  มีโพลที่  $s = -1$  ซึ่งไม่ปรากฏใน  $z_{11}(s)$  หรือ  $z_{22}(s)$  ในกรณีนี้ อิมพีแดนซ์ของกิ่ง RC ที่ต่ออนุกรมและ RL ที่ต่อขนานอยู่ เรียกว่า อิมพีแดนซ์เติมเต็ม (Complementary Impedance) เมื่อผลรวมของมันจะเป็นค่าคงที่



รูปที่ 4.21 โครงข่ายซึ่ง  $z_{12}(s)$  มีโพลที่ไม่ปรากฏใน  $z_{11}(s)$  และ  $z_{22}(s)$

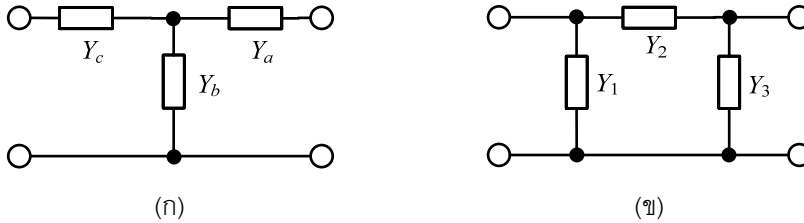
จากที่ผ่านมา เราสรุปได้ว่า ฟังก์ชันจุดขับและฟังก์ชันถ่ายโอนของโครงข่ายมีโพลเดียวกัน ข้อยกเว้นต่างๆ ได้สรุปไว้แล้วดังนี้

**สรุป 4.4-1** กรณีความสัมพันธ์ของพารามิเตอร์จุดขับและพารามิเตอร์ถ่ายโอนต่างๆ สำหรับโครงข่ายโพลของฟังก์ชันจุดขับและฟังก์ชันถ่ายโอนจะเป็นตัวเดียวกัน ยกเว้น

- ถ้าอุปกรณ์ตัวแรกต่ออยู่กับโครงข่ายแบบอนุกรม มันสามารถสร้างโพลส่วนตัวในฟังก์ชันจุดขับซึ่งไม่ปรากฏในฟังก์ชันถ่ายโอน มันจะเกิดขึ้นเมื่อพอร์ตถูกบ่อนอินพุตด้วยแหล่งจ่ายกระแสหรือเมื่อเป็นวงจรเปิด
- ถ้าอุปกรณ์ตัวแรกต่ออยู่กับโครงข่ายแบบขนาน มันสามารถสร้างโพลส่วนตัวในฟังก์ชันจุดขับซึ่งไม่ปรากฏในฟังก์ชันถ่ายโอน มันจะเกิดขึ้นเมื่อพอร์ตถูกบ่อนอินพุตด้วยแหล่งจ่ายแรงดันหรือเมื่อเป็นวงจรปิด
- ถ้าพารามิเตอร์ถ่ายโอนมีโพลบนแกน  $j\omega$  (รวมทั้งจุดกำเนิดและอนันต์) พารามิเตอร์จุดขับก็จะมีโพลนั้นด้วยเหมือนกัน(เงื่อนไขเศษเหลือ)
- ถ้าพารามิเตอร์ถ่ายโอนมีโพลที่ไม่อยู่บนแกน  $j\omega$  โพลนี้ต้องไม่ปรากฏในฟังก์ชันจุดขับ

4.5 คุณสมบัติอื่นๆ ของฟังก์ชันถ่ายโอน

ในหัวข้อที่แล้ว เราใช้พารามิเตอร์  $y$  และ  $z$  เพื่อหาคคุณสมบัติบางอย่างของฟังก์ชันถ่ายโอน เราแสดงให้เห็นว่าฟังก์ชันจุดขับและฟังก์ชันถ่ายโอนสัมพันธ์กันอย่างไร ในหัวข้อนี้ เราจะศึกษาต่อถึงคุณสมบัติของฟังก์ชันถ่ายโอน



รูปที่ 4.22 รูปแบบของโครงข่ายอย่างง่าย (ก) แบบววาย (ข) แบบเดลต้า

4.5.1 เงื่อนไข Fialkow

พิจารณาโครงข่ายแบบ  $Y$  (หรือเรียกอีกอย่างว่าแบบ  $T$ ) ของแพสซีฟแอตมิตแตนซ์  $Y_a(s), Y_b(s), Y_c(s)$  ดังในรูปที่ 4.22(ก) ถ้าเราแปลงวายเป็นเดลต้า (เรียกอีกอย่างหนึ่งว่าแบบ  $\pi$ ) ให้วงจรที่มีค่า  $Y_1(s), Y_2(s)$  และ  $Y_3(s)$  ดังรูปที่ 4.22(ข) เราจะได้

$$Y_d(s) = Y_a(s) + Y_b(s) + Y_c(s) \tag{4.50ก}$$

$$Y_1(s) = \frac{Y_b(s)Y_c(s)}{Y_d(s)} \tag{4.50ข}$$

$$Y_2(s) = \frac{Y_a(s)Y_c(s)}{Y_d(s)} \tag{4.50ค}$$

$$Y_3(s) = \frac{Y_a(s)Y_b(s)}{Y_d(s)} \tag{4.50ง}$$

เพราะว่าแอตมิตแตนซ์ของแบบวายเป็นประเภทแพสซีฟ สัมประสิทธิ์ทั้งหมดของพหุนามตัวเศษและตัวส่วนจึงไม่ติดลบ การดำเนินการในสมการ (4.50) ใช้เพื่อหา  $Y_1(s), Y_2(s), Y_3(s)$  ใช้เฉพาะการคูณและการบวกเท่านั้น ดังนั้นสัมประสิทธิ์ของแอตมิตแตนซ์เหล่านี้จึงต้องไม่ติดลบ (แม้ว่า แอตมิตแตนซ์ไม่จำเป็นต้องแปลงเป็นอุปกรณ์จริงได้)

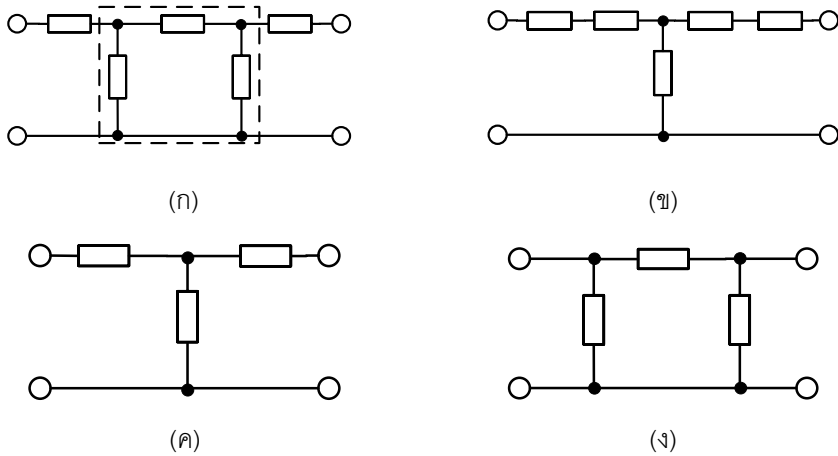
พิจารณาการแปลงตรงกันข้ามกับแบบข้างบน หรือการแปลงเดลต้าเป็นววาย กรณีนี้ ใช้แอตมิตแตนซ์ในรูปที่ 4.22 จะได้ว่า

$$Y_a(s) = \frac{Y_0(s)}{Y_1(s)} \quad Y_b(s) = \frac{Y_0(s)}{Y_2(s)} \quad Y_c(s) = \frac{Y_0(s)}{Y_3(s)} \tag{4.51ก}$$

โดยที่  $Y_0(s) = Y_1(s)Y_2(s) + Y_1(s)Y_3(s) + Y_2(s)Y_3(s)$  (4.51ข)

เราจะเห็นว่าสมการที่ใช้ในการแปลงยังต้องมีค่าสัมประสิทธิ์ของแอตมิตแตนซ์  $Y_a(s), Y_b(s)$  และ  $Y_c(s)$  เป็นบวก

บทที่ 4 การสังเคราะห์โครงข่ายแพสซีฟ



รูปที่ 4.23 การลดรูปโครงข่ายที่ซ้อนกันเป็นชั้นบันได

การแปลงทั้งสองที่ได้บรรยายไว้แล้วนั้น สามารถใช้ลดรูปของโครงข่ายที่ซ้อนกันเป็นชั้น (โครงข่ายที่ประกอบด้วยกิ่งที่ขนานและอนุกรมกันอยู่) ให้เป็นแบบเดลต่างๆ ได้ ซึ่งจะต้องมีเฉพาะ แอดมิตแดนซ์ที่สัมพันธ์ไม่ติดลบ ตัวอย่าง เช่น พิจารณาโครงข่ายที่ซ้อนกันเป็นชั้นในรูปที่ 4.23(ก) ถ้าเราแปลงเดลต่ำเป็นวายกับส่วนที่อยู่ในเส้นประ จะได้ผลดังรูปที่ 4.23(ข) อิมพีแดนซ์ที่อนุกรมกัน สามารถรวมกันได้ กลายเป็นรูป 4.23(ค) ผลลัพธ์ของการแปลงวายเป็นเดลต่ำจะได้โครงข่ายแบบ เดลต่ำอย่างง่ายดังรูปที่ 4.23(ง)

จากนั้น หาพารามิเตอร์  $y$  ของโครงข่ายที่ได้ข้างบน ใช้ชื่อแต่ละตัวเหมือนกับรูป 4.22(ข) จะได้

$$y_{11}(s) = Y_1(s) + Y_2(s) \quad (4.52ก)$$

$$y_{12}(s) = -Y_2(s) \quad (4.52ข)$$

$$y_{22}(s) = Y_2(s) + Y_3(s) \quad (4.52ค)$$

แก้สมการจะได้

$$Y_1(s) = y_{11}(s) + y_{12}(s) \quad (4.53ก)$$

$$Y_2(s) = -y_{12}(s) \quad (4.53ข)$$

$$Y_3(s) = y_{22}(s) + y_{12}(s) \quad (4.53ค)$$

สรุปได้ว่า พหุนามตัวเศษและตัวส่วนของ  $-y_{12}(s), y_{11}(s) + y_{12}(s), y_{22}(s) + y_{12}(s)$  ของโครงข่ายแพสซีฟต้องมีสัมประสิทธิ์ไม่ติดลบ สมมติให้พารามิเตอร์  $y$  มีรูปเป็น

$$-y_{12}(s) = \frac{a_0 + a_1s + \dots + a_n s^n}{D(s)} \quad (4.54ก)$$

$$y_{11}(s) = \frac{b_0 + b_1s + \dots + b_n s^n}{D(s)} \quad (4.54ข)$$

$$y_{22}(s) = \frac{c_0 + c_1s + \dots + c_n s^n}{D(s)} \quad (4.54ค)$$

จากสมการ (4.53) สัมประสิทธิ์  $a_i$  ของตัวเศษของ  $-y_{12}(s)$  จะต้องเป็นบวก (หรือศูนย์) ทั้งหมด จากสมการ (4.54) เราจะได้

$$y_{11}(s) + y_{12}(s) = \frac{(b_0 - a_0) + (b_1 - a_1)s + \dots + (b_n - a_n)s^n}{D(s)} \quad (4.55ก)$$

$$y_{22}(s) + y_{12}(s) = \frac{(c_0 - a_0) + (c_1 - a_1)s + \dots + (c_n - a_n)s^n}{D(s)} \quad (4.55ข)$$

นำไปแทนในสมการ (4.53) จะเห็นว่าไม่มี  $(b_i - a_i)$  หรือ  $(c_i - a_i)$  ที่จะติดลบได้ ดังนั้นเราจึงพบเงื่อนไขว่า

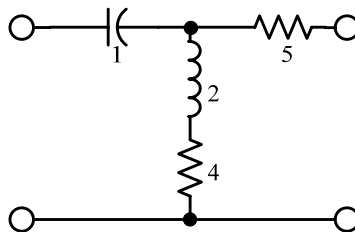
$$(b_i \geq a_i), (c_i \geq a_i) \quad i = 0, 1, 2, \dots, n$$

สรุปได้ว่า สำหรับโครงข่ายแพสซีฟ สัมประสิทธิ์ของตัวเศษของแอดมิตแตนซ์ถ่ายโอน  $-y_{12}(s)$  จะต้องเป็นบวกหรือศูนย์เท่านั้น และจะต้องน้อยกว่าสัมประสิทธิ์ตัวเศษของ  $y_{11}(s)$  และ  $y_{22}(s)$  ด้วย หากพิสูจน์แบบเดียวกันจะพบว่า สัมประสิทธิ์ของตัวเศษของ  $z_{12}(s)$  จะต้องเป็นบวกหรือศูนย์เท่านั้น และจะต้องน้อยกว่าสัมประสิทธิ์ตัวเศษของ  $z_{11}(s)$  และ  $z_{22}(s)$  ด้วย ผลลัพธ์นี้เรียกว่า เงื่อนไข Fialkow เนื่องจากไม่มีสัมประสิทธิ์ที่จะติดลบได้ มันจึงเป็นไปตามทฤษฎีเครื่องหมายของ Descartes ซึ่งไม่รวมถึงซีโรบนแกนจริงบวก

ตัวอย่างที่ 4.5-1 (ตัวอย่างของเงื่อนไข Fialkow) พิจารณาโครงข่ายในรูป 4.24 พารามิเตอร์  $z$  เป็นดังนี้

$$Z(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} + 2s + 4 & 2s + 4 \\ 2s + 4 & 2s + 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2s^2 + 4s + 1}{s} & \frac{2s^2 + 4s}{s} \\ \frac{2s^2 + 4s}{s} & \frac{2s^2 + 9s}{s} \end{bmatrix}$$

ซึ่งข้างขวาของสมการเราได้ใส่พารามิเตอร์  $z$  ทั้งหมดบนตัวส่วนร่วม โปรดสังเกตว่า สัมประสิทธิ์ของตัวเศษของ  $z_{11}(s)$  และ  $z_{22}(s)$  มากกว่าหรือเท่ากับสัมประสิทธิ์ของ  $z_{12}(s)$



$$b_i \geq a_i |$$

$$c_i \geq a_i |$$

รูปที่ 4.24 ตัวอย่าง โครงข่ายสำหรับเงื่อนไข Fialkow

#### 4.5.2 ฟังก์ชันถ่ายโอนไร้มิติ (ไม่มีหน่วย)

โดยทั่วไป เป็นเรื่องปกติที่จะกำหนดให้อินพุตอยู่ทางด้านซ้ายของโครงข่าย 2 พอร์ต และ เอาท์พุตอยู่ด้านขวา วิธีดั้งเดิมนี้ตรงกับนิยามของพารามิเตอร์ถ่ายโอน  $z_{21}(s)$  และ  $y_{21}(s)$  ซึ่งสำหรับ โครงข่ายแพสซีฟ มันจะเท่ากับ  $z_{12}(s)$  และ  $y_{12}(s)$  นอกจากนี้ ยังมีอีก 2 ฟังก์ชันถ่ายโอนพื้นฐานที่ พบบ่อย ตัวแรกคือ ฟังก์ชันแรงดันถ่ายโอนไร้มิติ ซึ่งเป็นความสัมพันธ์จากแรงดันเอาท์พุต  $V_2(s)$  ไปยัง แรงดันอินพุต  $V_1(s)$  แรงดันเอาท์พุตนั้นวัดภายใต้เงื่อนไขที่ไม่มีกระแสไหลจากขั้วเอาท์พุต นั่นคือ ขั้วนี้ เป็นวงจรเปิด ดังนั้น ฟังก์ชันถ่ายโอนนี้จึงเรียกว่า ฟังก์ชันแรงดันถ่ายโอนวงจรเปิด ใช้สัญลักษณ์  $V_{oc}(s)$  มีความสัมพันธ์โดยตรงกับพารามิเตอร์  $y$  และ  $z$  ดังนี้

$$V_{oc}(s) = \frac{z_{21}(s)}{z_{11}(s)} = \frac{-y_{21}(s)}{y_{22}(s)} \quad (4.56)$$

เพื่อจะหาตำแหน่งโพลของฟังก์ชันถ่ายโอน เราจะนิยาม

$$z_{11}(s) = \frac{N_{11}(s)}{P(s)D(s)} \quad z_{21}(s) = \frac{N_{21}(s)}{D(s)} \quad (4.57)$$

ซึ่ง  $P(s)$  คือ พหุนามที่มีโพลส่วนตัว (ถ้ามี) ของ  $z_{11}(s)$   $D(s)$  คือ พหุนามที่มีความถี่ธรรมชาติ ตัวอื่นๆ  $N_{11}(s), N_{21}(s)$  คือพหุนามตัวเศษของ  $z_{11}(s)$  และ  $z_{21}(s)$  แทนสมการนี้ในสมการที่ (4.56) จะได้

$$V_{oc}(s) = \frac{P(s)N_{21}(s)}{N_{11}(s)} \quad (4.58)$$

ดังนั้น จะเห็นว่า โพลของ  $V_{oc}(s)$  คือซีโโรของพารามิเตอร์จุดขับ เพราะมันมีคุณสมบัติที่ใช่ สำหรับฟังก์ชันจุดขับของโครงข่ายหลายๆ แบบ ซีโโรของ  $V_{oc}(s)$  มาจาก 2 ที่ ที่แรกคือซีโโรของ พารามิเตอร์ถ่ายโอนซึ่งได้อธิบายไปแล้ว เกิดขึ้นที่ใดก็ได้ในระนาบความถี่เชิงซ้อนนอกจากนี้ ยังรวมถึง โพลส่วนตัวของพารามิเตอร์จุดขับ อีกที่หนึ่งคือสัมประสิทธิ์ของพหุนาม  $P(s)N_{21}(s)$  และ  $N_{11}(s)$  ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไข Fialkow สมการที่ (4.55)

ฟังก์ชันถ่ายโอนไร้มิติตัวที่สองคือ ฟังก์ชันกระแสถ่ายโอน ซึ่งเป็นอัตราส่วนของกระแสเอาท์พุต  $I_2(s)$  ต่อกระแสอินพุต  $I_1(s)$  โดยที่กระแสเอาท์พุตถูกวัดภายใต้เงื่อนไขว่าต้องไม่มี แรงดันที่ขั้ว เอาท์พุต นั่นคือ ขั้วนี้เป็นวงจรปิด ดังนั้นจึงเรียกว่าฟังก์ชันกระแสถ่ายโอนวงจรปิด ใช้สัญลักษณ์  $I_{sc}(s)$  ซึ่งเป็นดังนี้

$$I_{sc}(s) = \frac{-z_{21}(s)}{z_{22}(s)} = \frac{y_{21}(s)}{y_{11}(s)} \quad (4.59)$$

ข้อสรุปเกี่ยวกับตำแหน่งของโพลและซีโรของ  $V_{OC}(s)$  และข้อกำหนดต่างๆ ตามเงื่อนไข Fialkow นำมาใช้กับ  $I_{SC}(s)$  ได้เช่นกัน

### 4.5.3 เงื่อนไขส่วนจริง

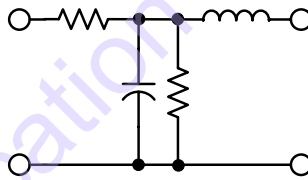
คุณสมบัติสำคัญของฟังก์ชันโครงข่ายทั้งหลายเกี่ยวข้องกับพฤติกรรมของส่วนจริง เมื่อมันทั้งหลายถูกประเมินค่าบนแกน  $j\omega$  สำหรับฟังก์ชันจุดขับ ค่าที่เป็นลบของส่วนจริงที่ความถี่ใดๆ เป็นผลมาจากพลังงานที่โครงข่ายจ่ายไปยังแหล่งจ่าย ซึ่งมันเป็นไปไม่ได้สำหรับโครงข่ายแบบแพสซีฟ เพราะสำหรับโครงข่ายแพสซีฟใดๆ เงื่อนไขที่จำเป็นคือ  $\text{Re } Z(j\omega) \geq 0$  และ  $\text{Re } Y(j\omega) \geq 0$  สำหรับอิมิตแดนซ์จุดขับใดๆ เงื่อนไขพลังงานก็จะถูกจำกัดบนส่วนจริงของอิมิตแดนซ์ถ่ายโอนของโครงข่ายแพสซีฟเช่นกัน พารามิเตอร์  $z$  ของโครงข่ายจะต้องสอดคล้องกับ

$$\text{Re } z_{11}(j\omega) \text{Re } z_{22}(j\omega) - [\text{Re } z_{21}(j\omega)]^2 \geq 0 \quad (4.60)$$

เช่นเดียวกัน สำหรับพารามิเตอร์  $y$

$$\text{Re } y_{11}(j\omega) \text{Re } y_{22}(j\omega) - [\text{Re } y_{21}(j\omega)]^2 \geq 0 \quad (4.61)$$

เงื่อนไขนี้เรียกว่าเงื่อนไขส่วนจริง



รูปที่ 4.25 ตัวอย่าง โครงข่ายสำหรับเงื่อนไขส่วนจริง

ตัวอย่างที่ 4.5-2 (เงื่อนไขส่วนจริง) จากรูปที่ 4.25 สมมุติให้อุปกรณ์ทั้งหมดมีค่าเป็น 1 จะได้

$$\text{Re } z_{11}(j\omega) = \text{Re} \left[ \frac{s+2}{s+1} \right]_{s=j\omega} = \frac{2+\omega^2}{1+\omega^2}$$

$$\text{Re } z_{21}(j\omega) = \text{Re} \left[ \frac{1}{s+1} \right]_{s=j\omega} = \frac{1}{1+\omega^2}$$

$$\text{Re } z_{22}(j\omega) = \text{Re} \left[ s + \frac{1}{s+1} \right]_{s=j\omega} = \frac{1}{1+\omega^2}$$

ซึ่งสอดคล้องกับสมการที่ (4.60)

พิจารณาพฤติกรรมที่เป็นไปได้ของ  $V_{OC}(s)$  ที่จุดกำเนิด นั่นคือ ที่  $s=0$  จากสมการ (4.56) เพื่อที่จะมีโพล ซึ่งจะต้องทำให้  $z_{11}(s)$  เป็นศูนย์ และ  $z_{21}(s)$  ไม่เป็นศูนย์ นั่นคือ เพื่อจะมีโพล หรือ

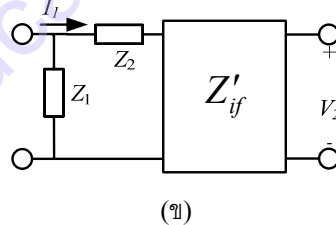
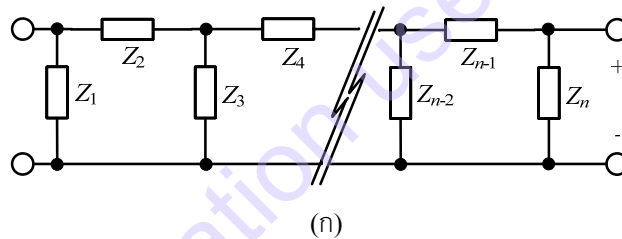
#### บทที่ 4 การสังเคราะห์โครงข่ายแพสซีฟ

เป็นค่าคงที่ อย่างไรก็ตาม โพลของ  $z_{21}(s)$  ก็จะละเมิดเงื่อนไขเศษเหลือของสมการ (4.55) ในหัวข้อ 4.4 ขณะที่ค่าคงที่จะละเมิดเงื่อนไขส่วนจริงของสมการที่ (4.60) ดังนั้น สรุปได้ว่า ถ้า  $z_{11}(0)$  เป็นศูนย์  $z_{21}(0)$  ต้องเป็นศูนย์เช่นเดียวกัน และดังนั้น  $V_{OC}(s)$  จึงไม่สามารถมีโพลที่จุดกำเนิดได้ เช่นกัน โพลที่จุดอนันต์ก็ถูกห้ามด้วย ตำแหน่งเหล่านี้ของโพลเป็นไปไม่ได้ในฟังก์ชันถ่ายโอน  $I_{SC}(s)$

#### 4.5.4 โครงข่ายชั้นบันได

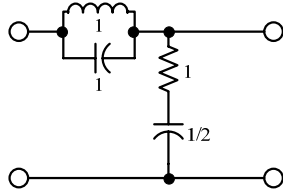
ในหัวข้อก่อนหน้านี้ เราได้แนะนำคุณลักษณะบางประการของฟังก์ชันถ่ายโอน คุณสมบัติบางอย่างเป็นผลมาจากลักษณะทางโครงสร้าง หรือ รูปแบบการเชื่อมต่อของอุปกรณ์เนื่องจากการแปลงฟังก์ชันถ่ายโอนให้เป็นวงจรถริง รูปแบบที่ใช้บ่อยก็คือ *โครงข่ายชั้นบันได* ซึ่งเป็นการต่ออนุกรมและขนานสลับกันดังรูปที่ 4.26(ก) เพื่อที่จะบรรยายคุณสมบัติของการต่อแบบนี้ เราจะแสดงเฉพาะสองกิ่งแรก และ ให้ส่วนที่เหลือเป็นพารามิเตอร์  $z'_{ij}(s)$  ดังในรูปที่ 4.26(ข) สำหรับโครงข่ายทั้งหมด จะพบว่า

$$z_{21}(s) = \frac{V_2(s)}{I_1(s)} = \frac{z'_{21}(s)Z_1(s)}{z'_{11}(s) + Z_2(s) + Z_1(s)} \quad (4.62)$$



รูปที่ 4.26 โครงข่ายชั้นบันได

จากการตรวจสอบความสัมพันธ์นี้ สรุปได้ว่าซีโรของ  $z_{21}(s)$  สามารถเกิดที่ค่าใดก็ได้ของ  $s$  ที่ซึ่ง 1)  $z'_{21}(s)$  เป็นศูนย์, 2)  $Z_1(s)$  เป็นศูนย์ [และ  $z'_{11}(s) + Z_2(s)$  ไม่เป็นศูนย์] หรือ 3)  $Z_1(s)$  เป็นอนันต์ มันง่ายที่จะแสดงว่าอุปกรณ์ที่ขนานและอนุกรมตัวต่อๆ มาในชั้นบันไดจะให้ผลเหมือนกันกับ  $Z_1(s)$  และ  $Z_2(s)$  ดังนั้น โดยทั่วไป โพลของอิมพีแดนซ์ที่อนุกรมกันและซีโรของอิมพีแดนซ์ที่ขนานกัน (โพลของแอดมิตแตนซ์ขนานกัน) จะสร้างซีโรส่งผ่านในโครงข่ายชั้นบันได เพราะแต่ละโพลและ ซีโรของฟังก์ชันจุดขับเหล่านั้นจะถูกบังคับให้อยู่ในซีกซ้ายของระนาบ และ อยู่บนแกน  $j\omega$  ดังนั้น ซีโรส่งผ่านของโครงข่ายชั้นบันไดจะอยู่ได้แต่ในบริเวณนี้เท่านั้น ซึ่งซีโรส่งผ่านสามารถมีได้หลายตัว

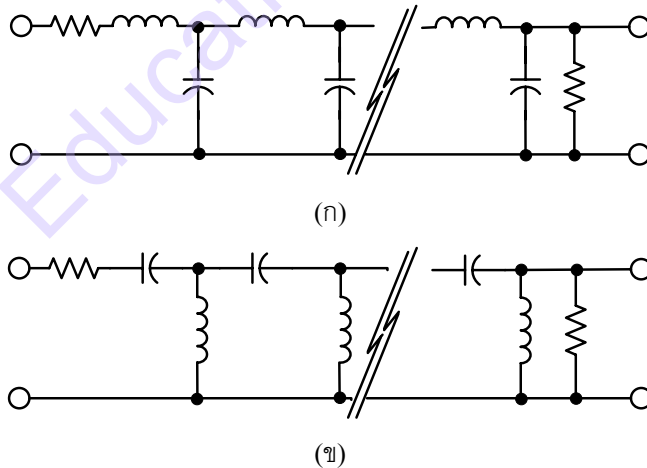


รูปที่ 4.27 โครงข่ายขั้นบันไดสำหรับตัวอย่าง 4.5-3

ตัวอย่างที่ 4.5-3 (ซีโรส่งผ่านของโครงข่ายขั้นบันได) พิจารณาโครงข่ายในรูปที่ 4.27 อิมพีแดนซ์ของตัวต้านทานที่ต่ออนุกรมกับตัวเก็บประจุเป็นฟังก์ชันนาคามีค่าเท่ากับ  $(s+2)/s$  ดังนั้น พารามิเตอร์ถ่ายโอน  $z_{21}(s)$  จะมีซีโรที่  $s = -2$  ซีโรนี้จะปรากฏในฟังก์ชันถ่ายโอนใดๆ ที่เอาต์พุตเป็นวงจรมืด ซึ่งก็จะปรากฏใน  $V_{oc}(s)$  เช่นกัน ซีโรนี้จะไม่ปรากฏในฟังก์ชันถ่ายโอนที่เอาต์พุตหรือกิ่งเป็นวงจรมืด เช่น  $y_{21}(s)$  และ  $I_{sc}(s)$  ส่วนกิ่งอนุกรมที่เป็นขดลวดเหนี่ยวนำกับตัวเก็บประจุขนานกันมีอิมพีแดนซ์เท่ากับ  $s/(s^2+1)$  และจะสร้างซีโรส่งผ่านที่  $s = \pm j1$  ในฟังก์ชันถ่ายโอนใดๆ ที่ใช้อินพุตเป็นแรงดัน นั่นหมายความว่าซีโรเหล่านี้จะปรากฏใน  $y_{21}(s)$  และ  $V_{oc}(s)$  มันจะไม่ปรากฏในฟังก์ชันถ่ายโอนใดๆ ดังที่แสดงให้เห็นในเรื่องโพลส่วนตัวจากหัวข้อ 4.4 ซึ่งมีอินพุตเป็นเป็นกระแส ดังนั้นมันก็จะไม่ปรากฏใน  $z_{21}(s)$  หรือ  $I_{sc}(s)$  เพื่อให้เห็นภาพดียิ่งขึ้น ฟังก์ชันถ่ายโอนจริงๆ ของวงจรมืดเป็นดังนี้

$$V_{oc}(s) = \frac{(s+2)(s^2+1)}{s^3+3s^2+s+2} \qquad y_{21}(s) = \frac{s^2+1}{s}$$

$$I_{sc}(s) = -1 \qquad z_{21}(s) = \frac{s+2}{s}$$



รูปที่ 4.28 โครงข่ายขั้นบันไดทั่วไป (ก) กรองความถี่ต่ำผ่าน (ข) กรองความถี่สูงผ่าน

ตัวอย่างอื่นๆ ที่พบเป็นปกติของโครงข่ายขั้นบันไดแสดงในรูปที่ 4.28(ก) โพลของอิมพีแดนซ์อนุกรมและซีโรของอิมพีแดนซ์ขนานอยู่ที่อนันต์ทุกตัว ดังนั้น โครงข่ายนี้จึงมีซีโรส่งผ่านทุกตัวอยู่ที่อนันต์ นั่นคือ มัน

## บทที่ 4 การสังเคราะห์โครงข่ายแพลซีฟ

เป็นวงจรรวมที่ต่ำผ่าน เช่นกัน โครงข่ายชั้นบันไดในรูปที่ 4.28(ข) มีซีโรส่งผ่านทั้งหมดอยู่ที่จุดกำเนิด ดังนั้นจึงเป็นวงจรรวมที่ส่งผ่าน

ข้อสรุปซึ่งพิจารณาจากตำแหน่งของโพลและซีโรสำหรับโครงข่ายหลายๆ แบบได้ให้ไว้ในตาราง 4.5-1 ในหัวข้อต่อไปเราจะแสดงบางวิธีสำหรับแปลงฟังก์ชันถ่ายโอนเป็นวงจรรวมจริง

ตาราง 4.5-1 (ก) ตำแหน่งของโพลและซีโร

ฟังก์ชันโครงข่าย	LC <sup>(1)</sup>		RC หรือ RL <sup>(1)</sup>	
	โพล	ซีโร	โพล	ซีโร
จุดขับ	อันดับอย่างง่าย บนแกน $j\omega$ <sup>(2)</sup>	อันดับอย่างง่าย บนแกน $j\omega$ <sup>(2)</sup>	อันดับอย่างง่าย แกนจริงลบ <sup>(3)</sup>	อันดับอย่างง่าย บนแกนจริงลบ <sup>(4)</sup>
ฟังก์ชันถ่ายโอนของ โครงข่ายชั้นบันได	อันดับอย่างง่าย บนแกน $j\omega$ <sup>(7)</sup>	อันดับใดๆบนแกน $j\omega$ <sup>(2)</sup>	อันดับอย่างง่าย บนแกนจริงลบ <sup>(7)</sup>	อันดับใดๆบนแกน จริงลบ <sup>(2)</sup>
ฟังก์ชันถ่ายโอนทั่วไป	อันดับอย่างง่าย บนแกน $j\omega$ <sup>(7)</sup>	อันดับใดๆบนแกน $j\omega$ <sup>(2)</sup> ; สมมาตรทั้ง ในครึ่งซ้ายและ ขวาของระนาบ	อันดับอย่างง่าย บนแกนจริงลบ <sup>(7)</sup>	อันดับใดๆบนครึ่ง ซ้ายหรือขวาของ ระนาบ <sup>(2)(8)</sup>

ตารางที่ 4.5-1 (ข) ตำแหน่งของโพลและซีโร

ฟังก์ชันโครงข่าย	RLC <sup>(1)</sup>	
	โพล	ซีโร
จุดขับ	อันดับใดๆ บนครึ่งซ้ายของ ระนาบ <sup>(5)</sup>	อันดับใดๆ บนครึ่งซ้ายของระนาบ <sup>(6)</sup>
ฟังก์ชันถ่ายโอนของโครงข่าย ชั้นบันได	อันดับใดๆ บนครึ่งซ้ายของ ระนาบ <sup>(5)(7)</sup>	อันดับใดๆ บนครึ่งซ้ายของระนาบ หรือ บนแกน $j\omega$ <sup>(2)</sup>
ฟังก์ชันถ่ายโอนทั่วไป	อันดับใดๆ บนครึ่งซ้ายของ ระนาบ <sup>(5)(7)</sup>	อันดับใดๆ บนครึ่งซ้ายหรือขวาของ ระนาบ <sup>(2)(8)</sup>

<sup>1</sup> ยกเว้นกรณีเหนี่ยวนำแบบหม้อแปลง

<sup>2</sup> รวมทั้งจุดกำเนิดและอนันต์

<sup>3</sup> รวมทั้งจุดกำเนิดสำหรับอิมพีแดนซ์ RC และแอดมิตแตนซ์ RL และ จุดอนันต์สำหรับแอดมิตแตนซ์ RC และอิมพีแดนซ์ RL

<sup>4</sup> รวมทั้งจุดอนันต์สำหรับอิมพีแดนซ์ RC และแอดมิตแตนซ์ RL และ จุดกำเนิดสำหรับแอดมิตแตนซ์ RC และอิมพีแดนซ์ RL

<sup>5</sup> โพลใดๆ บนแกน  $j\omega$  ต้องเป็นอันดับอย่างง่าย

<sup>6</sup> ซีโรใดๆ บนแกน  $j\omega$  ต้องเป็นอันดับอย่างง่าย

<sup>7</sup> อิมพีแดนซ์ถ่ายโอนอาจจะมีโพลที่จุดกำเนิดและอนันต์ แต่ฟังก์ชันถ่ายโอนไร้มิติอาจไม่มี

<sup>8</sup> ยกเว้นแกนจริงบวก เว้นแต่ถ้าเป็นโครงข่ายสมมูล

4.6 การสังเคราะห์ของฟังก์ชันถ่ายโอนโดยใช้โครงข่ายชั้นบันไดแบบไร้การสูญเสีย

ในหัวข้อที่แล้ว เราได้พูดถึงคุณสมบัติของฟังก์ชันถ่ายโอน ในหัวข้อนี้ เราจะใช้คุณสมบัติเหล่านั้นเพื่อนำเสนอเทคนิคการสังเคราะห์วงจรโดยใช้โครงข่ายชั้นบันได ซึ่งตัววงจรเองจะถูกบังคับให้ใช้เฉพาะตัวเก็บประจุและขดลวดเหนี่ยวนำ ดังนั้นจึงถูกเรียกว่า ชั้นบันไดแบบไร้การสูญเสีย จากหัวข้อ

4.5 ซีโรส่งผ่านทุกตัวของแต่ละวงจรชั้นบันไดต้องอยู่บนแกน  $j\omega$  (รวมทั้งจุดกำเนิดและอนันต์) ในทางปฏิบัติ ที่ขั้วเอาต์พุตของวงจรจะมีตัวต้านทานที่ต่อเป็นโหลดอยู่ ดังนั้น ความถี่ธรรมชาติของวงจรทั้งหมดจะเป็นของวงจร RLC นั่นคือ ซีโรจะอยู่ที่ไหนก็ได้ในครึ่งซ้ายของระนาบ

4.6.1 พหุนาม Hurwitz

ในขั้นต้นที่ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสังเคราะห์ เราจะสำรวจคุณสมบัติของพหุนามซึ่งมีรากทั้งหมดเป็นจริงลบ พหุนามนั้นจะมีเฉพาะสัมประสิทธิ์ที่เป็นบวก นอกจากนี้ยังไม่มีสัมประสิทธิ์ที่เป็นศูนย์ด้วยพหุนามนั้นเรียกว่า พหุนาม Hurwitz ตัวอย่าง เช่น

$$P(s) = s^4 + 4s^3 + 7s^2 + 6s + 2 = (s^2 + 2s + 2)(s + 1)^2 \tag{4.63}$$

มีรากอย่างง่ายที่  $s = -1 \pm j1$  และมีรากอันดับสองที่  $s = -1$  ดังนั้นมันเป็นพหุนาม Hurwitz

ตัวอย่างที่ 4.6-1 (พหุนาม Hurwitz) ตัวอย่าง บางอันของพหุนามที่เป็น Hurwitz และไม่

พหุนาม	คำตอบ
$P_1(s) = s^3 + 2s^2 + 2s + 1$	Hurwitz; มีซีโรที่ $s = -1$ และ $-0.5 \pm j\sqrt{3}/2$
$P_2(s) = s^3 + s^2 + s + 1$	ไม่เป็น Hurwitz; มีซีโรบนแกน $j\omega$ ที่ $s = \pm j1$
$P_3(s) = s^3 + 3s^2 + 3s + 1$	Hurwitz; มีซีโรอันดับสามที่ $s = -1$
$P_4(s) = s^3 + 0.8s^2 + 0.81s + 1.01$	ไม่เป็น Hurwitz; มีซีโรที่ $s = 0.1 \pm j1$

ตอนนี้ เราจะให้ 
$$P(s) = m(s) + n(s) \tag{4.64}$$

ซึ่ง  $P(s)$  เป็นพหุนาม Hurwitz และพหุนาม  $m(s)$  กำหนดให้เป็นส่วนคู่ของ  $P(s)$  (เช่น เป็นพหุนามที่มีแต่เทอมกำลังคู่) และพหุนาม  $n(s)$  กำหนดให้เป็นส่วนคี่ของ  $P(s)$  ตัวอย่าง เช่น ในสมการที่ (4.63) เราจะได้

$$m(s) = s^4 + 7s^2 + 2 \quad n(s) = 4s^3 + 6s \tag{4.65}$$

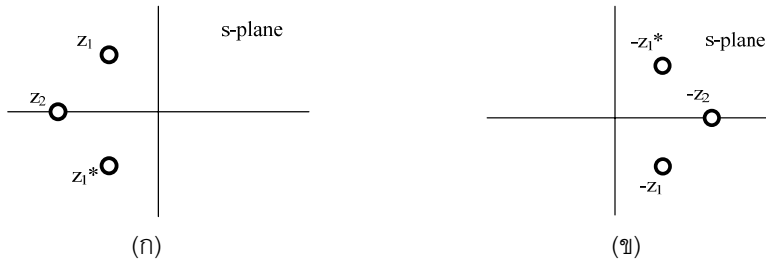
ทำให้เป็นรูปทั่วไป เราจะเขียนได้เป็น

$$m(s) = \frac{1}{2}[P(s) + P(-s)] \quad n(s) = \frac{1}{2}[P(s) - P(-s)] \tag{4.66}$$

ซึ่ง  $P(-s)$  คือพหุนาม  $P(s)$  ที่แทน  $s$  ด้วย  $-s$  ตัวอย่าง เช่น จากสมการที่ (4.1) จะได้

บทที่ 4 การสังเคราะห์โครงข่ายแพสซีฟ

$$P(-s) = s^4 - 4s^3 + 7s^2 - 6s + 2 \quad (4.67)$$



รูปที่ 4.29 ซีโรของ  $P(s)$  และ  $P(-s)$

ซีโรของ  $P(-s)$  ได้จากการสะท้อนซีโรของ  $P(s)$  (ซึ่งทั้งหมดอยู่ในครึ่งซ้ายของระนาบ) ผ่านจุดกำเนิดเป็นแกนสมมาตร ตัวอย่าง กลุ่มของซีโรแสดงในรูปที่ 4.29 ดังนั้น ซีโรของ  $P(-s)$  จึงเกิดเฉพาะในครึ่งขวาของระนาบ ดังตัวอย่าง พิสูจน์ได้ว่าพหุนามใน (4.67) มีรากอย่างง่ายที่  $s = 1 \pm j1$  และ รากอันดับสองเป็น  $s = 1$  ตอนนี้ เราจะนิยามฟังก์ชัน  $N(s)$  ให้เป็นอัตราส่วนของพหุนามคู่และคี่  $m(s)$  และ  $n(s)$  ของสมการที่ (4.64) ดังนั้นจะได้

$$N(s) = \frac{m(s)}{n(s)} = \frac{P(s) + P(-s)}{P(s) - P(-s)} = \frac{P(s)/P(-s) + 1}{P(s)/P(-s) - 1} \quad (4.68)$$



รูปที่ 4.30 ขนาดของ  $P(s_0)$  และ  $P(-s_0)$

ถ้าเราหาค่าของ  $P(s)$  และ  $P(-s)$  ที่บางจุด  $s_0$  ในครึ่งขวาของระนาบ จากนั้นดังในรูปที่ 4.30 (ก) ขนาดของ  $P(s_0)$  จะได้จากผลคูณของ  $I_1, I_2$  และ  $I_3$  ซึ่งเป็นเวกเตอร์ความยาวจากซีโรของ  $P(s)$  ไปยัง  $s_0$  (สมมติให้สัมประสิทธิ์ของเทอมกำลังสูงสุดใน  $P(s)$  เป็น 1) ขณะที่ขนาดของ  $P(-s_0)$  ก็ได้จากผลคูณของความยาวเวกเตอร์  $I_a, I_b$  และ  $I_c$  เปรียบเทียบความยาวเหล่านี้ เราจะพบว่า

$$\left| \frac{P(s)}{P(-s)} \right| \geq 1 \quad \text{สำหรับ } \text{Re } s \geq 0 \quad (4.69)$$

นี่เป็นการแสดงว่าพหุนามใดๆ เป็นพหุนาม Hurwitz อย่างถูกต้อง จากนั้นให้  $P(s)/P(-s) = U + jV$  ส่วนจริงของฟังก์ชัน  $N(s)$  จากสมการ (4.68) จะเขียนได้เป็น

$$\operatorname{Re} N(s) = \operatorname{Re} \frac{U + jV + 1}{U + jV - 1} = \frac{U^2 + V^2 - 1}{(U - 1)^2 + V^2} \quad (4.70)$$

ในข้างขวาของความสัมพันธ์นี้ เทอม  $U^2 + V^2$  เขียนให้่ง่ายคือ  $|P(s)/P(-s)|^2$  จาก (4.69) นั้นเอง ซึ่งมากกว่าหรือเท่ากับ 1 สำหรับ  $\operatorname{Re} s \geq 0$  แทนผลที่ได้นี้กับสมการที่ (4.70) จะได้

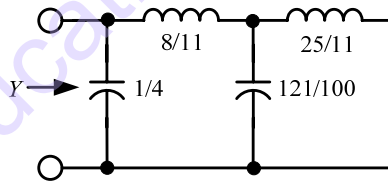
$$\operatorname{Re} N(s) \geq 0 \quad \text{สำหรับ} \quad \operatorname{Re} s \geq 0 \quad (4.71)$$

แสดงให้เห็นว่า ผลลัพธ์นี้เพียงพอที่จะรับประกันว่าสามารถแปลงเป็นวงจรจริงด้วยฟังก์ชันจุดขั้ว  $N(s)$  นอกจากนี้ เพราะ  $N(s)$  เป็นฟังก์ชันอัตราส่วนที่แสดงในหัวข้อ 4.2 มันจึงเป็นฟังก์ชันจุดขั้วของวงจร LC สรุปได้ว่า อัตราส่วนของส่วนคู่และส่วนคี่ (หรือส่วนคี่และส่วนคู่) ของพหุนาม Hurwitz สามารถแปลงเป็นวงจรจริงได้เป็นแบบอิมมิตแดนซ์จุดขั้วของวงจร LC

ตัวอย่างที่ 4.6-2 (ฟังก์ชันจุดขั้วของวงจร LC ที่แปลงเป็นวงจรจริงได้ของอัตราส่วนของส่วนคู่และคี่ของพหุนาม Hurwitz) ใช้พหุนาม  $P(s)$  ที่ให้ในสมการที่ (4.63) และ ส่วนคู่และคี่ในสมการที่ (4.65) ใช้อัตราส่วนของส่วนคู่ต่อส่วนคี่ให้เป็นแอดมิตแดนซ์และทำการกระจายการแยกต่อเนื่อง จะได้

$$Y(s) = \frac{m(s)}{n(s)} = \frac{s^4 + 7s^2 + 2}{4s^3 + 6s} = \frac{s}{4} + \frac{1}{8s/11 + \frac{1}{121s/100 + \frac{1}{25s/11}}}$$

ซึ่งมีวงจรแสดงดังในรูปที่ 4.31



รูปที่ 4.31 วงจรจุดขั้วของ LC ของตัวอย่างที่ 4.6-2

แบบฝึกหัด 4.6-1 จงกระจายส่วนคี่ต่อส่วนคู่ของพหุนามในตัวอย่างที่ 4.6-1 ในรูปของการกระจายการแยกต่อเนื่อง รวมทั้งการย้ายที่อนันต์ด้วย

คำตอบ

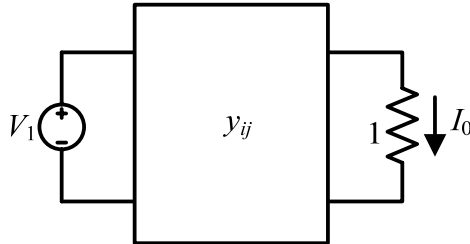
$$N_1(s) = \frac{s^3 + 2s}{2s^2 + 1} = \frac{s}{2} + \frac{1}{4s/3 + \frac{1}{3s/2}} \quad N_2(s) = \frac{s^3 + s}{s^2 + 1} = s$$

$$N_3(s) = \frac{s^3 + 3s}{3s^2 + 1} = \frac{s}{3} + \frac{1}{9s/8 + \frac{1}{8s/3}}$$

## บทที่ 4 การสังเคราะห์โครงข่ายแพสซีฟ

$$N_4(s) = \frac{s^3 + 0.81s}{0.8s^2 + 1.01} = 1.25s + \frac{1}{-1.76796s + \frac{1}{-0.44802s}}$$

สังเกตได้ว่า พหุนามที่ไม่เป็น Hurwitz จะหยุดตัวมันเอง (สำหรับซีโรบนแกน  $j\omega$ ) ดังเช่น  $N_2(s)$  หรืออาจจะได้เป็นการกระจายที่มีสัมประสิทธิ์ติดลบดังเช่นใน  $N_4(s)$



รูปที่ 4.32 โครงข่ายชั้นบันไดไร้การสูญเสียที่มีตัวต้านทานปิดท้าย

### 4.6.2 การสร้างวงจรจริงโดยใช้ $Y_T(s)$

ผลลัพธ์ที่ได้จากก่อนหน้านี้ เป็นของการใช้โดยตรงในหัวข้อแรกของเราในส่วนนี้ กล่าวคือการใช้ชั้นบันไดไร้การสูญเสียที่มีตัวต้านทานปิดท้ายเพื่อสังเคราะห์ฟังก์ชันถ่ายโอน เราจะใช้รูปวงจรถงของแอดมิตแตนซ์ถ่ายโอนที่มีตัวปิดท้าย  $Y_T(s) = I_o(s)/V_1(s) = N(s)/D(s)$  ซึ่ง  $I_o(s)$  คือกระแสในตัวต้านทานปิดท้าย ดังในรูปที่ 4.32 โพลของฟังก์ชันนี้เป็นของวงจร RLC ดังนั้น มันจึงอยู่ที่ไหนก็ได้ในครึ่งซ้ายของระนาบ ดังนั้น พหุนามตัวส่วน  $D(s)$  จึงเป็นพหุนาม Hurwitz เพราะอุปกรณ์ข้างในเป็น LC อย่างไรก็ตาม ซีโรของ  $Y_T(s)$  จะถูกบังคับให้อยู่บนแกน  $j\omega$  ดังนั้น พหุนาม  $N(s)$  จะเป็นพหุนามคู่ (ถ้าไม่มีซีโรที่จุดกำเนิด) หรือคือ จากรูปที่ 4.32 เราจะใช้  $y_{ij}(s)$  เป็นพารามิเตอร์ของโครงข่ายชั้นบันไดไร้การสูญเสีย (ไม่รวมตัวต้านทานที่ปิดท้าย) และเพื่อความสะดวก เราจะใช้ตัวต้านทานที่ปิดท้ายค่า 1 โอห์ม เราก็จะเขียนสมการได้โดยง่าย ดังนี้

$$Y_T(s) = \frac{I_o(s)}{V_1(s)} = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{N(s)}{m(s) + n(s)} = \frac{-y_{21}(s)}{y_{22}(s) + 1} \quad (4.72)$$

โดยที่  $m(s)$  และ  $n(s)$  คือส่วนคู่และคี่ของพหุนาม Hurwitz  $D(s)$  ตามลำดับ ขณะนี้มี 2 กรณีที่จะต้องพิจารณา ขึ้นอยู่กับว่า  $N(s)$  เป็นคู่หรือคี่ ถ้า  $N(s)$  เป็นคู่ จากสมการที่ (4.72) เราจะได้ (กรณี 1)

$$-y_{21}(s) = \frac{N(s)}{n(s)} \quad y_{22}(s) = \frac{m(s)}{n(s)} \quad (4.73)$$

เนื่องด้วย  $m(s)$  และ  $n(s)$  เป็นส่วนคู่และคี่ของพหุนาม Hurwitz ตามลำดับ  $y_{22}(s)$  จึงสามารถแปลงเป็นวงจร LC ได้ สำหรับกรณีอื่น กล่าวคือ สำหรับส่วนคี่ของ  $N(s)$  จากสมการที่ (4.72) เราจะได้ (กรณี 2)

$$-y_{21}(s) = \frac{N(s)}{n(s)} \quad y_{22}(s) = \frac{n(s)}{m(s)} \quad (4.74)$$

ในการทำงานเดียวกัน  $y_{22}(s)$  จึงแปลงเป็นวงจร LC ได้ ขั้นตอนการสังเคราะห์สำเร็จลงได้ด้วยการสร้าง  $y_{22}(s)$  ในรูปของโครงข่ายขั้นบันได องค์ประกอบของวงจรสร้างขึ้นได้จากซีโรส่งผ่าน ในการเลือกอุปกรณ์จากที่กล่าวไว้เรื่อง คุณสมบัติของวงจรขั้นบันไดในหัวข้อ 4.5 ว่าโพลของอิมพีแดนซ์อนุกรมและแอดมิตแตนซ์ขนานตั้งอยู่ในตำแหน่งที่ซีโรส่งผ่าน ดังนั้น ถ้าเรากำจัดโพลบางความถี่จาก  $y_{22}(s)$  และสร้างแอดมิตแตนซ์ขนานในวงจร ซึ่งการกำจัดนั้นเป็นการสร้างซีโรส่งผ่านที่ความถี่เดียวกัน ในทำงานเดียวกัน ที่ความถี่ใดๆ ที่  $1/y_{22}(s)$  มีโพลเดียว การกำจัดโพลโดยใส่อิมพีแดนซ์อนุกรมจะสร้างซีโรส่งผ่านด้วยเช่นกัน สำหรับกรณีที่ซีโรส่งผ่านทำได้เฉพาะที่จุดกำเนิดและอนันต์ ซึ่งอาจจะเป็นแค่  $L$  หรือ  $C$  เพียงตัวเดียว และ วงจรจริงสำหรับ  $y_{22}(s)$  จะเป็นรูปแบบของ Cauer

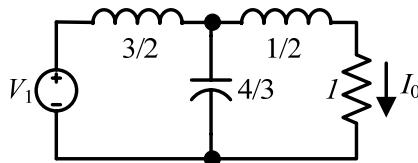
ตัวอย่างที่ 4.6-3 การสังเคราะห์ห้วงจรความถี่ต่ำผ่าน พิจารณาการแปลงเป็นวงจรจริงของฟังก์ชัน บัดเตอร์เวิร์ธอันดับสาม  $Y_T(s) = \frac{H}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1}$

โดยที่  $H$  เป็นค่าคงที่ที่เป็นบวก ของฟังก์ชันถ่ายโอนความถี่ต่ำผ่านที่มีซีโรส่งผ่านอันดับสามที่อนันต์ มี  $m(s) = 2s^2 + 1$  และ  $n(s) = s^3 + 2s$  เพราะตัวเศษของ  $Y_T(s)$  เป็นคู่ เราใช้สมการ (4.73) จะได้

$$-y_{21}(s) = \frac{H}{s^3 + 2s} \quad y_{22}(s) = \frac{2s^2 + 1}{s^3 + 2s}$$

ตรงนี้ เราสังเกตได้ว่า  $y_{21}(s)$  และ  $y_{22}(s)$  มีโพลเดียวกัน นั่นคือ  $y_{22}(s)$  ไม่มีโพลส่วนตัวนั่นเอง ด้วยเหตุนี้ อุปกรณ์ตัวแรกของวงจรของ  $y_{22}(s)$  จึงต้องเป็นการที่อนุกรม เพื่อที่จะสร้างซีโรส่งผ่านที่อนันต์ อุปกรณ์นี้จะต้องมีโพลที่อนันต์ การสร้างซีโรส่งผ่านตัวที่สองและสามที่อนันต์ได้จากการสังเคราะห์  $y_{22}(s)$  ด้วยอุปกรณ์ขนาน (มีโพล ของแอดมิตแตนซ์ที่อนันต์) และ อุปกรณ์อนุกรม (มีโพลของอิมพีแดนซ์ที่อนันต์) ค่าของอุปกรณ์หาได้โดยการใช้การกระจายเศษส่วนต่อเนื่อง (รูปแบบของ Cauer) จะได้

$$\frac{1}{y_{22}(s)} = \frac{s^3 + 2s}{2s^2 + 1} = \frac{s}{2} + \frac{1}{4s/3 + 1/(3s/2)}$$



รูปที่ 4.33 วงจรจริงของ  $Y_T(s)$  โดย  $y_{22}(s)$  ไม่มีโพลส่วนตัว

ผลของการออกแบบวงจรแสดงไว้ในรูปที่ 4.33 ขั้นสุดท้ายคือการหาค่าคงที่  $H$  มาทำการคูณ เนื่องจากค่า  $H$  นั้นปรากฏทั้งใน  $Y_T(s)$  และ  $-y_{21}(s)$  จึงทำได้ง่ายๆ โดยการวิเคราะห์ส่วนที่ไม่มีการ

## บทที่ 4 การสังเคราะห์โครงข่ายแพลสซีฟ

สูญเสียของวงจรโดยตรง ค่าของอุปกรณ์แสดงไว้ในรูปที่ 4.33 เราจะได้  $-y_{21}(s) = 1/(s^3+2s)$  ดังนั้นเราจะพบว่า  $H = 1$

แบบฝึกหัด 4.6-2 จงหาจริงจริงของ  $Y_T(s)$  สำหรับกรณีที่พหุนามตัวส่วนมีรูปร่าง  $P_3(s)$  ในตัวอย่างที่ 4.6-1 และหาค่าของตัวคูณ  $H$

**คำตอบ** รูปแบบนั้นเหมือนกับในรูป 4.33 ค่าของแต่ละตัวจากขวาไปซ้ายคือ  $L_1 = 1/3H$ ,  $C_2 = 9/8F$  และ  $L_3 = 8/3H$  ค่าตัวคูณ  $H = 1$

### 4.6.3 โพลส่วนตัวของ $y_{22}(s)$

ในตัวอย่าง ข้างบน ทั้ง  $Y_T(s)$  และ  $-y_{21}(s)$  จะมีซีโรส่งผ่านเหมือนกัน นั่นคือซีโรส่งผ่านอันดับสามที่อนันต์ ซึ่งเป็นแบบนี้เสมอเมื่อ  $y_{22}(s)$  ไม่มีโพลส่วนตัว ตัวอย่าง ของการสังเคราะห์เมื่อ  $Y_T(s)$  มีซีโรส่งผ่านที่ไม่ปรากฏใน  $-y_{21}(s)$  เป็นดังต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 4.6-4 (การสังเคราะห์เมื่อซีโรส่งผ่านปรากฏ) พิจารณาฟังก์ชัน

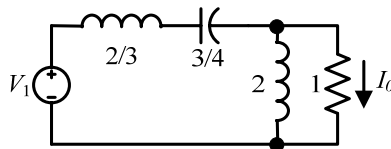
$$Y_T(s) = \frac{Hs^2}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1}$$

เพราะตัวเศษของฟังก์ชันเป็นคู่ เราจึงใช้สมการที่ (4.73) จะได้

$$-y_{21}(s) = \frac{Hs^2}{s^3 + 2s} = \frac{Hs}{s^2 + 2} \qquad y_{22}(s) = \frac{2s^2 + 1}{s^3 + 2s}$$

ซึ่งจะพบว่า  $-y_{21}(s)$  มีซีโรส่งผ่านอย่างง่ายที่จุดกำเนิดและอนันต์ ขณะที่  $Y_T(s)$  มีซีโรส่งผ่านอันดับสองที่จุดกำเนิดและมีซีโรอันดับแรกที่อนันต์ นอกจากนี้ยังสังเกตได้อีกว่า โพลของ  $-y_{21}(s)$  และ  $y_{22}(s)$  ไม่เหมือนกัน นั่นคือ  $y_{22}(s)$  มีโพลที่จุดกำเนิดและ  $s = \pm j\sqrt{2}$  โพลของ  $y_{22}(s)$  ที่จุดกำเนิดจึงเป็นโพลส่วนตัว ซึ่งต้องถูกแปลงไปเป็นอุปกรณ์แบบขนาน ซึ่งในกรณีนี้คือขดลวดเหนี่ยวนำ ขดลวดเหนี่ยวนำจะสร้างซีโรส่งผ่านพิเศษที่จุดกำเนิดเพื่อความต้องการของ  $Y_T(s)$  ซึ่งไม่ปรากฏใน  $y_{21}(s)$  การกระจายที่สมบูรณ์ของ  $y_{22}(s)$  อาจจะเขียนได้ในรูป

$$y_{22}(s) = \frac{1}{2s} + \frac{1}{4/3s + 2s/3}$$



รูปที่ 4.34 วงจรจาก  $Y_T(s)$  ซึ่ง  $y_{22}(s)$  มีโพลส่วนตัว

สังเกตได้ว่า ในตัวส่วนเทอมขวามือเป็นการกระจายเชิงปริมาณนั้น  $4/3s$  ได้แสดงถึงการกำจัดโพลของอิมพีแดนซ์ที่จุดกำเนิดจาก  $1/[y_{22}(s) - 1/2s]$  ดังนั้นมันจึงสังเคราะห์หีโร่ส่งผ่านที่จุดกำเนิดเช่นเดียวกัน  $2s/3$  ก็เป็นตัวแทนของการกำจัดโพลของอิมพีแดนซ์ที่อนันต์ ดังนั้นมันจึงสังเคราะห์หีโร่ส่งผ่านที่อนันต์ ผลการสังเคราะห์ห้วงจรจริง แสดงในรูปที่ 4.34 ซึ่งมันแสดงว่า  $H = 3/2$

**แบบฝึกหัดที่ 4.6-3** จงหาจริงจริงของ  $Y_T(s)$  เมื่อพหุนามเศษเท่ากับ  $Hs^2$  และ พหุนามส่วนเท่ากับ  $P_3(s)$  ในตัวอย่างที่ 4.6-1 (ดูจากแบบฝึกหัด 4.6-2 ก็ได้) และ หาค่าคงที่  $H$

**คำตอบ** รูปแบบวงจรเหมือนกับในรูปที่ 4.34 ค่าของอุปกรณ์จากขวาไปซ้ายคือ  $L_1 = 3H$ ,  $C_2 = 8/9 F$  และ  $L_3 = 3/8 H$  ค่าตัวคูณ  $H = 8/3$

#### 4.7 การเลื่อนซีโรในการสังเคราะห์ฟังก์ชันถ่ายโอน

จากหัวข้อที่ผ่านมา เราได้พบว่าโครงข่ายชั้นบันไดไร้การสูญเสียที่มีตัวต้านทานปิดท้ายสามารถใช้เพื่อแปลงฟังก์ชันถ่ายโอนด้วยโพลที่ถูกกำหนดเองในครึ่งซ้ายของระนาบนั้นคือ ด้วยพหุนามตัวส่วนแบบ Hurwitz และด้วยซีโรส่งผ่านที่จุดกำเนิดและอนันต์ ในหัวข้อนี้ เราจะพัฒนาเทคนิค ดังนั้นจึงสามารถสร้างซีโรส่งผ่านที่อยู่ที่ได้ก็ได้นบนแกน  $j\omega$  โดยซีโรนั้นต้องเกิดเป็นเชิงซ้อนสังยุค ขั้นตอนการสังเคราะห์จะใช้เทคนิคที่เรียกว่า การเลื่อนซีโร

##### 4.7.1 การกำจัดโพลบางส่วน

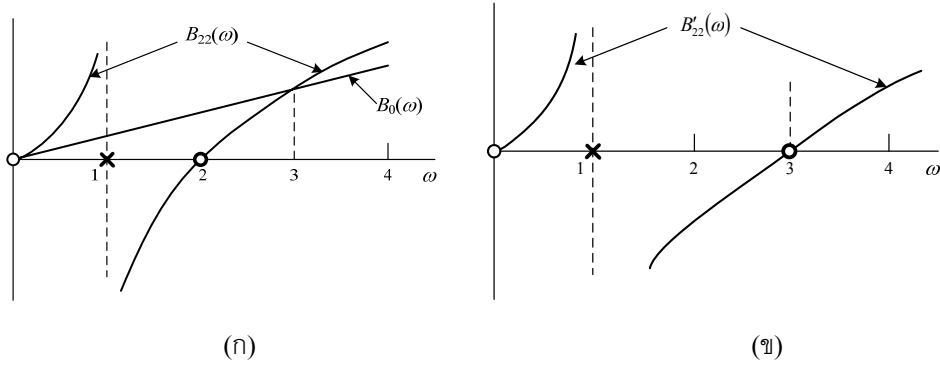
เพื่อจะเข้าใจว่าการเลื่อนซีโรเกิดขึ้นได้อย่างไร พิจารณาฟังก์ชันจุดขับ  $y_{22}(s)$  ที่มีรูปดังนี้

$$y_{22}(s) = \frac{2s(s^2 + 4)}{s^2 + 1} = 2s + \frac{6s}{s^2 + 1} \quad (4.75)$$

ฟังก์ชันนี้มีโพลที่  $s = \pm j1$  และที่อนันต์ และมีซีโรที่  $s = \pm j2$  และที่จุดกำเนิด กราฟของส่วนจินตภาพ  $B_{22}(\omega) = y_{22}(j\omega)/j$  อยู่ในรูปที่ 4.35(ก) จากนั้นพิจารณาลบเทอม  $Y_0(s) = Ks$  และส่วนจินตภาพ  $B_0(\omega) = K\omega$  ออกจาก  $y_{22}(s)$  จากข้างขวาของสมการที่ (4.75) จะเห็นว่า  $y_{22}(s)$  มีเศษเหลือเป็น 2 ที่โพลอนันต์ ดังนั้น ถ้าสมมติ  $0 < K < 2$  การลบออกนี้อาจจะเรียกว่า การกำจัดโพลบางส่วน ของ  $y_{22}(s)$  ที่อนันต์ เพื่อจะทำตัวอย่าง ให้จำเพาะเจาะจง เราจะเลือก  $K = 5/4$  ฟังก์ชันที่ค่านี้ กราฟของ  $B_0(\omega)$  ตัดกับกราฟของ  $B_{22}(\omega)$  ที่  $\omega = 3$  ถ้าเราให้ผลต่างเป็น  $y'_{22}(s)$  จะได้

$$y'_{22}(s) = y_{22}(s) - Y_0(s) = \frac{3s}{4} + \frac{6s}{s^2 + 1} = \frac{3s(s^2 + 9)}{4(s^2 + 1)} \quad (4.76)$$

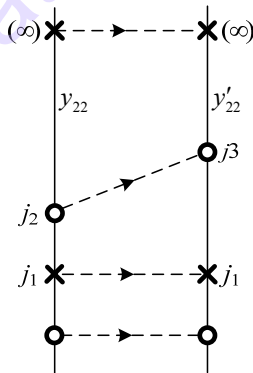
บทที่ 4 การสังเคราะห์โครงข่ายแพลสซีฟ



รูปที่ 4.35 การกำจัดโพลบางส่วนที่อนันต์

กราฟของฟังก์ชัน  $B'_{22}(\omega) = y'_{22}(j\omega)/j$  แสดงในรูปที่ 4.35(ข) จากสมการที่ (4.76) เราพบว่า  $y'_{22}(s)$  มีซีโรที่  $s = \pm j3$  ขณะที่  $y_{22}(s)$  มีซีโรที่  $s = \pm j2$  นั่นก็หมายความว่า การกำจัดโพลบางส่วนที่อนันต์ของ  $y_{22}(s)$  ได้เลื่อนซีโรที่เป็นเชิงซ้อนสังยุคกันไปยังโพลนั้น ขั้นตอนนั้นได้สรุปในครึ่งบนของระนาบโพล-ซีโรของรูปที่ 4.36 สำหรับทางเลือกค่าอื่นๆ ของ  $K$  ได้ถูกแสดงเพื่อทำการเลื่อนซีโร ด้วยการเลื่อนที่มากกว่าจากค่าที่มากขึ้นของ  $K$  จนกระทั่ง สำหรับ  $K = 2$  ซีโรก็จะถูกเลื่อนไปสู่ตำแหน่งของโพล (ไปที่อนันต์) ค่าของ  $K$  ต้องใช้ในการเลื่อนที่เจาะจงใดๆ เช่น สำหรับเลื่อนซีโรของ  $y_{22}(s)$  ไปยังค่า  $\omega_0$  ใดๆ โดยที่  $2 < \omega_0 < \infty$  จะสามารถเขียนได้เป็น

$$Ks \Big|_{s=j\omega} = y_{22}(s) \Big|_{s=j\omega_0} \tag{4.77}$$



รูปที่ 4.36 การเลื่อนซีโรโดยการกำจัดโพลบางส่วนที่อนันต์

ความสัมพันธ์นี้จะหาค่าได้ง่ายขึ้นโดยการหารด้วย  $s$  ทั้ง 2 ข้าง สำหรับตัวอย่างนี้ จะได้

$$K = \frac{y_{22}(s)}{s} \Big|_{s=j3} = \frac{2(s^2 + 4)}{s^2 + 1} \Big|_{s^2 = -9} = \frac{5}{4} \tag{4.78}$$

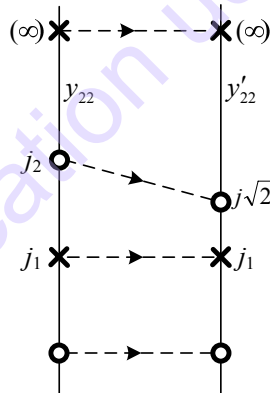
กระบวนการนี้สามารถปรับเปลี่ยนได้หลายแบบ ตัวอย่าง เช่น เริ่มด้วย  $y_{22}(s)$  จากสมการที่ (4.75) ถ้าซีโรที่ต้องการอยู่ที่  $1 < \omega < 2$  จากนั้นการกำจัดบางส่วนของคู่โพลที่  $s = \pm j1$  จะเลื่อนซีโรที่  $s = \pm j2$  เข้าหาโพลที่  $\pm j1$  เทอมที่ทำการลบบอกในกรณีนี้จะอยู่ใน  $Ks/(s^2+1)$  โดย  $0 < K < 6$  ตัวอย่าง เช่น สำหรับซีโรที่  $s = \pm j\sqrt{2}$  เราต้องเลือก  $K$  เพื่อให้

$$\left. \frac{Ks}{s^2+1} \right|_{s=j\sqrt{2}} = y_{22}(s) \Big|_{s=j\sqrt{2}} \quad (4.79)$$

การหาค่านี้จะทำได้โดยการคูณทั้งสองข้างของ (4.79) ด้วย  $(s^2+1)/s$  ก็จะได้

$$K = \frac{s^2+1}{s} y_{22}(s) \Big|_{s=j\sqrt{2}} = 2(s^2+4) \Big|_{s=-2} = 4 \quad (4.80)$$

พิสูจน์ได้ว่า การลบด้วย  $4s/(s^2+1)$  จาก  $y_{22}(s)$  ในสมการที่ (4.75) ให้ผลเป็นฟังก์ชันที่มีซีโรที่  $s = \pm j\sqrt{2}$  ขั้นตอนสรุปได้แสดงในรูปที่ 4.37 ตัวอย่าง ต่อไปจะแสดงว่าเทคนิคการเลื่อนซีโรของฟังก์ชันจุดขั้วสามารถนำมาประยุกต์ใช้กับฟังก์ชันถ่ายโอนได้



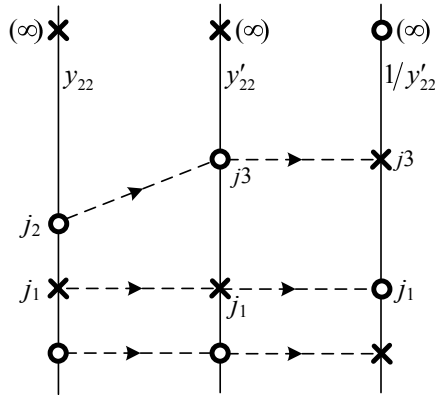
รูปที่ 4.37 การเลื่อนซีโรโดยการกำจัดโพลบางส่วนที่  $\pm j1$

ตัวอย่างที่ 4.7-1 (การเลื่อนซีโรในการสังเคราะห์ฟังก์ชันถ่ายโอน) พิจารณาฟังก์ชันถ่ายโอน

$$Y_T(s) = \frac{Hs(s^2+9)}{2s^3+s^2+8s+1}$$

ใช้สมการที่ (4.74) ของหัวข้อ 4.6 จะได้

$$-y_{21}(s) = \frac{Hs(s^2+9)}{s^2+1} \quad y_{22}(s) = \frac{2s(s^2+4)}{s^2+1}$$



รูปที่ 4.38 ขั้นตอนการเลื่อนขีโรว์ในตัวอย่าง 4.7-1

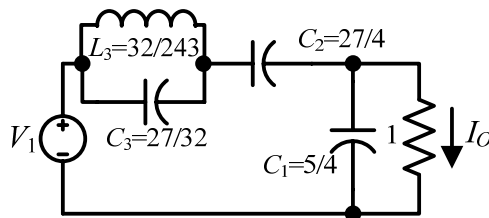
สังเกตว่า  $-y_{21}(s)$  มีขีโรว์ที่  $s = \pm j3$  และที่จุดกำเนิด จากพื้นฐานการสังเคราะห์วงจรขึ้นบันได เราว่าการกำจัดโพลจาก  $y_{22}(s)$  หรือ  $1/y_{22}(s)$  จะสร้างขีโรว์ส่งผ่านใน  $-y_{21}(s)$  อย่างไรก็ตาม ไม่มีฟังก์ชันไหนที่มีโพลที่ตำแหน่ง  $s = \pm j3$  ที่ต้องการ ดังนั้นเราจึงทำการเลื่อนขีโรว์จาก  $s = \pm j2$  ไปที่  $s = \pm j3$  โดยการกำจัดโพลบางส่วนที่นั่นโดยใช้ผลลัพธ์จากสมการ (4.76) เราพบว่า  $1/y'_{22}(s)$  สามารถเขียนในอีกรูปแบบหนึ่งได้เป็น

$$\frac{1}{y'_{22}(s)} = \frac{4(s^2 + 1)}{3s(s^2 + 9)} = \frac{4/27}{s} + \frac{32s/27}{s^2 + 9}$$

โพลและขีโรว์ของฟังก์ชันต่างๆอยู่ในรูปที่ 4.38 ถ้าเรากำจัดขีโพลที่  $s = \pm j3$  จาก  $1/y'_{22}(s)$  เราจะได้ขีโรว์ส่งผ่านที่ต้องการที่  $s = \pm j3$  ในทำนองเดียวกัน การกำจัดโพลที่จุดกำเนิดจาก  $1/y'_{22}(s)$  จะได้ขีโรว์ส่งผ่านที่จุดกำเนิด ดังนั้น สมการที่สมบูรณ์ในการแปลง  $y_{22}(s)$  สำหรับตัวอย่าง นี้คือ

$$y_{22}(s) = \frac{5s}{4} + \frac{1}{\frac{4/27}{s} + \frac{32s/27}{s^2 + 9}}$$

วงจรจริงแสดงในรูปที่ 4.39



รูปที่ 4.39 วงจรจริงของตัวอย่าง 4.7-1

แบบฝึกหัด 4.7-1 จงหาตัวกรองของฟังก์ชัน  $Y_T(s)$  ในตัวอย่าง 4.7-1 สำหรับแต่ละค่าของซีโรส่งผ่านที่ให้ข้างล่าง (ในตัวอย่าง คือ 3 rad/sec) ค่าของอุปกรณ์ใช้กับรูป 4.39

ซีโรส่งผ่าน, rad/s	คำตอบ			
	$C_1, (F)$	$C_2, (F)$	$C_3, (F)$	$L_3, (H)$
4	1.6000	6.4000	0.4267	0.1465
5	1.7500	6.2500	0.2604	0.1536
6	1.8286	6.1714	0.1763	0.1575
7	1.8570	6.1250	0.1276	0.1599

ในตัวอย่าง ข้างบน ฟังก์ชันเกิดว่าตัวเก็บประจุขนาน  $5/4F$  ไม่ได้ทำให้เกิดซีโรส่งผ่านที่อนันต์ เพราะมันเป็นตัวแทนของการกำจัดบางส่วนของโพลของ  $y_{22}(s)$  ที่อนันต์ และมีเพียงการกำจัดโพลอย่างสมบูรณ์เท่านั้นที่จะทำให้เกิดซีโรส่งผ่าน เมื่อมองอีกมุมหนึ่ง จะสังเกตได้ว่าเมื่อความถี่เข้าใกล้อนันต์ ตัวเก็บประจุทั้ง 3 ตัวในรูปที่ 4.39 จะกลายเป็นอุปกรณ์ที่มีอิมพีแดนซ์ต่ำเชื่อมแหล่งจ่ายแรงดันกับกราวด์ ดังนั้น ที่ความถี่อนันต์มันจะเป็นเหมือนตัวแบ่งแรงดัน และ แรงดันอินพุตส่วนหนึ่งที่ความถี่อนันต์ก็จะไปปรากฏที่ตัวต้านทานเอาท์พุต

#### 4.7.2 การกำจัดจากโพลของอิมพีแดนซ์

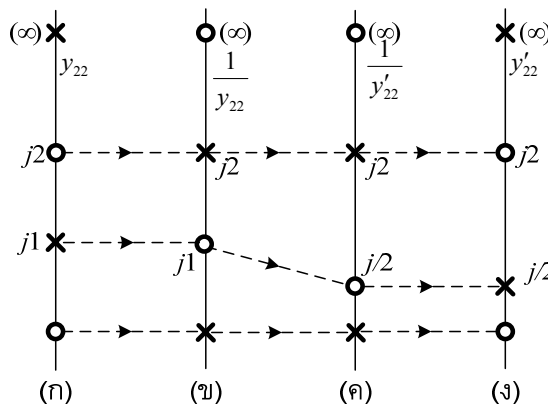
การเลื่อนซีโรจะสำเร็จได้โดยโดยการกำจัดโพลบางส่วนในมุมของอิมพีแดนซ์ หรือ ก็คือในมุมของแอดมิตแตนซ์ด้วย ตัวอย่าง มีดังนี้

ตัวอย่างที่ 4.7-2 (การเลื่อนซีโรของฟังก์ชันอิมพีแดนซ์) พิจารณาฟังก์ชัน

$$Y_T(s) = \frac{Hs(s^2 + 1/4)}{2s^3 + s^2 + 8s + 1}$$

ซึ่งมีซีโรส่งผ่านที่  $s = \pm j/2$  และที่จุดกำเนิด ใช้สมการที่ (4.74) ของหัวข้อ 4.6 จะได้

$$-y_{21}(s) = \frac{Hs(s^2 + 1/4)}{s^2 + 1} \quad y_{22}(s) = \frac{2s(s^2 + 4)}{s^2 + 1}$$



รูปที่ 4.40 ขั้นตอนเลื่อนซีโรในตัวอย่าง 4.7-2

## บทที่ 4 การสังเคราะห์โครงข่ายแพสซีฟ

พิจารณา  $y_{22}(s)$  การกำจัดโพลบางส่วนที่  $s = \pm j1$  ไม่เหมาะที่จะสร้างซีโรของ  $y'_{22}(s)$  ที่  $s = \pm j/2$  เพราะมันสามารถเพียงย้ายซีโรในช่วง  $1 < \omega < 2$  ได้เท่านั้น ในทำนองเดียวกัน การกำจัดโพลบางส่วนที่อนันต์ ก็ไม่สามารถใช้ได้ เพราะมันเป็นไปได้ในช่วง  $2 < \omega < \infty$  ดังนั้น เราจึงต้องพิจารณาฟังก์ชัน

$$\frac{1}{y_{22}(s)} = \frac{1/2(s^2 + 1)}{s(s^2 + 4)} = \frac{1/8}{s} + \frac{3s/8}{s^2 + 4}$$

การกำจัดโพลบางส่วนที่จุดกำเนิดของฟังก์ชันนี้จะเลื่อนซีโรจาก  $s = \pm j1$  ไปที่  $\pm j/2$  เห็นได้ว่าเราจะต้องกำจัดเทอม  $K/s$  ซึ่ง

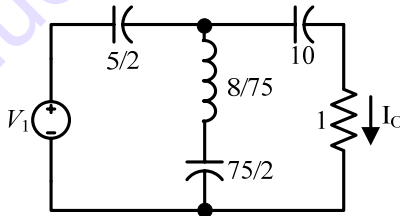
$$K = s \frac{1}{y_{22}(s)} \Big|_{s^2 = -1/4} = \frac{\frac{1}{2}(s^2 + 1)}{s^2 + 4} \Big|_{s^2 = -1/4} = \frac{1}{10}$$

ดังนั้นจะได้

$$\frac{1}{y'_{22}(s)} = \frac{1}{y_{22}(s)} - \frac{1/10}{s} = \frac{2/5(s^2 + 1/4)}{s(s^2 + 4)}$$

$$y'_{22}(s) = \frac{(5/2s)(s^2 + 4)}{s^2 + 1/4} = \frac{5s}{2} + \frac{75s/8}{s^2 + 1/4}$$

ขั้นตอนได้ถูกสรุปอยู่ในรูปที่ 4.40 การกำจัดเทอม  $(75s/8)/(s^2 + 1/4)$  ได้ทำให้เกิดซีโรส่งผ่านที่  $s = \pm j/2$  และการกำจัดอิมพีแดนซ์  $2/5s$  ได้สร้างซีโรส่งผ่านที่จุดกำเนิด และ ทำให้การสร้างวงจรรจาก  $y_{22}(s)$  สำเร็จได้ วงจรทั้งหมดอยู่ในรูป 4.41



รูปที่ 4.41 วงจรโครงข่ายของตัวอย่างที่ 4.7-2

### 4.7.3 ตัวอย่าง การประยุกต์ใช้

เทคนิคการเลื่อนซีโรที่เสนอไว้ในหัวข้อนี้ เป็นวิธีการสังเคราะห์ซึ่งอาจจะใช้วิธีการประมาณค่า Inverse-Chebyshev หรือ Elliptic โดยที่การประมาณเหล่านี้ต้องการซีโรบนแกน  $j\omega$

ตัวอย่างที่ 4.7-3 (การสร้างวงจรรประมาณแบบอินเวอร์สเชบิเชฟ) การประมาณแบบ Inverse-Chebyshev อันดับสามที่ทำให้การลดทอนขั้นต่ำ 20 dB ตลอดแถบความถี่หยุด ในช่วงความถี่  $1 < \omega < \infty$  rad/s มีรูปแบบสมการดังนี้

$$Y(s) = H \frac{s^2 + 1.33333}{(s + 0.853447)(s^2 + 0.551936s + 0.471084)}$$

$$= H \frac{s^2 + 1.33333}{s^3 + 1.40538s^2 + 0.942s + 0.40202}$$

ซีโรส่งผ่านที่ต้องการที่  $s = \pm j1.15470$  (รากที่สองของ  $-1.33333$ ) และ อนันต์ จากสมการที่ (4.74) ของหัวข้อ 4.6 จะได้

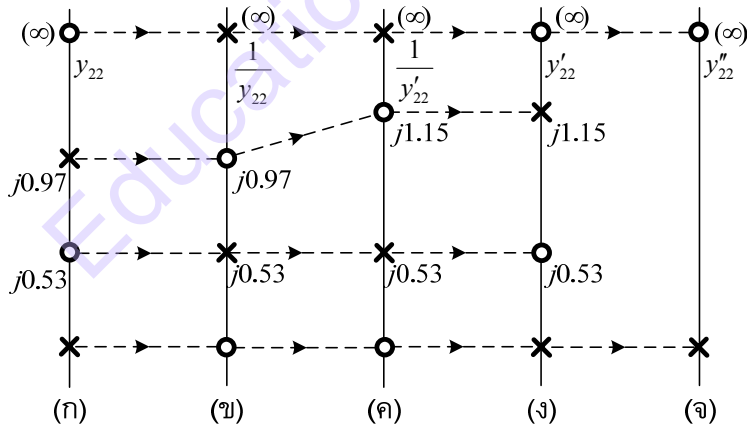
$$-y_{21}(s) = H \frac{s^2 + 1.33333}{s(s^2 + 0.942)} \quad y_{22}(s) = \frac{1.40538(s^2 + 0.28605)}{s(s^2 + 0.942)}$$

ตำแหน่งโพลและซีโรของ  $y_{22}(s)$  และฟังก์ชันต่อจากนี้ที่เราจะนิยามได้แสดงไว้ในรูปที่ 4.42 ชั้นแรกของการสร้างวงจรถริงคือ การกำจัดโพลบางส่วนที่อนันต์จาก  $1/y_{22}(s)$  เพื่อจะเลื่อนซีโรจาก  $j0.97062$  ไปยัง  $j1.15470$  ค่าที่จะถูกกำจัดจากเศษเหลือที่อนันต์คือ

$$k_{shift} = \left. \frac{1/y_{22}(s)}{s} \right|_{s^2=-1.33333} = \left. \frac{s^2 + 0.942}{1.40538(s^2 + 0.28605)} \right|_{s^2=-1.33333} = 0.26582$$

ให้  $y'_{22}(s)$  เป็นฟังก์ชันใหม่ จะได้

$$\frac{1}{y'_{22}(s)} = \frac{1}{y_{22}(s)} - 0.26582s = \frac{0.44573s(s^2 + 1.33333)}{s^2 + 0.28605}$$



รูปที่ 4.42 ขั้นตอนเลื่อนซีโรในตัวอย่างที่ 4.7-3

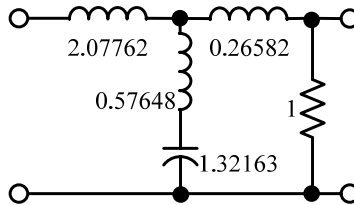
$$\text{ดังนั้น } y'_{22}(s) = \frac{2.24349(s^2 + 0.28605)}{s(s^2 + 1.33333)} = \frac{0.48132}{s} + \frac{1.76218s}{s^2 + 1.33333}$$

การกำจัดโพลที่เป็นเชิงซ้อนสังยุค ทำให้เกิดส่วนที่ขนานประกอบด้วยขดลวดเหนี่ยวนำ และ ตัวเก็บประจุอนุกรมกันและทำให้แปลงซีโรส่งผ่านเป็นวงจรถริงได้

#### บทที่ 4 การสังเคราะห์โครงข่ายแพสซีฟ

$$\text{เราให้ } y''_{22}(s) = y'_{22}(s) - \frac{1.76218s}{s^2 + 1.33333} = \frac{0.48132}{s}$$

จะเห็นว่า  $1/y''_{22}(s)$  มีโพลที่อนันต์ซึ่งจะถูกกำจัด โดยขดลวดเหนี่ยวนำอนุกรมเพื่อสร้างสร้างซีโรส่งผ่านที่ต้องการที่อนันต์ รูปแบบของวงจรสมมูลแสดงในรูปที่ 4.43



รูปที่ 4.43 วงจรโครงข่ายของตัวอย่างที่ 4.7-3

ในการสังเคราะห์ฟังก์ชันถ่ายโอน  $Y_T(s)$  โดยใช้เทคนิคการเลื่อนซีโร มีการปรับใช้ได้หลายแบบ ขึ้นกับอันดับของโพลทั้งหมดที่ต้องการกำจัด และ การกำจัดโพลบางส่วนก็ขึ้นอยู่กับจำนวนโพลที่ต้องการกำจัด นอกจากนี้การกำจัดโพลบางส่วนแบบพิเศษอาจจะใช้บ่อยสำหรับโครงข่ายที่ระบุไว้ ตัวอย่างเช่น การเติมตัวเก็บประจุขนานที่เอาต์พุตหรืออินพุตของโครงข่าย หรือ ในบางกรณีการกำจัดโพลบางส่วนไม่สามารถทำการเลื่อนได้หากซีโรอยู่ไกลได้

แบบฝึกหัดท้ายบท

4.1 จงตรวจสอบฟังก์ชันดังต่อไปนี้ว่าสามารถสร้างเป็น LC ได้หรือไม่ พร้อมอธิบาย

(ก)  $Z_a(s) = 3 \frac{s^2 + 1}{s}$       (ข)  $Z_b(s) = \frac{2s}{s^2 + 7}$       (ค)  $Y_c(s) = \frac{7.6s}{s^2 + s + 7}$

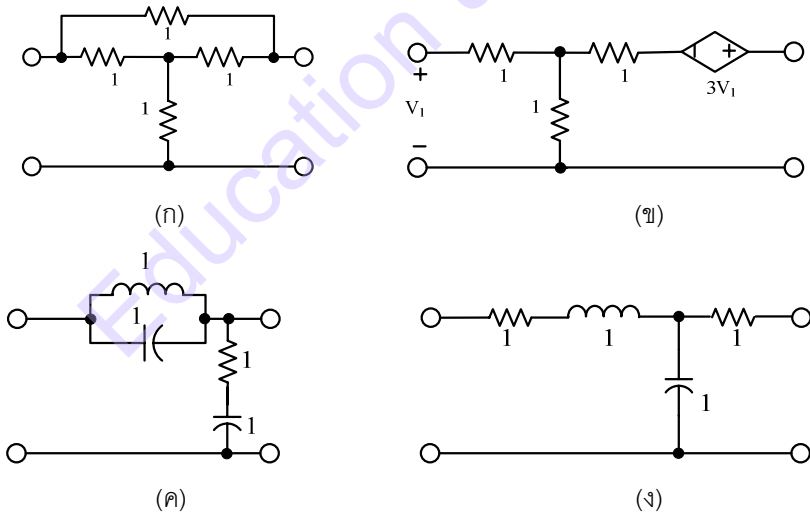
(ง)  $Y_d(s) = \frac{s(s^2 + 1)}{s^4 + 2.5s^2 + 1}$       (จ)  $Z_e(s) = \frac{s^2 + 2.5s + 1}{s^2 + 1}$       (ฉ)  $Y_f(s) = \frac{s(s^2 + 2)}{s^4 + 4s^2 + 3}$

(ช)  $Y_g(s) = \frac{s^4 + s^3 + 2s^2 + 2s}{s^5 + s^4 + 4s^3 + 4s^2 + 3s + 3}$

4.2 จงออกแบบโดยใช้วิธี Foster และ Cauer จากฟังก์ชันจุดขั้วดังต่อไปนี้

$$Y(s) = \frac{(s^2 + 1)(s^2 + 3)}{s(s^2 + 2)(s^2 + 4)}$$

4.3 จงหา z-parameters จากโครงข่ายดังต่อไปนี้

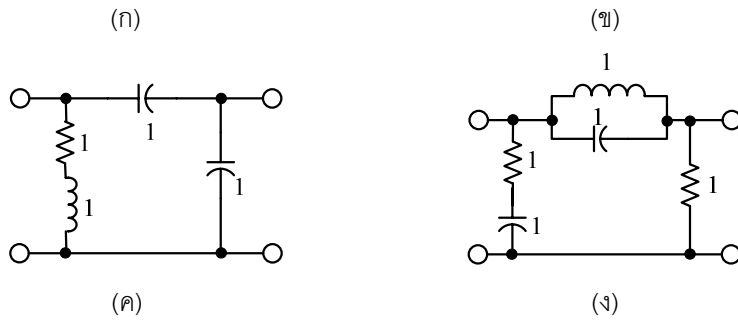


รูปที่ 4.44

4.4 จงหา y-parameters จากโครงข่ายดังต่อไปนี้

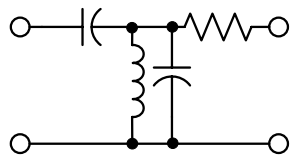


บทที่ 4 การสังเคราะห์โครงข่ายแพสซีฟ



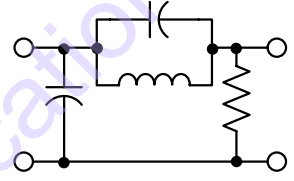
รูปที่ 4.45

4.5 จงใช้เงื่อนไข Fialkow เพื่อหา z-parameter ของโครงข่ายดังรูป กำหนดให้อุปกรณ์ทุกตัวมีค่าเท่ากับ 1



รูปที่ 4.46

4.6 จงใช้เงื่อนไข Fialkow เพื่อหา y-parameter ของโครงข่ายดังรูป กำหนดให้อุปกรณ์ทุกตัวมีค่าเท่ากับ 1



รูปที่ 4.47

# 5

## การประมาณค่าปัญหา

จากบทที่ 3 กล่าวถึงคุณสมบัติเฉพาะของตัวกรองความถี่ในรูปของความประสงค์สูญเสีย (Loss Requirement) โดยมีแถบความถี่ผ่าน (Pass-Band) และ แถบความถี่หยุด (Stop-Band) วิธีการประมาณค่าปัญหาประกอบด้วย การหาค่าฟังก์ชันของคุณสมบัติการสูญเสีย (Loss Characteristic) ในแถบที่ต้องการ นอกจากนั้นจะเป็นการเลือกค่าอุปกรณ์ทั้งแพสซีฟ หรือ แอคทีฟ และ เพื่อที่จะใช้อุปกรณ์ให้น้อยที่สุดอีกด้วย

หลักการประมาณค่าบนพื้นฐานแบบพล็อต Bode จะกล่าวในหัวข้อ 5.1 ซึ่งวิธีนี้เหมาะสำหรับการออกแบบตัวกรองอันดับต่ำ และมีโครงสร้างง่าย ๆ และในหัวข้อต่อไปจะกล่าวถึงการประมาณค่าในรูปของฟังก์ชันอัตราส่วน (Rational Function) ซึ่งมีทั้งบัตเตอร์เวิร์ท (Butterworth), เชบิเชฟ (Chebyshev), เบสเซล (Bessel) และ อีลิปติก (Elliptic) คุณสมบัติของฟังก์ชันการหน่วงเวลา (Delay Function) และ การออกแบบปรับค่าการหน่วงเวลา (Delay Equalizer) จะกล่าวถึงในหัวข้อ 5.5 และ 5.6 ซึ่งในเนื้อหาจะเป็นการยกตัวอย่างแต่เพียงตัวกรองชนิด LPF ซึ่งสามารถนำหลักการนี้ มาใช้กับตัวกรองชนิดอื่นๆ ได้เช่นกัน

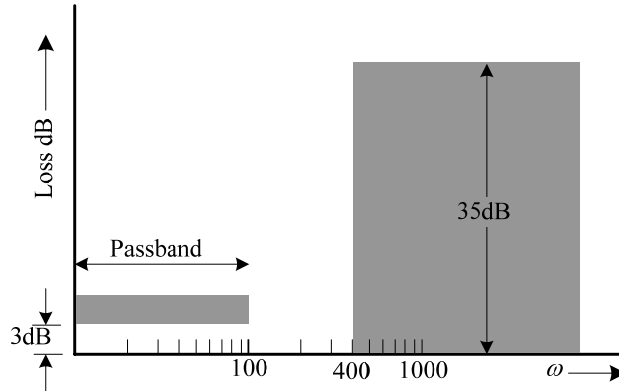
### 5.1 หลักการประมาณค่าแบบการพล็อต Bode

การพล็อต Bode ได้กล่าวไว้แล้วในบทที่ 2 ซึ่งประกอบด้วยฟังก์ชันดังนี้

- (ก) ค่าคงที่
- (ข) ราก อยู่บนจุดกำเนิดแทนด้วยตัวแปร  $s$
- (ค) เป็น ราก แบบง่าย แทนด้วยตัวแปร  $s + \alpha$
- (ง) เป็นค่ารากเชิงซ้อนคู่ แทนด้วยตัวแปร  $s^2 + as + b$

ตัวกรองอย่างง่าย ๆ บางตัวส่วนใหญ่จะใช้ค่าพล็อต Bode ต่อ (ก)-(ง) วิธีการในการประมาณค่าของตำแหน่งโพล และ ซีโรจะแสดงไว้ดังตัวอย่างต่อไป

ตัวอย่างที่ 5.1-1 จงประมาณค่าฟังก์ชันจาก การพล็อต Bode ของ LPF ดังรูปที่ 5.1



รูปที่ 5.1 รูป การพล็อต Bode ของ LPF

วิธีทำ ลำดับแรกที่ต้องพิจารณา คือ ต้องประมาณค่าอันดับของตัวกรองจากการพล็อต Bode เสียก่อน โดยจากรูปเราจะเห็นว่าค่าการสูญเสียในช่วงความถี่ตั้งแต่ 100 ถึง 400 rad/sec จะเพิ่มขึ้น 35 (dB) หรือ เท่ากับ 17.5 dB/octave และเราทราบดีว่าความชันในกรณีอันดับสอง จะมีค่าเท่ากับ 12 dB/octave (40dB/decade) และ ถ้าเป็นอันดับสามจะมีค่า 18 dB/octave ดังนั้นจากรูปของการพล็อต Bode จึงสามารถประมาณค่าอันดับของฟังก์ชันได้ว่าเป็นอันดับสามดังนี้

$$T_{LP}(s) = \frac{k}{(s+a) \left( s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p} s + \omega_p^2 \right)} \quad (5.1)$$

โดยค่าคงที่  $k$ ,  $a$ ,  $\omega_p$  และ  $Q_p$  เป็นค่าตัวแปรจะคำนวณหาต่อไป จากการเปรียบเทียบความต้องการด้วยการพล็อต Bode ของ  $\frac{1}{s+a}$  ดังรูป 2.11 จะมีค่าโพลเป็นค่าจำนวนจริง และเป็นตัวให้ค่าความถี่ตัด (Frequency Cut-off) โดยจะมีค่าเป็น  $a = 100$  และ เมื่อพิจารณาฟังก์ชันอันดับสองในรูป 2.11 ค่าความถี่โพลก็จะทำให้เกิดค่าความถี่ตัด ซึ่งมีค่าเท่ากับ  $\omega_p = 100$

ค่าคงที่  $k$  หาได้จากกำหนดให้ฟังก์ชันทำงานในความถี่ DC ซึ่งโจทย์ไม่ได้กำหนดค่าอัตราขยายไฟตรง (DC Gain) มาให้ จึงสมมติให้ DC Gain = 1 (0 dB) สมการที่ (5.1) จึงกลายเป็น

$$T_{LP}(s)_{s=0} = \frac{k}{a\omega_p^2} = 1$$

ดังนั้น  $k = 10^6$  ตัวแปรที่ยังเหลืออยู่อีกตัวคือ  $Q_p$  ซึ่งสามารถหาได้จากการกำหนดให้ค่าการสูญเสียที่ความถี่ตัด ( $\omega=100$  rad/sec) มีค่าเท่ากับ -3 (dB) ดังนี้

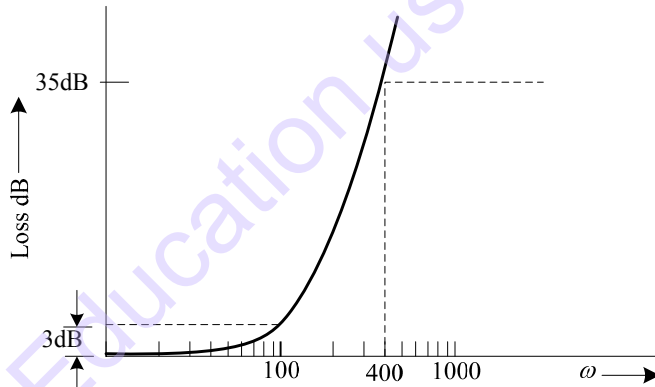
$$20 \log_{10} \left| \frac{k}{(s+a) \left( s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p} s + \omega_p^2 \right)} \right|_{s=j100} = -3$$

แทนค่า  $k$ ,  $a$  และ  $\omega_p$  และเขียนสมการใหม่ได้เป็น

$$\frac{10^6}{|j100 + 100| \times \left| -(100)^2 + \frac{100}{Q_p} (j100) + (100)^2 \right|} = 0.7078$$

ดังนั้น  $Q_p = 1$  เพราะฉะนั้นสมการ LPF ที่ต้องการมีค่าเท่ากับ

$$T_{LP}(s) = \frac{10^6}{(s+100)(s^2 + 100s + 10^4)}$$



รูปที่ 5.2 การพล็อต Bode ของ LPF จากการประมาณค่าตัวอย่างที่ 5.1-1

## 5.2 การประมาณค่าบัตเตอร์เวิร์ท (Butterworth Approximation)

หัวข้อจะกล่าวถึงการประมาณค่า LPF ตัวที่โดยกล่าวไว้เล็กน้อยในบทที่ 3 จากรูปที่ 5.3 คุณสมบัติของแถบความถี่ผ่าน อยู่ตั้งแต่ความถี่ DC ไปจนถึง  $\omega_p$  และ แถบความถี่หยุด จะตั้งแต  $\omega_s$  ไปจนถึงอนันต์, มีการสูญเสียสูงสุดที่แถบความถี่ผ่าน (Maximum Pass Band Loss) =  $A_{\max}$  และ มี การสูญเสียต่ำสุดที่แถบหยุดความถี่ (Minimum Stop Band Loss) =  $A_{\min}$

การประมาณค่าฟังก์ชันอัตราส่วนของ LPF จะสามารถเขียนเป็นรูปแบบทั่วไปคือ

## บทที่ 5 การประมาณค่าปัญหา

$$|H(j\omega)|^2 = 1 + |k(j\omega)|^2 = 1 + \left| \frac{N(j\omega)}{D(j\omega)} \right|^2 \quad (5.2)$$

โดยที่  $H(s)$  คือค่าฟังก์ชันการสูญเสีย และ  $K(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$  เป็นฟังก์ชันอัตราส่วนในรูปของ  $s$  โดยที่ฟังก์ชัน  $K(s)$  จะต้องเลือกให้ค่าขนาดมีค่าน้อยที่สุดในกรณีแถบความถี่ผ่าน เพื่อจะทำให้กรณีแถบความถี่ผ่าน  $H(j\omega)$  จะมีค่าเข้าใกล้ 1 มากที่สุด และ ในกรณีแถบความถี่หยุดเป็นไปตามต้องการ ในส่วนของ  $K(s)$  จึงสามารถเขียนในรูปของพหุนามได้เป็น

$$K(s) = P_n(s) = a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_ns^n \quad (5.3)$$

โดยที่ค่าสัมประสิทธิ์ทั้งหมดของพหุนามอันดับ  $n^{\text{th}}$  จะต้องเลือกให้สอดคล้องกับข้อกำหนดของการสูญเสียนั้น ๆ ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงการประมาณค่าบัตเตอร์เวิร์ทซึ่งมีสมการเป็น

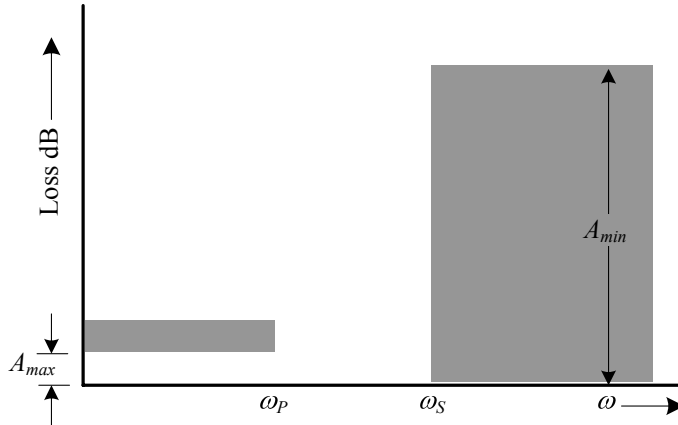
$$K(s) = P_n(s) = \varepsilon \left( \frac{s}{\omega_p} \right)^n \quad (5.4)$$

โดยที่  $\varepsilon$  เป็นค่าคงที่  $n$  คือค่าอันดับของพหุนาม และ  $\omega_p$  เป็นขอบของแถบความถี่ผ่าน จึงสามารถเขียนสมการที่ (5.2) ใหม่ได้เป็น

$$|H(j\omega)| = \frac{V_{IN}(j\omega)}{V_O(j\omega)} = \sqrt{1 + \varepsilon^2 \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^{2n}} \quad (5.5)$$

เมื่อพิจารณาสมการที่ (5.5) ที่ความถี่ DC จะมีค่าเป็น 1 และ ค่าความชันของฟังก์ชันที่ความถี่ DC จะสามารถหาได้จากการพิจารณาความถี่  $\omega$  เข้าใกล้ 0 คือ  $\varepsilon^2 \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^{2n} \ll 1$  ดังนั้น

$$\left[ 1 + \varepsilon^2 \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^{2n} \right]^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2} \varepsilon^2 \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^{2n} - \frac{1}{8} \varepsilon^4 \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^{4n} + \frac{1}{16} \varepsilon^6 \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^{6n} - \dots \quad (5.6)$$



รูปที่ 5.3 คุณสมบัติของ LPF

จากสมการที่ (5.6) เมื่อ  $\omega = 0$  จะมีค่าเทอม  $2n-1$  มีค่าเป็น 0 ซึ่งจะทำให้ที่ความถี่ DC ค่าเกนจะเรียบมาก นี่คือการประมาณค่าของบัตเตอร์เวิร์ทซึ่งสามารถเห็นได้ว่าเป็นสมการที่มีความเรียบสูงมาก

จากสมการที่ (5.5) ค่าการสูญเสียในรูป (dB) จะมีค่าเท่ากับ

$$A(\omega) = 10 \log_{10} \left[ 1 + \varepsilon^2 \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^{2n} \right] \text{ dB} \quad (5.7)$$

และเมื่อค่าความถี่ขอบของแถบความถี่ผ่าน หรือ  $\omega = \omega_p$  ค่าการสูญเสียจะเป็น

$$A(\omega_p) = 10 \log_{10} (1 + \varepsilon^2) \quad (5.8)$$

ตัวกรองจะมีค่า Loss Requirement =  $A_{\max}$  (dB) ดังนั้นเราสามารถคำนวณกลับโดยใช้  $A_{\max}$  เพื่อหาค่า  $\varepsilon$  ได้โดย

$$\varepsilon = \sqrt{10^{0.1A_{\max}} - 1} \quad (5.9)$$

ที่ความถี่สูง ( $\omega \gg \omega_p$ ) ค่าการสูญเสียจะมีค่าเข้าใกล้

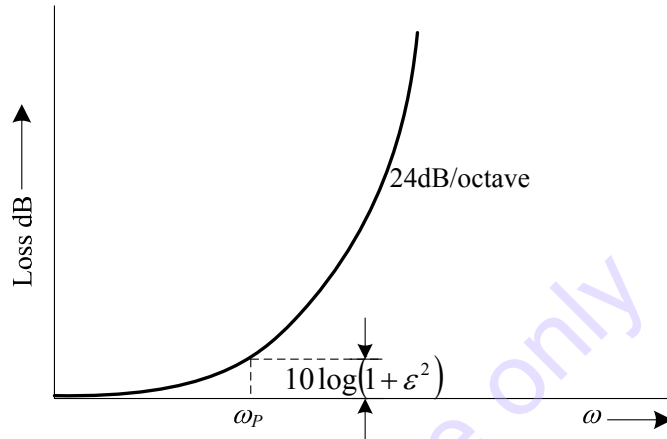
$$20 \log_{10} \varepsilon \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^n \quad (5.10)$$

จะเห็นได้ว่าค่าการสูญเสียจะเพิ่มขึ้นตามค่าอันดับ  $n$  และ ยังบอกได้ว่า เมื่อความถี่สูงขึ้นค่าการสูญเสียจะมีความชันเท่ากับ  $6n$  dB/Octave ตัวกรองบัตเตอร์เวิร์ทอันดับสี่จะมีความประสงค์

## บทที่ 5 การประมาณค่าปัญหา

สูญเสีย เป็นดังรูปที่ 5.4 จะเห็นว่าค่าความถี่ DC จะมีการสูญเสียที่เรียบมากและจะมีการสูญเสียมากขึ้นเรื่อยๆ ในแถบความถี่หยุด และ เพื่อสะดวกในการออกแบบ เราจะเขียนสมการในรูปของการ Normalize ความถี่โดย

$$\Omega = \varepsilon^{1/n} \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right) \quad (5.11)$$



รูปที่ 5.4 ความประสงค์สูญเสียจากการประมาณค่าบัตเตอร์เวิร์ท LPF อันดับสี่

สมการการสูญเสียในรูปของการ Normalized ความถี่สามารถเขียนได้เป็น

$$A(\Omega) = 10 \log_{10} (1 + \Omega^{2n}) \quad (5.12)$$

และจากสมการที่ (5.12) สามารถพล็อตค่าความประสงค์สูญเสีย ได้ดังรูปที่ 5.5 โดยเปลี่ยนค่าอันดับตั้งแต่ 1-5

ตัวอย่างที่ 5.2-1 จงคำนวณหาค่าการสูญเสียที่  $\omega_s = 40$  rad/sec ของตัวกรองบัตเตอร์เวิร์ทอันดับห้าที่มีค่าการสูญเสียสูงสุดที่ 1 (dB) ที่ขอบของแถบความถี่ผ่าน  $\omega_p = 10$  rad/sec

วิธีทำ จากสมการที่ (5.9)

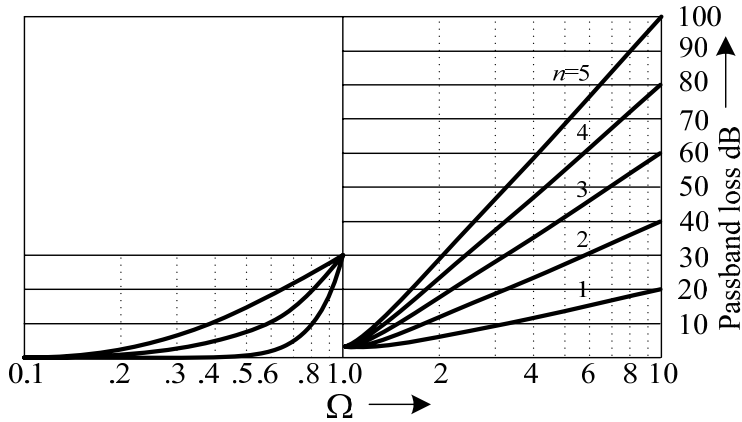
$$\varepsilon = \sqrt{10^{0.1} - 1} = 0.509$$

จากสมการที่ (5.11)

$$\Omega_s = (0.509)^{1/5} (4) = 3.49$$

ค่าการสูญเสียที่  $\Omega_s = 3.49$  จากรูปที่ 5.5 มีค่าประมาณ 55 (dB) และ ค่าการสูญเสียที่เพียงตรงสามารถคำนวณได้จากสมการที่ (5.12)

$$A(\omega) = 10 \log_{10}(1 + (3.49)^{10}) = 54.3 \text{ dB} \quad \#$$



รูปที่ 5.5 การสูญเสียของการประมาณค่าตัวกรองบัตเตอร์เวิร์ท LPF แบบ Normalized

จากที่กล่าวมาแล้ว ค่าขนาดของฟังก์ชันการสูญเสียรู้จักกันในรูปของฟังก์ชันการสูญเสีย  $|H(j\omega)|$  ซึ่งเราสามารถนำมาเขียนในรูปเชิงซ้อนได้เช่นกันคือ

$$H(j\omega) = R_e H(j\omega) + jI_m H(j\omega) \quad (5.13)$$

และ เมื่อยกกำลังทั้งสองข้างจะได้เป็น

$$\begin{aligned} |H(j\omega)|^2 &= (R_e H(j\omega))^2 + (I_m H(j\omega))^2 \\ &= [R_e H(j\omega) + jI_m H(j\omega)][R_e H(j\omega) - jI_m H(j\omega)] \end{aligned}$$

โดยที่

$$H(-j\omega) = R_e H(j\omega) - jI_m H(j\omega)$$

ดังนั้นสามารถเขียนลดรูปได้เป็น

$$|H(j\omega)|^2 = H(j\omega)H(-j\omega) \quad (5.14)$$

ในทำนองเดียวกัน ถ้าเขียนในรูปตัวแปร  $s$  จะได้เป็น

$$|H(s)|^2 = H(s)H(-s) \quad (5.15)$$

โดยที่  $s$  เป็นตัวแปรความถี่ Normalized โดยค่าราก ของ  $H(s)$  กับ ราก ของ  $H(-s)$  จะเป็นค่าสะท้อนกันและกัน โดยตัวกรองจะต้องมีโพลทั้งหมดอยู่ในด้านซ้ายของระนาบ  $s$  โดยที่ด้านซ้าย

## บทที่ 5 การประมาณค่าปัญหา

ของระนาบ  $s$  จาก  $|H(s)|^2$  จะสะท้อนด้วยค่า  $H(s)$  และด้านขวา จาก  $|H(s)|^2$  จะสะท้อนด้วยค่า  $H(-s)$

จากการประมาณค่าบัตเตอร์เวิร์ทฟังก์ชันในสมการที่ (5.5)

$$|H(j\Omega)|^2 = 1 + \Omega^{2n} = 1 + [-(j\Omega)^2]^n \quad (5.16)$$

เขียนในรูปของ  $s$  - Domain ได้เป็น

$$|H(j\Omega)|^2 = 1 + (-s^2)^n \quad (5.17)$$

ราก ของ  $|H(s)|^2$  สามารถหาได้โดย

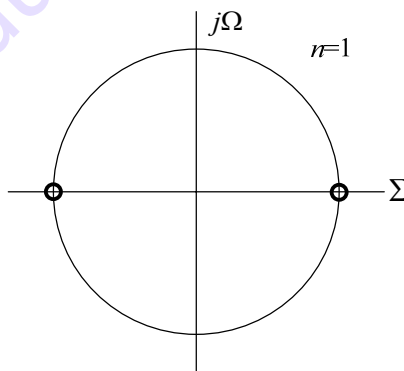
$$1 + (-s^2)^n = 0 \quad (5.18)$$

$$s_k = \exp\left[\frac{j\pi}{2} \left(\frac{2k+n-1}{n}\right)\right]; \quad k=1, 2, \dots, 2n \quad (5.19)$$

ค่าราก จำนวน  $2n$  นี้จะอยู่บนวงกลม 1 หน่วย โดยมีระยะห่างเป็น  $\frac{\pi}{n}$  radian และ ค่า Loss ในรูปของ  $s$  - Domain จะมีค่าเท่ากับ

$$H(s) = \prod_j (s - s_j) \quad (5.20)$$

โดยที่  $s_j$  เป็น ราก ที่อยู่ด้านซ้ายของระนาบ  $s$  ของสมการที่ (5.18)



รูปที่ 5.6 (ก) รากของบัตเตอร์เวิร์ทอันดับหนึ่ง

### กรณี $n=1$

จากสมการที่ (5.18) ได้เป็น  $1 - s^2 = 0$  หรือเขียนในรูปสมการที่ (5.17) จะพบว่ามียากทั้งหมด 2 ตัว อยู่บนวงกลมหนึ่งหน่วยมีช่วงห่างกัน  $\pi$  radian ได้เท่ากับ

$$|H(s)| = (1+s)(1-s)$$

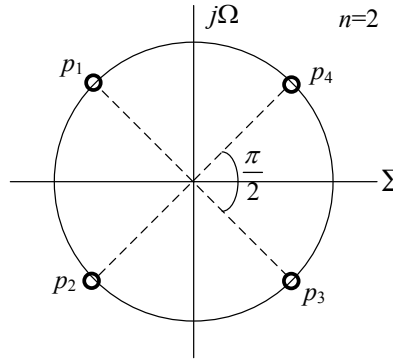
ซึ่งค่ารากบนด้านซ้ายและขวาของระนาบ  $s$  เป็นโพลที่มีนัยสำคัญทำให้ระบบเสถียร คือ  $s=-1$

**หมายเหตุ**

*Euler's Formular*

$$e^{jx} = \cos x + j \sin x$$

$$e^{-jx} = \cos x - j \sin x$$



รูปที่ 5.6 (ข) รากของบัตเตอร์เวิร์ทอันดับสอง

**กรณี  $n=2$**

จากสมการที่ (5.18) ได้เป็น  $1 + s^4 = 0$  ซึ่งจะพบว่ามีรากทั้งหมด 4 ตัว อยู่บนวงกลมหนึ่งหน่วย มีช่วงห่างกัน  $\frac{\pi}{2}$  radian มีค่าเท่ากับ

$$p_1 = \exp\left(j \frac{3\pi}{4}\right) = -0.707 + j0.707$$

$$p_2 = \exp\left(j \frac{5\pi}{4}\right) = -0.707 - j0.707$$

$$p_3 = \exp\left(j \frac{7\pi}{4}\right) = 0.707 - j0.707$$

$$p_4 = \exp\left(j \frac{9\pi}{4}\right) = 0.707 + j0.707$$

ซึ่งค่ารากบนด้านซ้ายและขวาของระนาบ  $s$  เป็นโพลที่มีนัยสำคัญทำให้ระบบเสถียร  $p_1$  และ  $p_2$  ซึ่งค่าสมการพหุนามกรณี  $n=2$  เท่ากับ

$$H(s) = (s^2 + 1.414s + 1)$$

**กรณี  $n=3$**

จากสมการที่ (5.18) ได้เป็น  $1 - s^6 = 0$  ซึ่งจะพบว่ามีรากทั้งหมด 6 ตัว อยู่บนวงกลมหนึ่งหน่วย มีช่วงห่างกัน  $\frac{\pi}{3}$  radian มีค่าเท่ากับ

$$p_1 = \exp\left(j \frac{2\pi}{3}\right) = -0.5 + j0.866$$

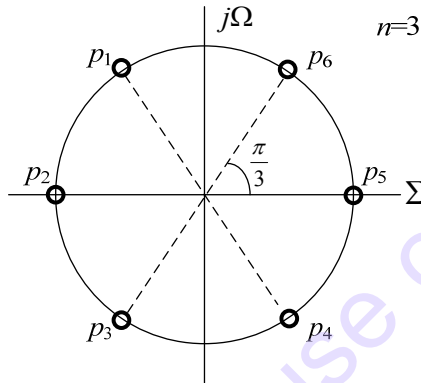
$$p_2 = \exp(j\pi) = -1$$

$$p_3 = \exp\left(j\frac{4\pi}{3}\right) = -0.5 - j0.866$$

$$p_4 = \exp\left(j\frac{5\pi}{3}\right) = 0.5 - j0.866$$

$$p_5 = \exp(j2\pi) = 1$$

$$p_6 = \exp\left(j\frac{7\pi}{3}\right) = 0.5 + j0.866$$



รูปที่ 5.6 (ค) รากของโพลิตเตอร์เวิร์ทอันดับสาม

ซึ่งค่ารากบนด้านซ้ายและขวาของระนาบ  $s$  เป็นโพลที่มีนัยสำคัญทำให้ระบบเสถียร  $p_1, p_2$  และ  $p_3$  ซึ่งค่าสมการพหุนามกรณี  $n=3$  เท่ากับ

$$H(s) = (s^2 + s + 1)(s + 1)$$

องค์ประกอบของพหุนามโพลิตเตอร์เวิร์ทแบบ Normalized  $n=1-5$  เป็นดังตารางที่ 5.1 ซึ่งพหุนามในตารางที่ 5.1 ทำการ Denormalized โดย

$$s \rightarrow s \left( \frac{\varepsilon^{1/n}}{\omega_p} \right) \quad (5.21)$$

ตารางที่ 5.1 ค่าประมาณของ Normalized โพลิตเตอร์เวิร์ท Function

$n$	$H(s)$
1	$s + 1$
2	$s^2 + 1.414s + 1$
3	$(s^2 + s + 1)(s + 1)$
4	$(s^2 + 0.76537s + 1)(s^2 + 1.84776s + 1)$
5	$(s^2 + 0.61803s + 1)(s^2 + 0.61803s + 1)(s + 1)$

ตัวอย่างที่ 5.2-2 จงประมาณค่าฟังก์ชันบัตเตอร์เวิร์ทของ LPF โดยมีค่าความต้องการเป็นดังนี้

$$A_{\max} = 0.5 \text{ (dB)}, A_{\min} = 12 \text{ (dB)}, \omega_p = 100, \omega_s = 400$$

วิธีทำ จากสมการที่ (5.9)  $\epsilon = \sqrt{(10)^{(0.1)(0.5)} - 1} = 0.35$

ค่าตัวแปร  $n$  สามารถหาได้จากค่าของ Loss ที่  $\omega_s$

$$A_{\min} = 10 \log_{10} \left[ 1 + \epsilon^2 \left( \frac{\omega_s}{\omega_p} \right)^{2n} \right] \quad (5.22)$$

สามารถเขียนสมการใหม่ได้เป็น

$$10^{0.1A_{\min}} = 1 + \epsilon^2 \left( \frac{\omega_s}{\omega_p} \right)^{2n} \quad (5.23)$$

เพราะฉะนั้น

$$n = \frac{\log_{10} \left( \frac{10^{0.1A_{\min}} - 1}{\epsilon^2} \right)}{\log_{10} \left( \frac{\omega_s}{\omega_p} \right)^2} = 1.73$$

จากตารางที่ 5.1 จะใช้ค่าของ  $n=2$  ( $2^{nd}$  Order) มีค่าเป็น  $s^2 + 1.414s + 1$  เมื่อนำมาใช้งานต้อง Denormalize ค่า  $s$  ด้วย

$$s \left( \frac{\epsilon^{1/n}}{\omega_p} \right) = 0.0059s$$

ดังนั้นค่าประมาณของ Denormalized ของ LPF แบบบัตเตอร์เวิร์ทจะมีค่าเท่ากับ

$$H(s) = \frac{s^2 + 239.6s + 28727.4}{28727.4}$$

\* ค่าการลดทอนของฟังก์ชันที่  $\omega_s = 400$  ที่คำนวณได้จากสมการที่ (5.22) นั้น มีค่าเท่ากับ 5.1 (dB) ซึ่งมากกว่าค่าความต้องการ 3.1 (dB)

### 5.3 การประมาณค่าเชบิเชฟ (Chebyshev Approximation)

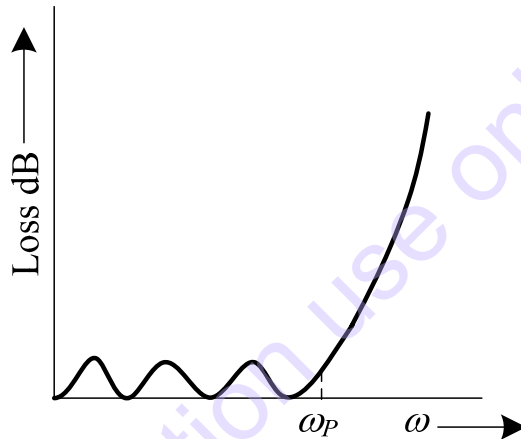
## บทที่ 5 การประมาณค่าปัญหา

คุณสมบัติหลักของฟังก์ชันบัตเตอร์เวิร์ทนั้นคือ จะทำให้ค่า Loss ที่มีความคงที่สูงที่สุดที่ความถี่ DC แต่จะมีคุณสมบัติไม่ดีที่จุดเปลี่ยนแปลงจาก  $\omega$  ไปยัง  $\omega_p$  ดังนั้นจึงต้องปรับปรุงข้อเสียนี้ซึ่งฟังก์ชันที่ใช้ในมีหลายชนิด เช่น เชบีเชฟมันจะทำการเพิ่มค่าการลดทอนที่แถบความถี่หยุด โดยการเปลี่ยนเงื่อนไขการประมาณค่าในแถบความถี่ผ่าน คุณสมบัติของพหุนามเชบีเชฟที่กล่าวในหัวข้อนี้เป็นการพิจารณาแบบอุดมคติ

โดยที่อันดับ  $n^{th}$  ฟังก์ชันเชบีเชฟ  $C_n(\Omega)$  แสดงไว้ดังนี้

$$C_n(\Omega) = \cos(n \cos^{-1} \Omega) \quad |\Omega| \leq 1 \quad (5.24 \text{ ก})$$

$$= \cosh(n \cosh^{-1} \Omega) \quad |\Omega| > 1 \quad (5.24 \text{ ข})$$



รูปที่ 5.7 คุณสมบัติของแถบความถี่ผ่านที่มีการกระเพื่อม

โดยที่  $\Omega$  เป็นความถี่ Normalized

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_p}$$

เชบีเชฟฟังก์ชัน สามารถเขียนในรูปพหุนามในรูปของ  $\Omega$  ได้โดยจากสมการ (5.24 ก) สามารถเขียนได้เป็น

$$C_{n+1}(\Omega) + C_{n-1}(\Omega) = \cos[(n+1) \cos^{-1} \Omega] + \cos[(n-1) \cos^{-1} \Omega]$$

จากกฎตรีโกณมิติ  $\cos(A+B) + \cos(A-B) = 2 \cos A \cos B$  สมการด้านขวามือสามารถเขียนได้เป็น

$$2 \cos(\cos^{-1} \Omega) \cos(n \cos^{-1} \Omega) = 2\Omega C_n(\Omega) \quad (5.25)$$

จากสมการในรูปความสัมพันธ์ย้อนกลับดังนั้น

$$C_{n+1}(\Omega) = 2\Omega C_n(\Omega) - C_{n-1}(\Omega) \quad (5.26)$$

จากสมการที่ (5.24 ก) เราจะได้

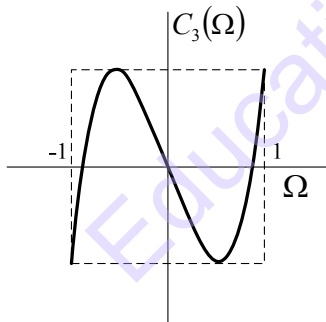
$$C_0(\Omega) = 1$$

$$C_1(\Omega) = \Omega$$

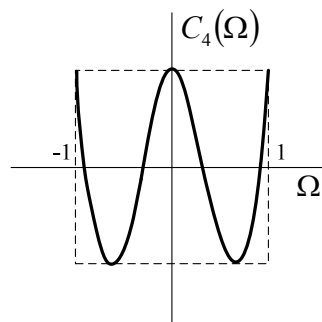
ในกรณีอันดับสูง ๆ ค่าพหุนามสามารถหาได้จากความสัมพันธ์ย้อนกลับของสมการที่ (5.26)

$$\left. \begin{aligned} C_2(\Omega) &= 2\Omega^2 - 1 \\ C_3(\Omega) &= 4\Omega^3 - 3\Omega \\ C_4(\Omega) &= 8\Omega^4 - 8\Omega^2 + 1 \\ C_5(\Omega) &= 16\Omega^5 - 20\Omega^3 + 5\Omega \end{aligned} \right\} \quad (5.27)$$

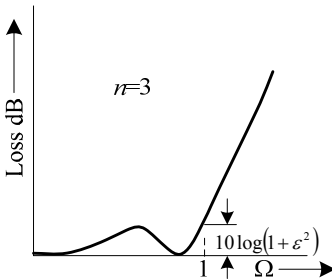
เมื่อพล็อตค่าฟังก์ชันเชบีเชฟโดยใช้ค่าพหุนามดังสมการที่ (5.27) ด้วยเงื่อนไข  $-1 < \Omega < 1$  จะได้ค่าการกระเพื่อมเป็นดังรูปที่ 5.8 (ก) และ (ข)



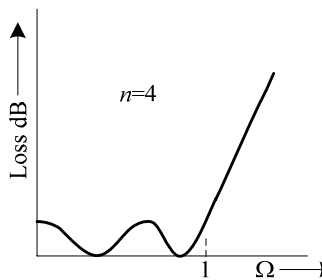
(ก)



(ข)



(ค)



(ง)

รูปที่ 5.8 การพล็อตของ (ก) ฟังก์ชันเชบีเชฟอันดับสาม (ข) ฟังก์ชันเชบีเชฟอันดับสี่

## บทที่ 5 การประมาณค่าปัญหา

(ค) ประมาณค่า LPF เชบีเชฟอันดับสาม (ง) ประมาณค่า LPF เชบีเชฟอันดับสี่

การประมาณค่าของ LPF แบบเชบีเชฟฟังก์ชัน โดยใช้พหุนามเชบีเชฟเป็น

$$|H(j\Omega)| = \frac{V_{in}(j\omega)}{V_o(j\omega)} = \sqrt{1 + \varepsilon^2 C_n^2(\Omega)} \quad (5.28)$$

ฟังก์ชันของการสูญเสียสำหรับ  $n = 3$  และ  $n = 4$  แสดงไว้ดังรูปที่ 5.8 (ค) และ (ง) ตามลำดับ สังเกตได้ว่าการประมาณค่าฟังก์ชันการกระเพื่อม ระหว่างค่าต่ำสุดคือ 1 และค่าสูงสุดคือ  $\sqrt{1 + \varepsilon^2}$  เมื่อ  $|\Omega| \leq 1$  และจำนวนของ  $|H(j\Omega)|$  ค่าต่ำสุดในแถบ  $-1 \leq \Omega \leq 1$  จะมีค่าเท่ากับ  $n$

เมื่อพิจารณาค่าการสูญเสียของ  $H(j\Omega)$  ที่ขอบของแถบความถี่ผ่าน  $\omega_p$  ค่าความถี่ Normalized  $\Omega$  จะเท่ากับ 1 และ  $C_n(1) = 1$  ดังนั้นค่าการสูญเสียที่แถบความถี่ผ่านจะมีค่าเป็น

$$A_{\max} = 10 \log_{10}(1 + \varepsilon^2) \quad (5.29)$$

ค่าการกระเพื่อมที่แถบความถี่ผ่าน  $A_{\max}$  กำหนดขึ้นโดย  $\varepsilon$  จะมีค่าเท่ากับ

$$\varepsilon = \sqrt{10^{0.1A_{\max}} - 1} \quad (5.30)$$

เมื่อค่าการกระเพื่อม  $A_{\max}$ , อันดับ  $n$ , ค่าการสูญเสียเชบีเชฟแบบ Normalized สามารถพล็อตได้จากสมการที่ (5.24), (5.28) และ (5.30) เมื่อเปลี่ยนค่า  $A_{\max} = 0.25$  (dB), 0.5 (dB) และ 1 (dB) แสดงไว้ในรูปที่ 5.9 รูปที่ 5.10 และ รูปที่ 5.11 ตามลำดับ โดยอธิบายได้จากตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 5.3-1 จงหาอันดับของเชบีเชฟ LPF จากความประสงค์ดังต่อไปนี้  $f_p = 2000$  Hz,

$$f_s = 5000 \text{ Hz}, A_{\max} = 1(\text{dB}), A_{\min} = 35(\text{dB})$$

วิธีทำ

$$\text{ค่าความถี่ Normalized ขอบของแถบความถี่หยุดคือ } \Omega_s = \frac{f_s}{f_p} = 2.5 \text{ จากรูปที่ 5.11}$$

จะได้ค่าอันดับเท่ากับ 4

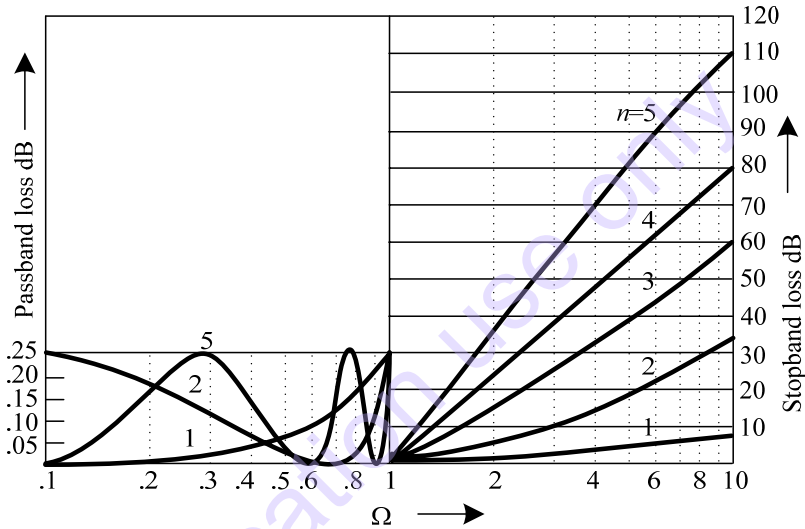
จุดหนึ่งที่ต้องพิจารณาคือค่าการกระเพื่อมช่วงแถบความถี่ผ่าน ซึ่งแม้ว่าจะมีการปรับปรุงในช่วงแถบความถี่หยุดของบัตเตอร์เวิร์ทให้ดีขึ้นก็ตาม ดังนั้นเมื่อเราเปรียบเทียบการประมาณค่าของทั้ง 2 แบบ โดยเงื่อนไข  $\omega \gg \omega_p$  โดยจากสมการที่ (5.7) ค่าการลดทอนของบัตเตอร์เวิร์ทเมื่อ  $\omega \gg \omega_p$  ประมาณ

$$20 \log \varepsilon \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^n \quad (5.31)$$

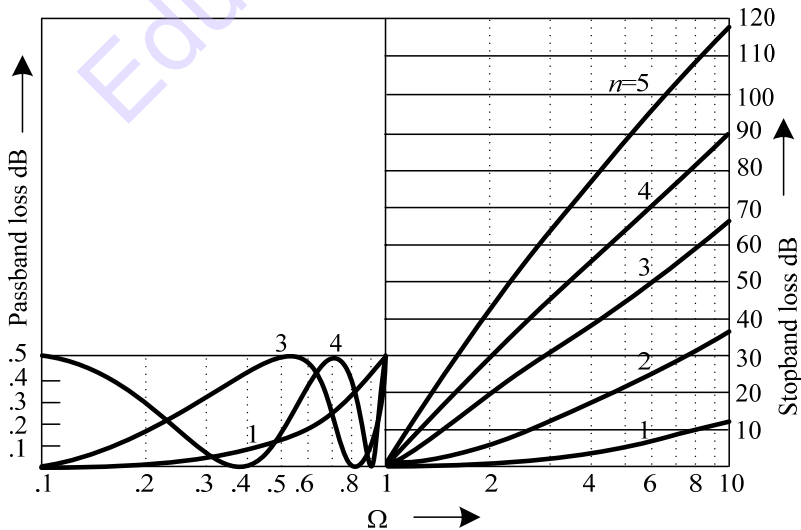
จากสมการที่ (5.28) ค่าลดทอนของเชบีเชฟเมื่อ  $\omega \gg \omega_p$  (เช่น  $\Omega \gg 1$ ) ทำให้เทอม  $\varepsilon C_n(\Omega) \gg 1$  ดังนั้น

$$A(\Omega)|_{\Omega \gg 1} \approx 20 \log_{10} \varepsilon C_n(\Omega) \quad (5.32)$$

จากสมการที่ (5.27) เมื่อ  $\Omega \gg 1$ ,  $C_n(\Omega) \approx 2^{n-1} \Omega^n$

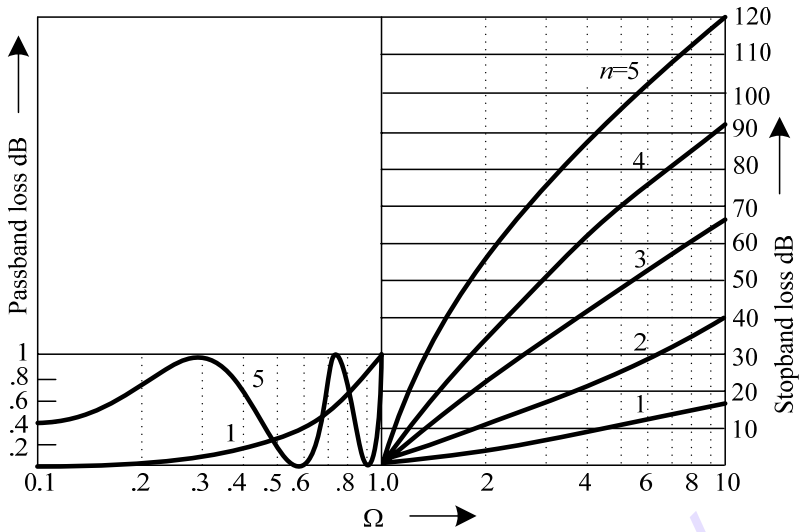


รูปที่ 5.9 Loss ของ LPF เชบีเชฟสำหรับ  $A_{\max} = 0.25(\text{dB})$



รูปที่ 5.10 Loss ของ LPF เชบีเชฟสำหรับ  $A_{\max} = 0.5(\text{dB})$

บทที่ 5 การประมาณค่าปัญหา



รูปที่ 5.11 Loss ของ LPF เชบีเชฟสำหรับ  $A_{\max} = 1(\text{dB})$

สมการที่ (5.32) สามารถลดรูปได้เป็น

$$A(\Omega)_{\Omega \gg 1} = A\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)_{\omega/\omega_p \gg 1} = 20 \log_{10} \left[ \varepsilon \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^n 2^{n-1} \right] \quad (5.33)$$

นำสมการที่ (5.31) เทียบกับสมการที่ (5.33) เห็นได้ว่าการประมาณค่าแบบเชบีเชฟจะได้เป็น

$$20 \log(2)^{n-1} = 6(n-1) \text{dB} \quad (5.34)$$

ซึ่งจะมีการลดทอนมากกว่าแบบบัตเตอร์เวิร์ทเมื่อมีอันดับเท่ากัน ดังนั้นเมื่อต้องการการสูญเสียเท่ากันนั้นทำให้กรณีของเชบีเชฟใช้อันดับน้อยกว่าแบบบัตเตอร์เวิร์ท

เมื่อเราพิจารณารากของฟังก์ชัน  $H(s)$  เช่นเดียวกับกรณีของบัตเตอร์เวิร์ทซึ่งทำได้โดยยกกำลังสอง  $|H(s)|^2$  ได้เป็น

$$|H(s)|^2 = 1 + \varepsilon^2 C_n^2(\Omega) \Big|_{\Omega=s/j} \quad (5.35)$$

แทนสมการที่ (5.24 ก) ลงในสมการที่ (5.35) จะได้

$$C_n(s/j) = \cos(n \cos^{-1}(s/j)) = \pm \frac{j}{\varepsilon^2} \quad (5.36)$$

กำหนดให้  $w = u + jv = \cos^{-1}(s/j)$  (5.37)

จะได้  $\cos(n(u + jv)) = \cos nu \cos jnv - \sin nu \sin jnv = \pm \frac{j}{\varepsilon^2}$  (5.38)

ด้วยความสัมพันธ์

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$

และ

$$\cos(jx) = \cosh(x)$$

สมการที่ (5.37) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\cos nu \cosh nv - j \sin nu \sinh nv = \pm \frac{j}{\varepsilon} \quad (5.39)$$

เทียบสัมประสิทธิ์พบว่า

$$\cos nu \cosh nv = 0 \quad (5.41)$$

$$\sin nu \sinh nv = \pm \frac{1}{\varepsilon} \quad (5.42)$$

เนื่องจาก  $\cosh nv \geq 1$  ดังนั้น  $\cos nu = 0$  หรือ

$$u_k = \frac{2k-1}{2n} \pi \quad \text{โดยที่} \quad k = 1, 2, 3, \dots, 2n \quad (5.43)$$

ซึ่งก็หมายถึง  $\sin nu = \pm 1$  ดังนั้น  $\sinh nv = \pm \frac{1}{\varepsilon^2}$  หรือ

$$v = \frac{1}{n} \sinh^{-1} \left( \frac{1}{\varepsilon} \right) \quad (5.44)$$

ซึ่งเราจะสนใจเฉพาะค่า  $v$  ที่เป็นบวกเท่านั้น จากสมการที่ (5.37) สามารถเขียนในรูปใหม่ได้เป็น

$$s = j \cos(u_k + jv) = \sin u_k \sinh v + j \cos u_k \cosh v \quad (5.45)$$

รากของฟังก์ชันที่ (5.45) จะเป็น

$$s_k = \sigma_k \pm j\omega_k \quad k=0, 1, 2, \dots, 2n-1 \quad (5.46)$$

โดยที่  $\sigma_k = -\sin u_k \sinh v$  และ  $\omega_k = \cos u_k \cosh v$  หรือ

$$\sigma_k = \pm \sin \frac{\pi}{2} \left( \frac{1+2k}{n} \right) \sinh \left( \frac{1}{n} \sinh^{-1} \frac{1}{\varepsilon} \right) \quad (5.47 \text{ ก})$$

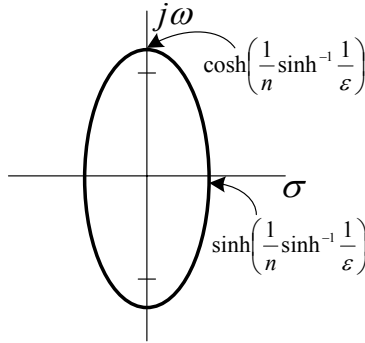
$$\omega_k = \cos \frac{\pi}{2} \left( \frac{1+2k}{n} \right) \cosh \left( \frac{1}{n} \sinh^{-1} \frac{1}{\varepsilon} \right) \quad (5.47 \text{ ข})$$

เราจะพิจารณา รากของสมการเฉพาะที่อยู่ด้านซ้ายของระนาบ สเหมือนกับหลักการประมาณค่าบัตเตอร์เวิร์ทซึ่งจะพิจารณาเฉพาะค่า  $\sigma$  ที่มีค่าเป็นลบ ดังนั้นจากสมการที่ (5.37 ก) และ (5.37 ข) จะได้เป็น

**บทที่ 5 การประมาณค่าปัญหา**

$$\left[ \frac{\sigma_k}{\sinh\left(\frac{1}{n} \sinh^{-1} \frac{1}{\varepsilon}\right)} \right]^2 + \left[ \frac{\omega_k}{\cosh\left(\frac{1}{n} \sinh^{-1} \frac{1}{\varepsilon}\right)} \right]^2 = 1 \quad (5.48)$$

สมการที่ (5.48) เป็นสมการวงรี เมื่อพล็อตลงในระนาบ  $s$  จะได้ดังรูปที่ 5.12



รูปที่ 5.12 วิธีของรากสำหรับการประมาณค่าเชบีเซฟ

การประมาณค่าเชบีเซฟสามารถเขียนในรูปตัวประกอบผลคูณได้ดังนี้

$$H(s) = \prod_j \frac{1}{k} (s - s_j) \quad (5.49)$$

โดยที่  $s_j$  จะเป็น ราก  $s$  ที่อยู่บนด้านซ้ายของระนาบ  $s$  ค่าตัวแปร  $k$  เป็นค่าคงที่ เพื่อที่จะปรับค่าการสูญเสียให้มีค่าเป็น 0 (dB) ที่สุดเมื่ออยู่ในแถบความถี่ผ่าน โดยสมการตัวประกอบด้านบนเมื่อมีการสูญเสียเปลี่ยนไปเป็น  $A_{\max} = 0.25(\text{dB}), 0.5(\text{dB})$  และ  $1(\text{dB})$  เมื่ออันดับจาก 1-5 จะแสดงไว้ในตารางที่ 5.2 โดยค่าพหุนามที่ให้มานั้นเป็นค่าที่ทำการ Normalized แล้วโดยกำหนดค่าขอบความถี่แถบความถี่ผ่าน  $\omega = \omega_p = 1$  สำหรับค่า LPF ทั่วไปค่าขอบของแถบความถี่ผ่านที่  $\omega = \omega_p$  ค่าพหุนามเหล่านี้จะต้องทำการ Denormalized ด้วย  $s \rightarrow \frac{s}{\omega_p}$

**ตารางที่ 5.2** ฟังก์ชันจากการประมาณค่าแบบเชบีเซฟ

(ก)  $A_{\max} = 0.25\text{dB}$

$n$	Numerator of H(s)	Denominator Constant K
1	$s + 4.10811$	5.10811
2	$s^2 + 1.79668s + 2.11403$	2.05405
3	$(s^2 + 0.76722s + 1.33863)(s + 0.76722)$	1.02702
4	$(s^2 + 0.42504s + 1.16195)(s^2 + 1.02613s + 0.45485)$	0.51352
5	$(s^2 + 0.27005s + 1.09543)(s^2 + 0.70700s + 0.53642)(s + 0.43695)$	0.25676

(ข)  $A_{\max} = 0.5\text{dB}$

n	Numerator of H(s)	Denominator Constant K
1	$s + 2.86278$	2.86278
2	$s^2 + 1.42562s + 1.51620$	1.43138
3	$(s^2 + 0.62646s + 1.14245)(s + 0.62646)$	0.71570
4	$(s^2 + 0.35071s + 1.06352)(s^2 + 0.84668s + 0.356412)$	0.35785
5	$(s^2 + 0.22393s + 1.03578)(s^2 + 0.58625s + 0.47677)(s + 0.362332)$	0.17892

(ค)  $A_{\max} = 1\text{dB}$

n	Numerator of H(s)	Denominator Constant K
1	$s + 1.96523$	1.96523
2	$s^2 + 1.09773s + 1.10251$	0.98261
3	$(s^2 + 0.49417s + 0.99420)(s + 0.49417)$	0.49130
4	$(s^2 + 0.27907s + 0.98650)(s^2 + 0.67374s + 0.27940)$	0.24565
5	$(s^2 + 0.17892s + 0.98831)(s^2 + 0.46841s + 0.42930)(s + 0.28949)$	0.12283

ตัวอย่างที่ 5.3-2 จงประมาณค่าฟังก์ชันเชบีเชฟ LPF จากเงื่อนไขที่ให้มา

$$\omega_p = 200, \omega_s = 600, A_{\max} = 0.5 \text{ (dB)}, A_{\min} = 20 \text{ (dB)}$$

วิธีทำ ค่า Normalized ของขอบความถี่แถบความถี่หยุดคือ  $\Omega_s = \frac{600}{200} = 3$  เมื่อพิจารณาจากรูปที่

5.10 จะได้ค่าอันดับสาม โดยค่าฟังก์ชัน Normalized LPF สำหรับ  $n = 3$  และ  $A_{\max} = 0.5\text{(dB)}$  พิจารณาจากตารางที่ 5.2 (ข) ได้เป็น

$$H_N(s) = \frac{(s^2 + 0.62646s + 1.14245)(s + 0.62646)}{0.71570}$$

ทำการ Denormalized ด้วย  $\frac{s}{200}$

$$H(s) = \frac{(s^2 + 125.3s + 45698)(s + 125.3)}{5725600}$$

#### 5.4 การประมาณค่าอีลิปติก (Elliptic Approximation)

เราจะเห็นได้ว่าการประมาณค่าเชบีเชฟจะมีการกระเพื่อมอยู่ในแถบความถี่ผ่าน และ ก็ยังมีค่าการสูญเสียมากกว่าแบบบัตเตอร์เวิร์ท โดยการประมาณค่าทั้งสองจะมีอัตราการเพิ่มของการสูญเสียในช่วงแถบความถี่หยุดประมาณ  $6n \text{ dB/octave}$  โดยที่  $n$  เป็นอันดับของฟังก์ชัน ซึ่งทั้งสองแบบจะมีอัตราการเพิ่มของการสูญเสียมากกว่าค่าของ  $A_{\min}$  ที่ต้องการจริงในอุดมคติในช่วงแถบความถี่หยุด ซึ่งวิธีการที่จะสามารถแก้ไขข้อเสียนี้คือการประมาณค่าอีลิปติก หรือ เรียกอีกอย่างหนึ่งว่าการประมาณค่าแบบ Cauer ก็ได้

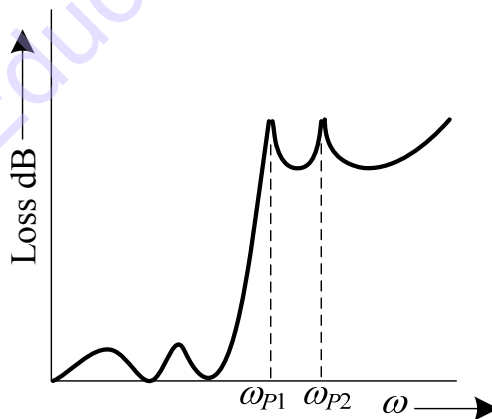
## บทที่ 5 การประมาณค่าปัญหา

การประมาณค่าอีลิปติก ปกติแล้วจะใช้มากในการออกแบบตัวกรองความถี่โดยฟังก์ชันของการประมาณค่าอีลิปติก แสดงไว้ดังรูปที่ 5.13 ซึ่งสามารถบอกได้ถึงค่าของโพลในแถบความถี่หยุด ซึ่งในฟังก์ชันของอีลิปติกนั้นจะเป็นของเศษส่วนที่มีทั้งค่าโพล และ ซีโรที่แน่นอน ขณะที่บัตเตอร์เวิร์ท และ เชบีเชฟเป็นพหุนามจะไม่มีโพลที่ความถี่อนันต์ ในส่วนของการประมาณค่าอีลิปติก นั้นจะที่ตั้งของโพลจะเป็นการเลือกขอบของแถบความถี่หยุด และ คุณสมบัติของการกระเพื่อมในแถบความถี่หยุด โดยโพลที่อยู่ใกล้กับขอบแถบความถี่หยุด ( $\omega_{p1}$ ) ซึ่งจะเป็นการเพิ่มความชัน ในช่วงการเปลี่ยนผ่าน และ โพลตัวถัดไป ( $\omega_{p2}$  และ อนันต์) ใช้เป็นตัวกำหนดค่าระดับของการลดทอนในช่วงแถบความถี่หยุด จากการใช้ค่าโพลที่แน่นอน เราสามารถใช้การประมาณค่าอีลิปติก ออกแบบตัวกรอง ให้แถบความถี่หยุดมีความราบเรียบเรียกว่าค่าการสูญเสียของทั้งแบบบัตเตอร์เวิร์ทและเชบีเชฟ ในขณะที่อันดับของอีลิปติกน้อยกว่าแบบบัตเตอร์เวิร์ท และ เชบีเชฟทำให้ใช้อุปกรณ์น้อยกว่าในกรณีของตัวกรองสัญญาณ

ตัวอย่างของการ Normalized ของฟังก์ชันอีลิปติก LPF แสดงไว้ดังรูป 5.3 โดยที่ความถี่ Normalized ( $\Omega = \frac{\omega}{\omega_p}$ ) ตัวส่วนที่ค่าคงที่  $k$  อยู่ในคอลัมน์ที่เพื่อใช้ในการหาค่าการสูญเสียที่ DC จากตารางจะมีค่า  $\Omega_s$  ที่แตกต่างกันโดยที่  $\Omega_s$  คือ

$$\Omega = \frac{\omega_s}{\omega_p} = \frac{\text{Stopband edge frequency}}{\text{Passband edge frequency}}$$

จากตารางดังกล่าวใช้สำหรับค่า  $A_{\max} = 0.5(\text{dB})$



รูปที่ 5.13 คุณสมบัติการสูญเสียของการประมาณค่าอีลิปติก LPF

ตารางที่ 5.3 ฟังก์ชันการประมาณค่าแบบอีลิปติกที่  $A_{\max} = 0.5\text{dB}$

(ก)  $\Omega_s = 1.5$

$n$	Denominator Constant $K$	Denominator of $H(s)$	Numerator of $H(s)$	$A_{\min}$
2	0.38540	$s^2 + 3.92705$	$s^2 + 1.03153s + 1.060319$	8.3
3	0.31410	$s^2 + 2.80601$	$(s^2 + 0.45286s + 1.14917)(s + 0.766952)$	21.9
4	0.015397	$(s^2 + 2.53555)(s^2 + 12.09931)$	$(s^2 + 0.25496s + 1.06044)(s^2 + 0.92001s + 0.47183)$	36.3
5	0.019197	$(s^2 + 2.42551)(s^2 + 5.43764)$	$(s^2 + 0.16346s + 1.03189)(s^2 + 0.57023s + 0.57601)(s + 0.42597)$	50.6

(ข)  $\Omega_s = 2.0$

$n$	Denominator Constant $K$	Denominator of $H(s)$	Numerator of $H(s)$	$A_{\min}$
2	0.20133	$s^2 + 7.4641$	$s^2 + 1.24504s + 1.59179$	13.9
3	0.15424	$s^2 + 5.15321$	$(s^2 + 0.53787s + 1.14849)(s + 0.69212)$	31.2
4	0.0036987	$(s^2 + 4.59326)(s^2 + 24.22720)$	$(s^2 + 0.30116s + 1.06258)(s^2 + 0.88456s + 0.41032)$	48.6
5	0.0046205	$(s^2 + 4.36495)(s^2 + 10.56773)$	$(s^2 + 0.19255s + 1.03402)(s^2 + 0.58054s + 0.52500)(s + 0.392612)$	66.1

(ค)  $\Omega_s = 3.0$

$n$	Denominator Constant $K$	Denominator of $H(s)$	Numerator of $H(s)$	$A_{\min}$
2	0.083974	$s^2 + 17.48528$	$s^2 + 1.35715s + 1.55532$	21.5
3	0.063211	$s^2 + 11.82781$	$(s^2 + 0.58942s + 1.14917)(s + 0.65263)$	42.8
4	0.0006246	$(s^2 + 10.4554)(s^2 + 58.471)$	$(s^2 + 0.32979s + 1.063281)(s^2 + 0.86258s + 0.37787)$	65.1
5	0.00077547	$(s^2 + 9.8955)(s^2 + 25.0769)$	$(s^2 + 0.21066s + 1.0351)(s^2 + 0.58441s + 0.496388)(s + 0.37452)$	85.5

ตัวอย่างที่ 5.4-1 จงคำนวณหาค่าฟังก์ชันอีลิปติก LPF จากความประสงค์ต่อไปนี้

$$\omega_p = 200, \omega_s = 600, A_{\max} = 0.5 \text{ (dB)}, A_{\min} = 20 \text{ (dB)}$$

วิธีทำ ค่าอัตราส่วนของขอบแถบความถี่หยุดกับขอบของแถบความถี่ผ่าน ( $\Omega_s$ ) มีค่าเป็น

$$\Omega_s = \frac{600}{200} = 3$$

จากตารางที่ 5.3 (ค) ฟังก์ชันอีลิปติกอันดับสองมีค่าการลดทอนที่ 21.5 (dB) ซึ่งจะมีความใกล้เคียงความต้องการของโจทย์มากที่สุด

$$H_N(s) = \frac{s^2 + 1.35715s + 1.55532}{0.083974(s^2 + 17.48528)}$$

ทำการ Denormalized โดยการแทน  $s$  ด้วย  $\frac{s}{200}$  สมการด้านบนจะได้เป็น

## บทที่ 5 การประมาณค่าปัญหา

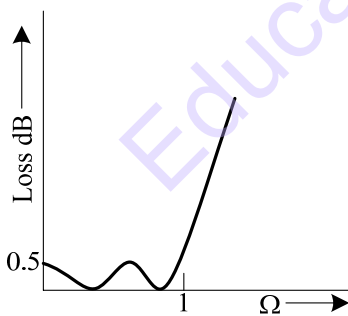
$$H(s) = \frac{s^2 + 271.45s + 62212.8}{0.083974(s^2 + 699411)}$$

ข้อสังเกต จากตัวอย่างที่ 5.4-1 นั้นเป็นโจทย์ที่มีความต้องการเหมือนกับ LPF แบบเชบี เชฟ ในตัวอย่างที่ 5.3-2 ซึ่งจากการประมาณค่าแล้วเห็นได้ว่าการประมาณค่าแบบอิลิปติกนั้นจะใช้ อันดับของตัวกรองน้อยกว่าแบบเชบีเชฟ

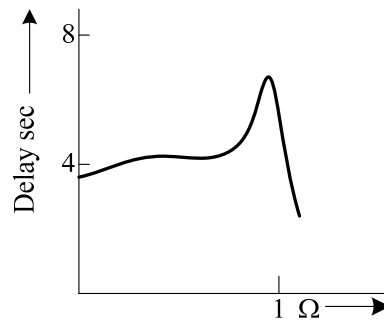
### 5.5 การประมาณค่าเบซเซล (Bessel Approximation)

จากหลักการของการประมาณค่าฟังก์ชันที่ผ่านมามีทั้งหมดนั้น โดยส่วนใหญ่จะพิจารณาใน ส่วนของความประสงค์สูญเสียไม่พิจารณากรณีของเฟส และ การหน่วงเวลาเลย ซึ่งในหัวข้อนี้จะ กล่าวถึงการประมาณค่าแบบเบซเซล ซึ่งเป็นการให้ความสนใจเรื่องเฟส และ ความประสงค์หน่วง เวลา

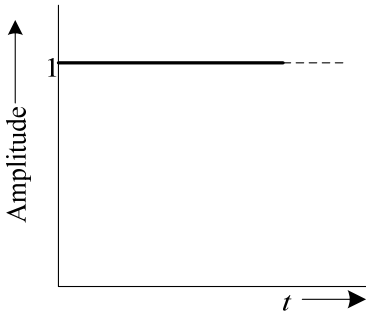
แต่ก่อนที่จะกล่าวถึงเรื่องการประมาณเบซเซลนั้น เรามาพิจารณาคคุณสมบัติการหน่วงเวลา และ การประมาณค่าบัตเตอร์เวิร์ท และ เชบีเชฟกันก่อน โดยที่ค่าขนาด และ การหน่วงเวลาของ ฟังก์ชันตัวกรองอันดับสี่แบบเชบีเชฟแสดงไว้ดังรูปที่ 5.14 (ก) และ (ข) ตามลำดับ ซึ่งสังเกตได้ว่า เมื่อ ความถี่อยู่ในแถบความถี่ผ่าน จะมีค่าการหน่วงเวลาค่อนข้างคงที่ และ เมื่อความถี่สูงจะทำให้มีค่า สูง กว่าเมื่อความถี่ต่ำ ส่วนในกรณีการตอบสนองต่อสัญญาณรูปสี่เหลี่ยมแสดงไว้ดังรูปที่ 5.14 (ค) โดย จะเห็นว่าเมื่อป้อนสัญญาณ DC จะมีการตอบสนองช้ากว่าประมาณ 4 วินาที ดังรูปที่ 5.14 (ง) ซึ่งจะ ทำให้ตัวกรองแบบเชบีเชฟไม่เหมาะสำหรับการการตอบสนองต่อสัญญาณดิจิทัล



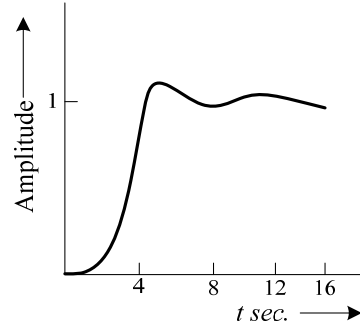
(ก)



(ข)



(ค)

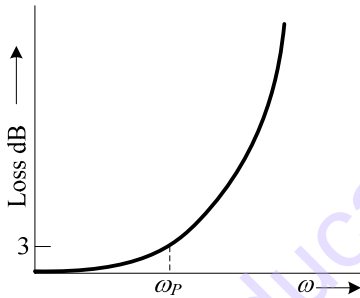


(ง)

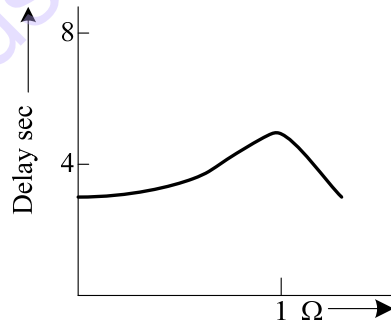
รูปที่ 5.14 คุณสมบัติของเซปี่เซฟอันดับ 4 ( $A_{\max} = 0.5 \text{ dB}$ )

(ก) การสูญเสีย (ข) การหน่วงเวลา (ค) สัญญาณอินพุตเป็นขั้น (ง) การตอบสนองเป็นขั้น

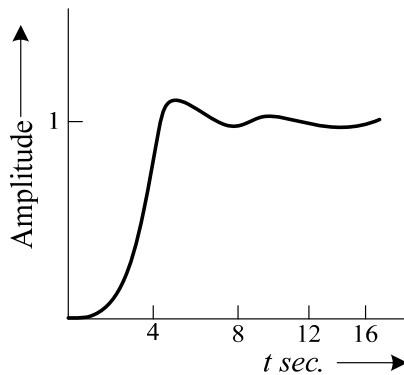
เมื่อพิจารณาคุณสมบัติของบัตเตอร์เวิร์ทบ้าง ในกรณีของการหน่วงเวลาก็จะมีความคงที่ในช่วงแถบความถี่ผ่านดังรูปที่ 5.15 (ก) และ (ข)  $A_{\max} = 3 \text{ (dB)}$  ส่วนกรณีการตอบสนองเป็นขั้น แสดงไว้ดังรูปที่ 5.15 (ค) ก็จะมีค่าประมาณ 4 วินาที คล้ายกับแบบกรณีของเซปี่เซฟโดยจะมีการกระเพื่อมเล็กน้อย แต่จะมีช่วงเวลากการไต่ขึ้นต่ำกว่าแบบเซปี่เซฟเล็กน้อย



(ก)



(ข)



(ค)

รูปที่ 5.15 คุณสมบัติของบัตเตอร์เวิร์ทอันดับสี่ ( $A_{\max} = 3 \text{ dB}$ )

(ก) การสูญเสีย (ข) การหน่วงเวลา (ค) การตอบสนองเป็นขั้น

## บทที่ 5 การประมาณค่าปัญหา

ด้วยเหตุผลที่กล่าวมาแล้ว สามารถแก้ไขโดยใช้หลักการของการประมาณค่าแบบเบสเซล โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อที่จะปรับค่าการหน่วงเวลาให้เรียบ และมีค่าต่ำที่สุดในช่วงแถบความถี่ผ่าน โดยพิจารณาจากสมการของการสูญเสียในรูปของการหน่วงเวลาจากสมการที่ (3.6) ในบทที่ 3

$$H(s) = e^{sT_0} \quad (5.41)$$

การประมาณค่าแบบเบสเซล คือ การประมาณพหุนามโดยอยู่ในรูปของคุณสมบัติจุดมคติ โดยในการประมาณค่าแบบนี้ ค่าการหน่วงเวลาในช่วงเริ่มต้นจะราบเรียบที่สุด เพื่อให้ง่ายในการวิเคราะห์สมการที่ (5.41) จะกำหนดให้การหน่วงเวลาที่ DC เป็น  $T_0 = 1$  วินาทีจะได้เป็น

$$H(s) = e^s \quad (5.42)$$

จากสมการที่ (5.42) นั้นสามารถเขียนในรูปเบสเซลได้เป็น

$$H(s) = \frac{B_n(s)}{B_n(0)} \quad (5.43)$$

โดยที่  $B_n(s)$  เป็นอันดับของพหุนามเบสเซล ซึ่งกำหนดมาจากฟังก์ชันย้อนกลับ (Recursive) ดังนี้

$$B_0(s) = 1$$

$$B_1(s) = s + 1$$

และ

$$B_n(s) = (2n-1)B_{n-1}(s) + s^2 B_{n-2}(s) \quad (5.44)$$

ฟังก์ชันย้อนกลับสามารถคำนวณประมาณค่าของฟังก์ชัน  $e^s$  ได้เป็น

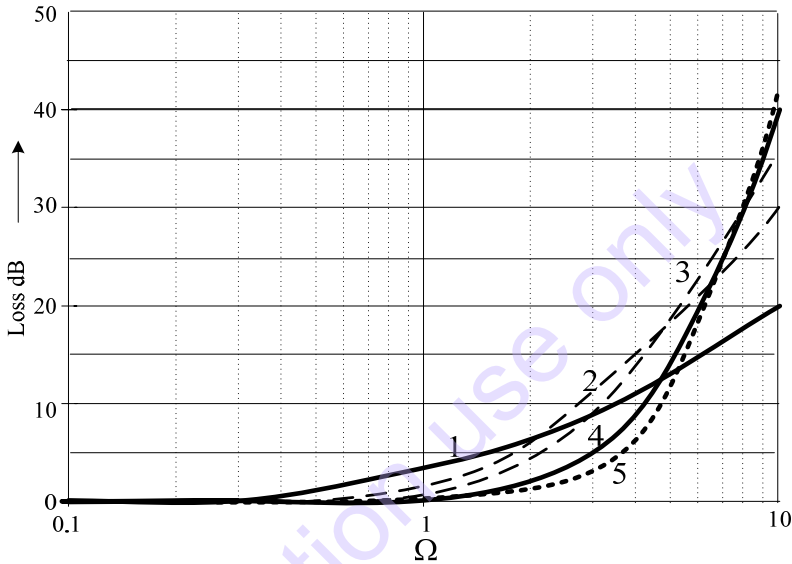
$$H(s)_{n=2} = \frac{(s^2 + 3s + 3)}{3} \quad (5.45)$$

$$H(s)_{n=3} = \frac{(s^3 + 6s^2 + 15s + 15)}{15} \quad (5.46)$$

โดยค่าฟังก์ชันอันดับต่อๆ ไป แสดงไว้ดังตารางที่ 5.4 ถ้าความถี่ต่ำ ค่าการหน่วงเวลาคือ  $T_0$  วินาที (มากกว่า 1 วินาที) ค่า  $s$  จะต้องแทนด้วย  $sT_0$  ในการประมาณค่าฟังก์ชัน

ตารางที่ 5.4 ค่าตัวประกอบต่างๆ ของการประมาณค่าแบบเบซเซล

$n$	Numerator of $H(s)$	Denominator Constant $K$
1	$s + 1$	1
2	$s^2 + 3s + 3$	3
3	$(s^2 + 3.67782s + 6.45944)(s + 2.32219)$	15
4	$(s^2 + 5.79242s + 9.14013)(s^2 + 4.20758s + 11.4878)$	105
5	$(s^2 + 6.70391s + 14.2725)(s^2 + 4.64934s + 18.15631)(s + 3.64674)$	945



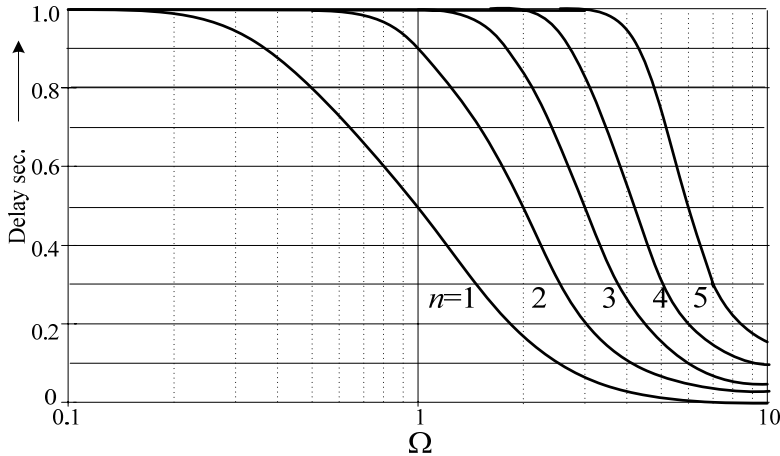
รูปที่ 5.16 Loss ของการประมาณค่าเบซเซล LPF

รูปแสดงการสูญเสีย และ การหน่วงเวลาตั้งแต่อันดับ  $n = 1-5$  แสดงไว้ดังรูปที่ 5.16 และ 5.17 ตามลำดับ ซึ่งใช้ค่าความถี่ Normalized  $\Omega$  ในรูปของ  $\omega$  จะเป็น

$$\Omega = \omega T_0 \quad (5.47)$$

จากรูปที่ 5.17 แสดงให้เห็นว่าในช่วงที่เลยแถบความถี่ผ่านของอันดับสูงๆ ค่าการหน่วงเวลาจะค่อนข้างราบเรียบ ซึ่งจะมีคุณสมบัติเหนือกว่าทั้งแบบบัตเตอร์เวิร์ท และ เชบีเชฟ สำหรับ การตอบสนองเป็นขั้นในรูปที่ 5.18 (ค) ก็จะไม่มีส่วนโค้งสูง

บทที่ 5 การประมาณค่าปัญหา



รูปที่ 5.17 ค่าการหน่วงเวลาของการประมาณค่าเบซเซล LPF

ตัวอย่างที่ 5.5-1 จงประมาณค่าฟังก์ชันเบซเซลชนิด LPF โดยใช้ ความประสงค์ดังต่อไปนี้

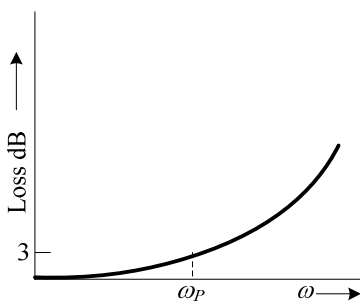
(ก) ค่าการหน่วงเวลาจะต้องราบเรียบภายใน 1% จากความถี่ DC ไปจนถึง 2 kHz

(ข) ค่าการลดทอนที่ความถี่ 6 kHz จะต้องมากกว่า 25(dB)

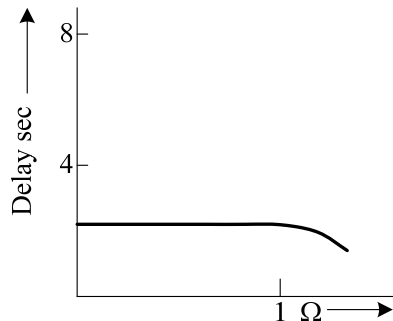
วิธีทำ ชั้นแรกลองพิจารณาที่ค่าของอันดับสี่จากรูปที่ 5.17 จะเห็นว่าค่าการหน่วงเวลาจะเรียบตั้งแต่ 1% ไปจนถึง  $\Omega = 1.9$  และเมื่อพิจารณาเงื่อนไขจากโจทย์ โดยค่าการหน่วงเวลาที่ความถี่ Normalized ที่  $\omega = 2$  kHz ดังนั้นที่ค่าความถี่ Normalized ของความถี่ 6 kHz สามารถหาได้โดย

$$\Omega_s = \frac{6}{2}(1.9) = 5.7$$

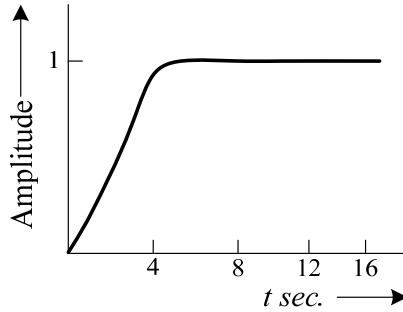
เมื่อสังเกตจากรูปที่ 5.16 ที่ความถี่  $\Omega_s = 5.7$  จะได้ค่าการลดทอน (Attenuation) = 22 (dB) ดังนั้นการประมาณค่าอันดับสี่ จะไม่สามารถใช้ได้กับเงื่อนไขความประสงค์ของโจทย์ จึงต้องพิจารณาในอันดับที่ห้าต่อไป



(ก)



(ข)



(ค)

รูปที่ 5.18 คุณสมบัติของการประมาณค่าเบสเซลอันดับที่สี่ ( $A_{\max} = 3\text{dB}$ )

(ก) การสูญเสีย (ข) การหน่วงเวลา (ค) การตอบสนองเป็นขั้น

จากรูปที่ 5.17 ค่าการหน่วงเวลาของอันดับห้าจะอยู่ภายใต้ 1% ไปจนถึงค่าประมาณ  $\Omega = 2.5$  ด้วยความถี่  $\omega = 2\text{ kHz}$  ดังนั้นค่าความถี่  $\omega = 6\text{ kHz}$  จะได้เป็น

$$\Omega_s = \frac{6}{2}(2.5) = 7.5$$

ซึ่งเมื่อพิจารณารูปที่ 5.16 กรณีอันดับห้าจะมีการลดทอนประมาณ 29.5(dB) ที่ความถี่  $\Omega = 7.5$  ซึ่งสามารถใช้ได้กับเงื่อนไขความต้องการของโจทย์

ค่าฟังก์ชัน Normalized อันดับห้าของตารางที่ 5.4 จะต้องทำการ Denormalized ค่า  $s$  โดยการแทนด้วย  $sT_0$  โดยใช้สมการที่ (5.47)

$$T_0 = \frac{\Omega}{\omega} = \frac{2.5}{2\pi(2000)} = 1.989 \times 10^{-4}\text{ sec}$$

ดังนั้นฟังก์ชันที่ทำการ Denormalized จะมีค่าเป็น

$$\frac{V_o}{V_{in}} = \frac{3.608 \times 10^8}{s^2 + 3.370 \times 10^4 s + 3.608 \times 10^8} \cdot \frac{4.5894 \times 10^8}{s^2 + 2.338 \times 10^4 s + 4.5894 \times 10^8} \cdot \frac{1.8335 \times 10^8}{s + 1.8335 \times 10^4}$$

ข้อสังเกต

เมื่อพิจารณาเทียบกับบัตเตอร์เวิร์ทอันดับห้าที่ความถี่ตัด 2 kHz เมื่อพิจารณาที่ความถี่ 6 kHz ก็จะมีการลดทอนประมาณ 50 (dB) จะเห็นว่าสามารถใช้ตัวกรองบัตเตอร์เวิร์ทได้เช่นกัน แต่เมื่อพิจารณาถึงค่าการหน่วงเวลาจะเป็นว่ามีความไม่ราบเรียบ และ สูงกว่าแบบเบสเซล ส่วนค่าแถบความถี่หยุดในแบบเบสเซลจะมีค่าไม่ดี ซึ่งในทางปฏิบัตินั้นมีทางเลือกวิธีหนึ่งในการแก้การหน่วงเวลา โดยใช้วิธีปรับค่าการหน่วงเวลา ซึ่งจะกล่าวถึงต่อไป

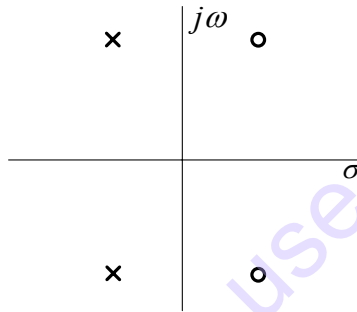
## บทที่ 5 การประมาณค่าปัญหา

### 5.6 ตัวปรับค่าการหน่วงเวลา (Delay Equalizers)

จากที่กล่าวมาแล้ว ตัวกรองที่ผ่านมานั้นยังใช้การตอบสนองทางการหน่วงเวลาไม่ดีพอ แต่ตัวกรองเบซเซลก็จะสามารถทำให้การหน่วงเวลาที่แถบความถี่ผ่านราบเรียบ แต่ก็ยังมีข้อจำกัดเรื่องแถบความถี่หยุด การประมาณค่าการหน่วงเวลาของตัวกรองที่ผ่านมามีทั้งการกระเพื่อม และ โด่งสูง ดังรูปที่ 5.14 และ 5.15 ซึ่งจะต้องทำการชดเชยค่าการหน่วงเวลาเหล่านั้นให้มีความราบเรียบด้วยวิธีการตัวปรับค่าการหน่วงเวลา

ในบทที่ 3 ได้มีการกล่าวถึงปรับค่าการหน่วงเวลาอันดับสองในลักษณะฟังก์ชันตัวกรองผ่านทั้งหมดดังนี้

$$\frac{V_O}{V_{IN}} = \frac{s^2 - as + b}{s^2 + as + b} \quad (5.48)$$



รูปที่ 5.19 ค่าโพลและซีโรของตัวปรับค่าการหน่วงเวลาอันดับสอง

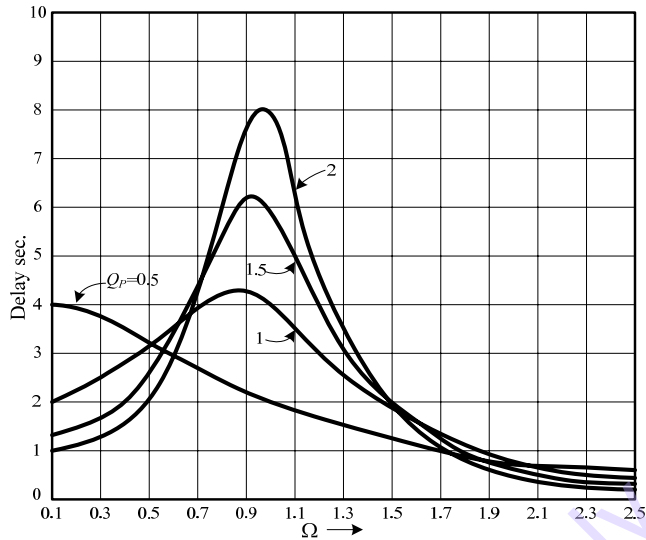
ค่าโพลและซีโรแสดงไว้ดังรูปที่ 5.19 เมื่อนำค่าพหุนามมาคำนวณหาค่าการหน่วงเวลา ตามสมการที่ (3.13) ในบทที่ 3 แล้วนำมาพล็อตด้วยค่าคงที่  $Q$  ที่แตกต่างกัน (โดย  $Q = \frac{\sqrt{b}}{a}$ ) แสดงไว้ดังรูปที่ 5.20 โดยความถี่ Normalized ของกราฟคือความถี่โพล ( $\omega = \sqrt{b}$ ) ด้วยคือ

$$\Omega = \frac{\omega}{\sqrt{b}} \quad (5.49)$$

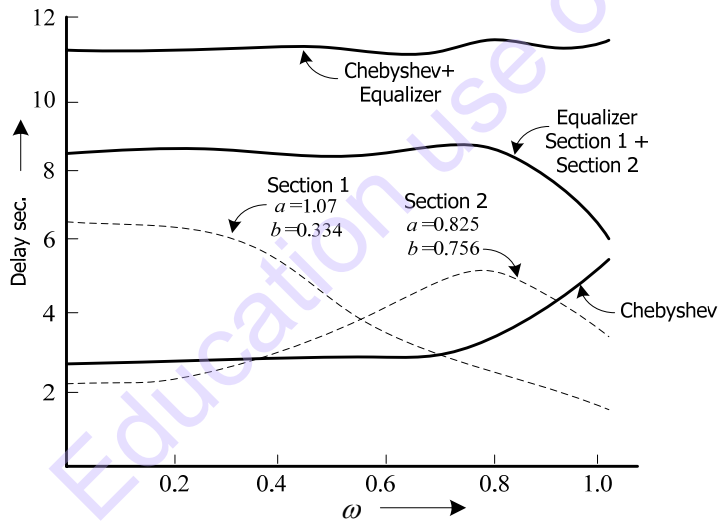
จากกราฟเหล่านี้สามารถเห็นได้ว่าค่าการหน่วงเวลาโด่งสูง จะเกิดขึ้นเข้าใกล้  $\Omega = 1$  (หรือ  $\omega = \sqrt{b}$ ) สำหรับ  $Q_p > 1$  ดังนั้นการที่จะปรับค่าการหน่วงเวลา โดยอาศัยรูปที่ 5.20 จะใช้สมการที่ (5.48) โดยค่าการหน่วงเวลาสามารถเขียนในรูปสมการใหม่เพื่อใช้ออกแบบตัวปรับค่าการหน่วงเวลาได้เป็น

$$T(s) = \prod_{i=1}^N \frac{s^2 - a_i s + b_i}{s^2 + a_i s + b_i} \quad (5.50)$$

โดยที่  $N$  เป็นจำนวนชุด (Section) ของการหน่วงเวลา โดย  $a_i$ ,  $b_i$  เป็นตัวกำหนดรูปร่างการตอบสนองตัวปรับค่าการหน่วงเวลา



รูปที่ 5.20 ค่าการหน่วงเวลาของตัวปรับค่าการหน่วงเวลาอันดับสองที่ค่า  $Q$  ต่าง ๆ



รูปที่ 5.21 ตัวปรับค่าการหน่วงเวลาแบบเชบีเชฟอันดับสี่

( $A_{\max} = 0.25$  (dB)), ขอบของแถบความถี่ผ่าน (Pass Band) = 1rad/sec

ยกตัวอย่างถ้าพิจารณาคุณสมบัติการหน่วงเวลาของเชบีเชฟอันดับสี่ดังรูปที่ 5.21 จะต้องใช้ตัวปรับค่าการหน่วงเวลาอันดับสอง 2 ชุดในการปรับค่าการหน่วงเวลาโดยกำหนดให้เป็น

$$\text{Section 1 } a_1 = 1.07 \quad b_1 = 0.334$$

$$\text{Section 2 } a_2 = 0.825 \quad b_2 = 0.756$$

ค่าการหน่วงเวลารวมของตัวปรับค่าการหน่วงเวลาทั้ง 2 ชุด จะเป็นการรวมกันของตัวปรับค่าการหน่วงเวลาทั้ง 2 ชุดของกราฟดังรูปที่ 5.21 นั้นเอง จะเห็นว่าเมื่อนำตัวกรองวงจรเชบีเชฟ และ

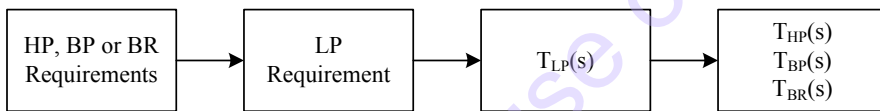
## บทที่ 5 การประมาณค่าปัญหา

ตัวปรับค่าการหน่วงเวลามาต่อร่วมกัน ค่าการหน่วงเวลาเอาท์พุทจะมีค่าราบเรียบมาก และผลดีอีกอย่างหนึ่งก็คือ ตัวปรับค่าการหน่วงเวลานี้จะมีอัตราขยายเท่ากับ 1 ดังนั้นจะไม่มีผลต่ออัตราขยายของตัวกรองเชบีเซฟเลย

### 5.7 การแปลงความถี่ (Frequency Transformation)

จากหัวข้อที่ผ่านมาเราได้กล่าวถึงการประมาณค่าตัวกรองเพียงเฉพาะแบบ LPF ไม่ได้กล่าวถึงกรณีของ HPF, BPF และ BRF ซึ่งหัวข้อนี้จะเป็นการพูดถึงการเปลี่ยนตัวกรองชนิด LPF ให้เป็น HPF, BPF และ BRF โดยอาศัยหลักการดังรูปที่ 5.22

ซึ่งขั้นตอนแรกจะทำการหาความต้องการของตัวกรอง HPF, BPF หรือ BRF ที่ จากนั้นก็เลือกการประมาณค่าของ LPF ที่ต้องการว่าจะใช้การประมาณค่าแบบใด และ ขั้นตอนต่อไปเป็นการแปลงความถี่ (Frequency Transform) จากหลักการที่จะกล่าวถึงต่อไปก็จะได้เป็นตัวกรอง HPF, BPF หรือ BRF ที่ต้องการ

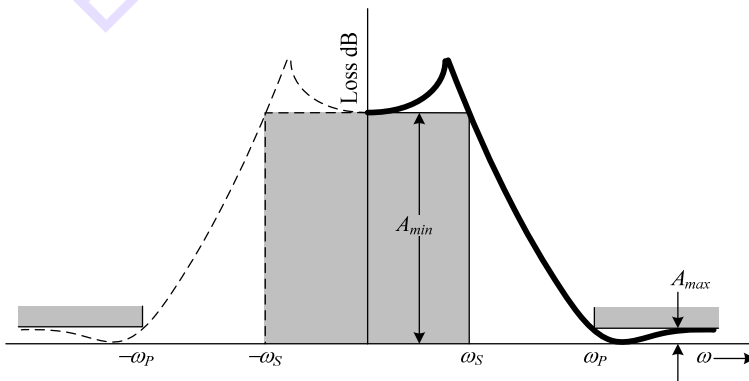


รูปที่ 5.22 บล็อกไดอะแกรมของการแปลงตัวกรอง

#### 5.7.1 ตัวกรองความถี่สูงผ่าน (High-pass Filter: HPF)

ฟังก์ชันของตัวกรอง HPF ( $T_{HP}(s)$ ) จะมีขอบของแถบความถี่ผ่าน  $\omega_p$  สามารถเปลี่ยนเป็นฟังก์ชันของตัวกรอง LPF โดยการแปลงความถี่คือ

$$S = \frac{\omega_p}{s} \quad (5.51)$$



รูปที่ 5.23 คุณสมบัติของ HP ฟังก์ชัน

วิเคราะห์รูปที่ 5.23 เป็น HPF ฟังก์ชันโดยความถี่บนแกนจินตภาพ  $S=j\Omega$  และ  $s=j\omega$  ดังนั้นสมการที่ (5.51) กลายเป็น

$$\Omega = -\frac{\omega_p}{\omega} \quad (5.52)$$

ถ้าเอาสมการนี้แล้วค่าของขอบความถี่ผ่านของ HP จะดูเหมือนกับเป็นกการแปลงมาจากความถี่ของ LP ที่ -1 โดยคุณสมบัติทางความถี่จะมีความสมมาตรกันโดยมีจุดเริ่มต้นอยู่ตรงกลางโดยกรณีของความถี่ HP นั้นที่  $-\omega_p$  จะแปลงไปเป็นความถี่ LP ที่ +1 ดังรูปที่ 5.24 ซึ่งสามารถสรุปเป็นความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ HP และ LP ในกรณีของความถี่  $\omega_p, \omega_s$ , ความถี่ DC และ  $\infty$  ได้เป็น

$HP(\omega)$		$LP(\Omega)$
$\pm \omega_p$	$\rightarrow$	$\mp 1$
$\pm \omega_s$	$\rightarrow$	$\mp \frac{\omega_p}{\omega_s}$
DC	$\rightarrow$	$\infty$
$\infty$	$\rightarrow$	DC

โดยทั่วไปแล้วแถบความถี่ผ่านของ HPF จาก  $\omega_p$  ไปจนถึง  $\infty$  จะแปลงเป็นรูปของแถบความถี่ผ่านของ LPF จาก 0 ไปจนถึง 1 และค่า  $\omega_s$  จาก 0 ถึง  $\omega_s$  จะแปลงเป็นรูปแถบความถี่หยุดของ  $\frac{\omega_p}{\omega_s}$  ไปจนถึง  $\infty$  ดังนั้น การแปลงรูปฟังก์ชัน HP  $T_{HP}(s)$  ไปเป็นฟังก์ชัน LP  $T_{LP}(S)$  ในรูปของระนาบ  $s$  ได้เป็น

$$T_{HP}(s) = T_{LP}(S) \Big|_{S=\omega_p/s} \quad (5.53)$$

จากสมการที่ (5.53) สามารถเห็นได้ว่าการลดทอนของ HPF ที่  $s = s_1$  จะมีค่าเหมือนกับของ LPF ที่  $S = \frac{\omega_p}{s_1}$

การหาค่าทำได้โดยกำหนดค่าความต้องการของ HPF ด้วยค่า  $A_{\max}, A_{\min}, \omega_p, \omega_s$  ดังรูปที่ 5.23 โดยขั้นตอนแรกจะแปลงโดยใช้สมการที่ (5.53) ไปหาค่าความประสงค์ LPF Normalized ด้วย  $A_{\max}, A_{\min}, 1, \frac{\omega_p}{\omega_s}$  ดังรูปที่ 5.24 โดยอาจจะใช้หลักการของบัตเตอร์เวิร์ท, เชบีเซฟ, อีลิปติก, Bessel หรือ ฟังก์ชันอื่น ๆ ก็ขึ้นอยู่กับความต้องการของเราเองว่าต้องการใช้ตัวกรองแบบไหน

ตัวอย่างที่ 5.7-1 จงคำนวณหาค่าการประมาณบัตเตอร์เวิร์ทสำหรับเงื่อนไขของ HPF ดังนี้

## บทที่ 5 การประมาณค่าปัญหา

$$\omega_p = 1000, \omega_s = 500, A_{\max} = 3 \text{ (dB)}, A_{\min} = 15 \text{ (dB)}$$

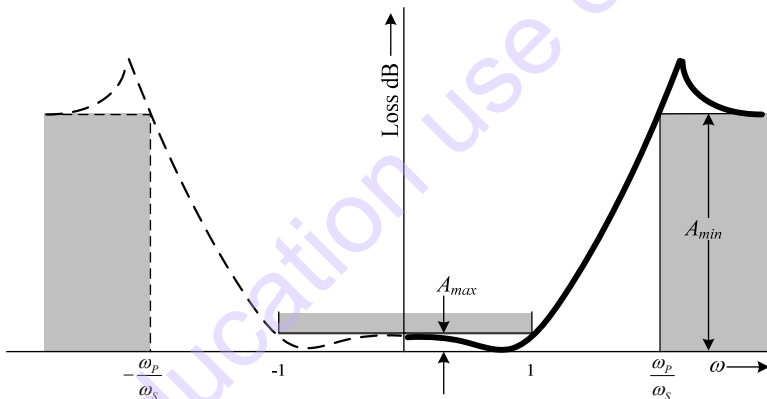
**วิธีทำ** จากโจทย์เราสามารถแปลงค่าความถี่เป็น LPF ได้เป็นต่างๆ  $A_{\max} = 3 \text{ (dB)}$ ,  $A_{\min} = 15 \text{ (dB)}$ ,  $\Omega_p = 1$ ,  $\Omega_s = 2$  จากรูปที่ 5.5 อันดับที่เหมาะสมจะเป็นอันดับสาม โดยเมื่อพิจารณาจากตารางที่ 5.1 สมการของอันดับสามจะเป็น

$$T_{LP}(S) = \frac{V_o(S)}{V_{in}(S)} = \frac{1}{(S^2 + S + 1)(S + 1)}$$

แปลงตัวกรอง HPF ฟังก์ชัน  $T_{HP}(s)$  โดยแทน  $S$  ด้วย  $\frac{1000}{s}$

$$T_{HP}(s) = \frac{s^3}{(s^2 + 1000s + 10^6)(s + 1000)}$$

ซึ่ง HPF ฟังก์ชันนี้จะมีคุณสมบัติของบัตเตอร์เวิร์ท หรือ มีค่าราบเรียบที่ความถี่นั้น



รูปที่ 5.24 Normalized Low-pass ฟังก์ชัน

### 5.7.2 ตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่าน (Band-Pass Filter: BPF)

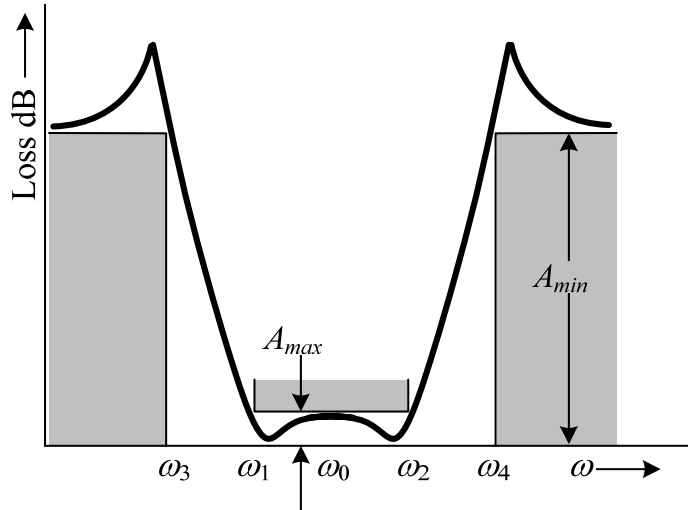
ในหัวข้อนี้กล่าวถึงการประมาณค่า BPF ดังรูปที่ 5.25 ซึ่งวิธีการจะใช้หลักการแปลงค่าโดยแปลงจากฟังก์ชัน Normalized LPF ดังนี้

โดยที่

$$S = \frac{s^2 + \omega_0^2}{B_s} \quad (5.54)$$

โดย  $B = \omega_2 - \omega_1$  เป็นความกว้างของแถบความถี่ผ่านของ BPF

$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$  เป็นความถี่กลาง (หลักการเรขาคณิต) ของแถบความถี่ผ่าน



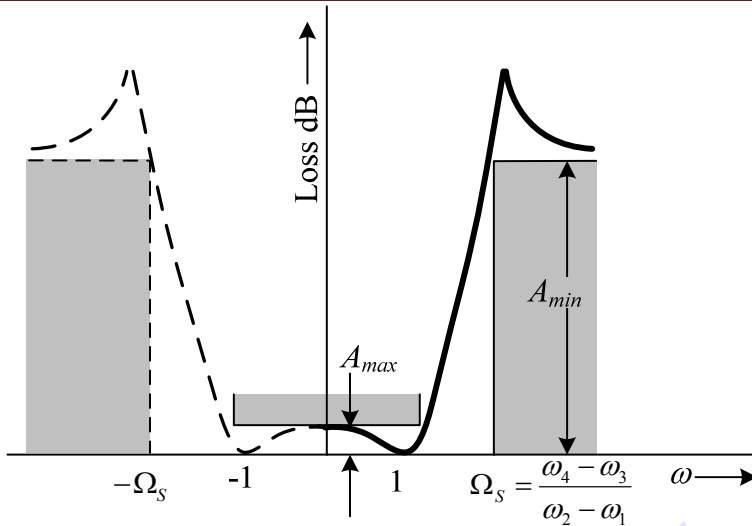
รูปที่ 5.25 คุณสมบัติของ Pass Band โดยทั่วไป

จากรูปของฟังก์ชันของ BPF ดังรูปที่ 5.25 ความถี่แกนจินตภาพ  $s = j\omega$  และ  $s = j\Omega$  ดังนั้นจากสมการที่ (5.54) ได้เป็น

$$\Omega = -\frac{(-\omega^2 + \omega_0^2)}{(\omega_2 - \omega_1)\omega} = 0 \quad (5.55)$$

จากสมการที่ (5.55) ความถี่ศูนย์กลางของช่วงแถบความถี่ผ่าน  $\omega_0$  จะเลื่อนไปเป็นคุณสมบัติของตัวกรอง LPF ดังรูปที่ 5.26 และ สมการจะกลายเป็น

$$\Omega_0 = -\frac{(-\omega_0^2 + \omega_0^2)}{(\omega_2 - \omega_1)\omega_0} = 0 \quad (5.56)$$



รูปที่ 5.26 รูปแสดงฟังก์ชัน Normalized LPF

ขอบแถบความถี่ผ่าน  $\omega_1$  จะถูกเลื่อนเป็นความถี่ตัด

$$\Omega_1 = -\frac{(-\omega_1^2 + \omega_0^2)}{(\omega_2 - \omega_1)\omega_1} = -1 \quad (5.57)$$

และที่ขอบแถบความถี่ผ่าน  $\omega_2$  จะถูกเลื่อนเป็น  $\Omega_2 = +1$  ซึ่งสรุปได้ว่าแถบความถี่ผ่าน, BPF จะถูกเลื่อนไปเป็นแถบความถี่ -1 ถึง +1 ของ LPF พิจารณากรณีของขอบความถี่ตัดในส่วนของ  $\omega_3$  และ  $\omega_4$  ไปเป็น

$$\Omega_3 = -\frac{(-\omega_3^2 + \omega_0^2)}{(\omega_2 - \omega_1)\omega_3} = 0 \quad (5.58)$$

$$\Omega_4 = -\frac{(-\omega_4^2 + \omega_0^2)}{(\omega_2 - \omega_1)\omega_4} \quad (5.59)$$

และจากที่ทราบดีแล้วว่าความถี่ศูนย์กลางในรูปของเรขาคณิตเท่ากับ

$$\omega_0^2 = \omega_3\omega_4 \quad (5.60)$$

จากสมการที่ (5.58) ค่า  $\omega_3$  และ  $\omega_4$  จะถูกเลื่อนเป็น 2 ข้างของความถี่แถบความถี่ผ่านของ LPF

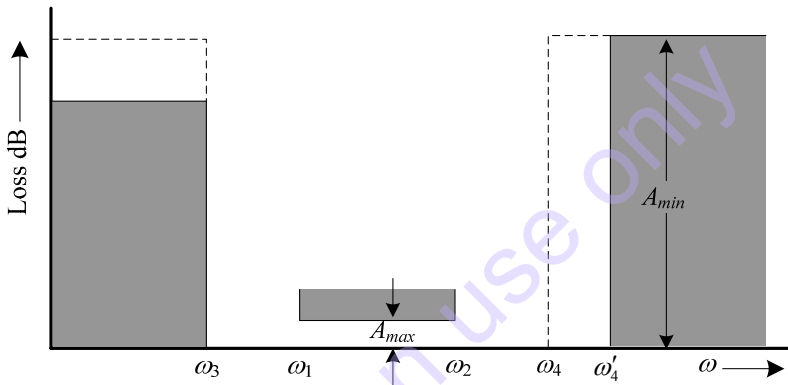
$$\Omega_3 = -\frac{\omega_4 - \omega_3}{\omega_2 - \omega_1} \quad \text{และ} \quad \Omega_4 = -\frac{\omega_4 - \omega_3}{\omega_2 - \omega_1} = -\Omega_3 \quad (5.61)$$

ดังนั้นค่าแถบความถี่หยุดของฟังก์ชันแถบความถี่ที่ต้องการผ่าน จะถูกเลื่อนไปเป็นแถบความถี่หยุดของตัวกรองความถี่ต่ำผ่านจาก  $\Omega_s$  ถึง  $\infty$  และ  $-\Omega_s$  ถึง  $-\infty$  โดยที่

$$\Omega_s = \frac{(\omega_4 - \omega_3)}{(\omega_2 - \omega_1)}$$

จากที่อธิบายไปทั้งหมดข้างต้นสรุปได้ว่า การประมาณค่าแถบความถี่ผ่านจะมีความสัมพันธ์กับฟังก์ชันแถบความถี่ต่ำผ่านดังนี้

$$T_{BP}(s) = T_{LP}(S) \Big|_{S = \frac{(s^2 + \omega_0^2)}{B_s}} \quad (5.62)$$



รูปที่ 5.27 ความประสงค์ BP แบบไม่สมมาตร

จากหลักการข้างต้นสามารถนำมาปรับใช้ได้กับ BPF ชนิดไม่สมมาตรได้เช่นกัน โดยเมื่อพิจารณาความต้องการดังรูปที่ 5.27 โดย  $A_{\min 1} \neq A_{\min 2}$  และ  $\omega_3 \omega_4 \neq \omega_1 \omega_2$  จะทำการปรับคุณสมบัติของ BPF แบบไม่สมมาตรให้มีความสมมาตร (ดังเส้นประรูปที่ 5.27) ซึ่งจะสามารถเขียนในรูปของเรขาคณิตได้ โดยให้การลดทอนของด้านแถบความถี่หยุดด้านต่ำเท่ากับ  $A_{\min 2}$  และ ลดความถี่  $\omega_4$  ให้เป็น  $\omega'_4$  ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้เป็น

$$\omega_3 \omega'_4 = \omega_1 \omega_2 \quad (5.63)$$

ส่วนการออกแบบ BPF ชนิดที่ไม่สมมาตรนั้นเป็นวิธีที่ค่อนข้างยุ่งยากมีตัวประกอบเชิงซ้อนหลายตัวซึ่งอาจไม่จำเป็นในการใช้งานก็ได้จึงไม่ได้กล่าวถึงไว้

ตัวอย่างที่ 5.7-2 จงประมาณค่าฟังก์ชันอิลิปติกสำหรับ BPF โดยมีความต้องการดังนี้

$$A_{\max} = 0.5 \text{ (dB)}, \quad A_{\min} = 20 \text{ (dB)}$$

$$\text{Pass Band} = 500 \text{ Hz ถึง } 1000 \text{ Hz}$$

## บทที่ 5 การประมาณค่าปัญหา

Stop Band = DC ถึง 275 Hz และ 2000 Hz ถึง  $\infty$

วิธีทำ

จากโจทย์ที่หามาได้  $\omega_1 = 2\pi 500, \omega_2 = 2\pi 1000, \omega_3 = 2\pi 275, \omega_4 = 2\pi 2000$

สังเกตได้ว่าจากโจทย์นั้นเป็น BPF แบบไม่สมมาตร  $\omega_3\omega_4 \neq \omega_1\omega_2$  เพื่อให้สามารถใช้กฎเรขาคณิตเราจะทำการลดค่า  $\omega_4$  ไปโดยใช้สมการที่ (5.63)

$$\omega'_4 = \frac{\omega_1\omega_2}{\omega_3} = 2\pi 1818$$

ค่าของ Normalized LPF ที่ใช้ในที่นี่จึงมีค่าเป็น

$$A_{\max} = 0.5 \text{ dB}, A_{\min} = 20, \Omega_p = 1, \Omega_s = \frac{1818 - 275}{1000 - 500} = 3.08$$

จากตารางที่ 5.3(ค) สำหรับ  $A_{\max} = 0.5$  (dB) และ  $\Omega_s = 3.0$  ดังนั้นจะได้ตัวกรองอันดับสองดังนี้

$$T_{LP}(S) = \frac{V_o(s)}{V_{IN}(s)} = \frac{0.083947(s^2 + 17.48528)}{(s^2 + 1.35715s + 1.55532)}$$

ใช้สมการที่ (5.62) ฟังก์ชัน BPF ทำได้โดย แทน  $S$  ด้วย

$$\frac{s^2 + \omega_1\omega_2}{(\omega_2 - \omega_1)s} = \frac{s^2 + 4\pi^2(500000)}{2\pi 500s}$$

สมการ BPF ที่ได้จากการประมาณค่าอิลิปติกได้เป็น

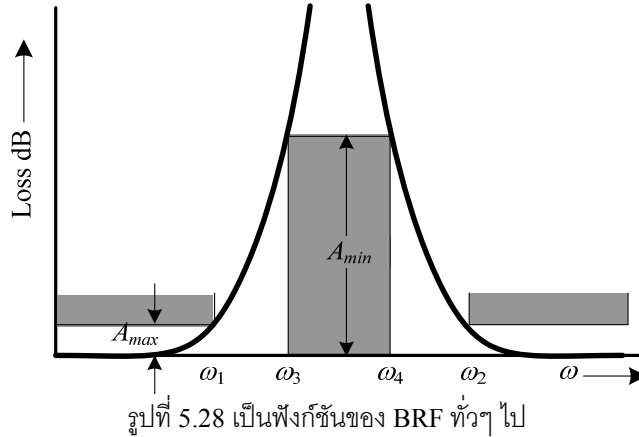
$$T_{BP}(s) = \frac{0.084(s^4 + 2.12 \times 10^8 s^2 + 3.89 \times 10^{14})}{s^4 + 4.26 \times 10^3 s^3 + 5.48 \times 10^7 s^2 + 8.42 \times 10^{10} s + 3.89 \times 10^{14}}$$

ข้อสังเกต จากสมการที่ (5.62) เราจะเห็นโพลและซีโรของ LPF แปลงไปเป็นโพล และ ซีโร 2 ตัว จึงทำให้ฟังก์ชันของ BPF จะมีอันดับเป็น 2 เท่า ของ LPF ด้วย

### 5.7.3 ตัวกรองความถี่ที่ไม่ต้องการออก (Band Reject Filter: BRF)

ในหัวข้อนี้เราจะพิจารณาการประมาณค่าของ BRF แบบสมมาตร ดังแสดงในรูปที่ 5.28 โดยแถบความถี่หยุดจะเริ่มต้น  $\omega_3$  ถึง  $\omega_4$  และ ช่วงแถบความถี่ผ่านมี 2 ช่วง โดยที่ช่วงแรกเริ่มจากความถี่ DC ถึง  $\omega_1$  และ ช่วงที่ 2 เริ่มจาก  $\omega_2$  ถึง  $\infty$  โดยจากหลักการเรขาคณิต สามารถบอกได้ว่า

$$\omega_1\omega_2 = \omega_3\omega_4 \quad (5.64)$$



เราสามารถที่จะสร้าง BRF ฟังก์ชัน  $T_{BR}(s)$  ได้จาก Normalized ฟังก์ชัน ของ LPF  $T_{LP}(S)$  ดังนี้

$$S = \frac{B_s}{s^2 + \omega_0^2} \quad (5.65)$$

โดยที่

$B = \omega_2 - \omega_1$  เป็นความกว้างของแถบความถี่ผ่าน

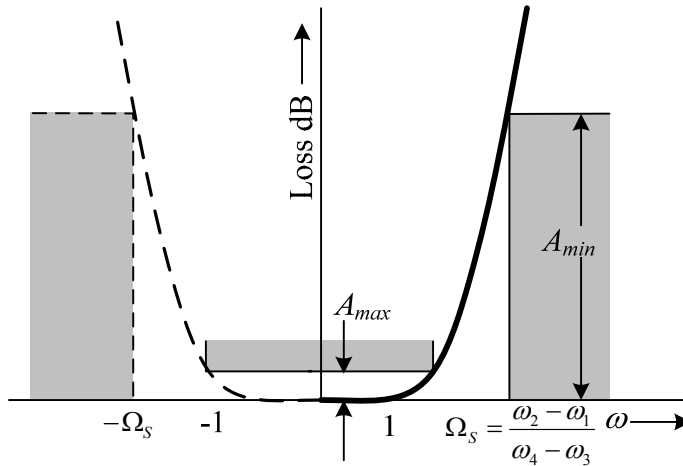
$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$  เป็นความถี่กลางของแถบความถี่หยุด

เมื่อพิจารณาสมการที่ (5.65) ประกอบกับคุณสมบัติฟังก์ชัน BRF ดังรูปที่ 5.28 สำหรับ ความถี่แกนจินตภาพ  $s = j\omega$  และ  $S = j\Omega$  ดังนี้

$$\Omega = \frac{(\omega_2 - \omega_1)\omega}{-\omega^2 + \omega_0^2} \quad (5.66)$$

ด้วยวิธีการคล้ายกับ BPF สรุปลงเป็นค่าความถี่ต่าง ๆ ที่แปลงเป็นความถี่ในรูปของ Normalized LPF ดังรูปที่ 5.29 เป็นดังนี้

BR( $\omega$ )		LP( $\Omega$ )
$\omega_0$	→	$\infty$
$\omega_1$	→	+1
$\omega_2$	→	-1
$\omega_3$	→	$+\frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_4 - \omega_3}$
$\omega_4$	→	$-\frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_4 - \omega_3}$



รูปที่ 5.29 เป็นฟังก์ชันของ LPF แบบ Normalized

จากรูปที่ 5.28 และ 5.29 แถบความถี่ที่ไม่ต้องการออก  $\omega_3$  ถึง  $\omega_4$  ซึ่งแปลงเป็นแถบความถี่หยุดของ LPF  $\Omega_s$  ถึง  $\infty$  และ  $-\Omega_s$  ถึง  $-\infty$  โดยที่  $\Omega_s = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_4 - \omega_3}$  และช่วงแถบความถี่ผ่านของ BRF แปลงเป็นแถบของ LPF  $-1$  ถึง  $+1$  โดยสรุปการแปลงแถบความถี่ที่ไม่ต้องการออก ฟังก์ชัน  $T_{BR}(s)$  เป็นฟังก์ชัน Normalized LPF  $T_{LP}(s)$  โดยใช้สมการ

$$T_{BR}(s) = T_{LP}(S) \quad S = \frac{Bs}{(s^2 + \omega_0^2)} \quad (5.67)$$

ในการสร้าง BRF ตามเงื่อนไขรูปที่ 5.28 เราจะต้องทำการประมาณค่า LP ตามรูปที่ 5.29 โดยมีเงื่อนไขดังนี้

$$A_{\max} A_{\min} \Omega_p = 1, \quad \Omega_s = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_4 - \omega_3}$$

ในการประมาณค่าสามารถใช้ บัตเตอร์เวิร์ท เชบีเชฟ อีลิปติก หรือ เบซเซล ก็ได้ และสุดท้ายก็จะใช้การแปลงเป็น BRF ด้วยสมการที่ (5.67)

แบบฝึกหัดท้ายบท

- 5.1 ตัวกรองความถี่สูงผ่านมีคุณสมบัติดังนี้  $A_{\max}=1\text{dB}$ ,  $A_{\min}=28\text{dB}$ ,  $f_p=3500\text{Hz}$ ,  $f_s=1000\text{Hz}$  การประมาณค่าใช้ การพล็อต Bode ของฟังก์ชันตัวกรองความถี่สูงผ่านอันดับหนึ่ง และ อันดับสอง จงคำนวณค่าการสูญเสียโดยการประมาณค่าฟังก์ชันที่  $f_p$  และ  $f_s$
- 5.2 จากคุณสมบัติตัวกรองความถี่ต่ำผ่านมีคุณสมบัติดังนี้  $A_{\max}=1\text{dB}$ ,  $A_{\min}=35\text{dB}$ ,  $f_p=1000\text{Hz}$ ,  $f_s=3500\text{Hz}$
- จงหาฟังก์ชันประมาณแบบบัตเตอร์เวิร์ท
  - คำนวณการสูญเสียที่ความถี่  $9000\text{Hz}$
  - คำนวณค่า  $Q$  ของฟังก์ชันอัตรายาย
- 5.3 จงหาฟังก์ชันประมาณแบบเชบีเชฟจากคุณสมบัติตัวกรองความถี่ต่ำผ่านมีคุณสมบัติดังนี้  $A_{\max}=0.25\text{dB}$ ,  $A_{\min}=40\text{dB}$ ,  $\omega_p=1200\text{rad/s}$ ,  $\omega_s=4000\text{rad/s}$
- 5.4 ฟังก์ชันตัวกรองความถี่ต่ำผ่านแบบเชบีเชฟอันดับ 5 มีการสูญเสีย  $72\text{dB}$  ที่ความถี่  $4000\text{Hz}$  จงคำนวณหาความถี่ของตัวกรองบัตเตอร์เวิร์ทอันดับ 5 เมื่อการสูญเสียเท่ากัน โดยให้ทั้งสองมีคุณสมบัติของแถบความถี่ผ่านที่เท่ากัน
- 5.5 ใช้ตารางที่ 5.3 เพื่อประมาณค่าตัวกรองอิลิปติกจากคุณสมบัติตัวกรองความถี่ต่ำผ่านมีคุณสมบัติดังนี้  $A_{\max}=0.5\text{dB}$ ,  $A_{\min}=40\text{dB}$ ,  $\omega_p=1000\text{rad/s}$ ,  $\omega_s=3200\text{rad/s}$  และ คำนวณค่าการสูญเสียที่ขอบของความถี่หยุด
- 5.6 จงประมาณค่าอันดับตัวกรองเชบีเชฟตามเงื่อนไขเดียวกับข้อ 5.5 และ จงคำนวณการสูญเสียที่ความถี่หยุด  $\omega_s=3200\text{rad/s}$  เมื่อใช้อันดับเท่ากับข้อ 5.5
- 5.7 ตัวกรองความถี่ต่ำมีความต้องการให้การสูญเสีย  $3\text{ dB}$  ที่ขอบแถบของความถี่ผ่านที่  $1000\text{rad/sec}$  และ มีการสูญเสียอย่างน้อย  $30\text{dB}$  ที่ความถี่  $4000\text{rad/sec}$  (ก) จงประมาณค่าฟังก์ชันเบซเซล ตามเงื่อนไขที่กำหนด (ข) คำนวณความถี่ช่วงที่ทำให้การหน่วงเวลา ลดลง  $10\%$  จากการหน่วงเวลา DC
- 5.8 จงประมาณค่าฟังก์ชันตัวกรองความถี่สูงผ่านแบบบัตเตอร์เวิร์ท โดยให้มีการลดทอนอย่างน้อย  $45\text{dB}$  ที่ความถี่ต่ำกว่า  $300\text{Hz}$  และ มีการลดทอนไม่เกิน  $0.5\text{dB}$  ที่ความถี่สูงกว่า  $3000\text{Hz}$
- 5.9 จงประมาณค่าฟังก์ชันเชบีเชฟ ตามเงื่อนไขของตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่านดังต่อไปนี้  $A_{\max}=0.5\text{dB}$ ,  $A_{\min}=15\text{dB}$ , pass-band =  $200\text{Hz}-400\text{Hz}$ , แถบความถี่หยุดต่ำกว่า  $100\text{Hz}$  และ สูงกว่า  $1000\text{Hz}$
- 5.10 จงแปลงฟังก์ชันตัวกรองความถี่ที่ไม่ต้องการออกชนิดสมมาตร จากฟังก์ชันตัวกรองความถี่ต่ำผ่านแบบ Normalized ต่อไปนี้ โดยมีความถี่ศูนย์กลางเท่ากับ  $1000\text{Hz}$  และ มีขอบของแถบความถี่ผ่านที่  $100\text{Hz}$

$$T_{LP}(S) = \frac{1}{S+1}$$

ปล่อยหน้าว่าง

Education use only

# 6 ความไวตัวกรอง

วิธีหนึ่งที่ใช้ในการบอกว่าตัวกรองที่ออกแบบมานั้น มีประสิทธิภาพดีหรือไม่ นั่นก็คืออุปกรณ์ (Components) ที่ใช้ในวงจร ซึ่งอุปกรณ์ที่ใช้ในตัวกรองนั้น โดยปกติแล้วจะมีความผิดพลาดเปลี่ยนแปลงตามองค์ประกอบต่างๆ เช่น อุณหภูมิ ความชื้น หรือความผิดพลาดของอุปกรณ์เอง ซึ่งการออกแบบนั้น ถ้าต้องการให้วงจรมีประสิทธิภาพสูง องค์ประกอบของวงจรจะต้องไม่เปลี่ยนแปลงเลย แต่ในทางปฏิบัติไม่เป็นเช่นนั้น จะเกิดความเปลี่ยนแปลงเสมอ ซึ่งเรามีความจำเป็นต้องรู้ถึงค่าความเปลี่ยนแปลงที่มีผลต่อวงจร ซึ่งเราจะเรียกวิธีนี้ว่า การวิเคราะห์ค่าความไว ซึ่งถ้าใช้การออกแบบที่ดีแล้วจะสามารถประหยัดวงจรได้มากที่สุด เนื่องจากไม่จำเป็นต้องใช้อุปกรณ์ที่แพงเกินความจำเป็นนั่นเอง

## 6.1 ความไวของ $\omega$ และ $Q$

ความไวของโครงข่าย เป็นการวัดค่าความเปลี่ยนแปลงของประสิทธิภาพของโครงข่าย เนื่องมาจากการเปลี่ยนแปลงของตัวอุปกรณ์ในโครงข่ายดังที่กล่าวไว้ในบทที่ 2 ตัวกรองชนิดฟังก์ชันไปควอดเรติกสามารถเขียนให้อยู่ในรูปมาตรฐานได้ดังนี้

$$T(s) = k \frac{s^2 + \frac{\omega_z}{Q_z} s + \omega_z^2}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p} s + \omega_p^2} \quad (6.1)$$

ความไวตัวแรกที่เราจะพิจารณา คือ ความไวของความถี่โพล  $\omega_p$  เปลี่ยนไป เมื่อค่าความต้านทาน  $R$  เปลี่ยนไป โดยความเปลี่ยนแปลงของความถี่โพลต่อหน่วย  $\frac{\Delta\omega_p}{\omega_p}$  ต่อการเปลี่ยนแปลงต่อหน่วย

$\frac{\Delta R}{R}$  ในรูปคณิตศาสตร์ เขียนได้เป็น

$$S_R^{\omega_p} = \lim_{\Delta R \rightarrow 0} \frac{\frac{\Delta\omega_p}{\omega_p}}{\frac{\Delta R}{R}} \quad (6.2)$$

$$= \frac{R}{\omega_p} \frac{\partial \omega_p}{\partial R} \quad (6.3)$$

ซึ่งมีความหมายเดียวกันกับ

## บทที่ 6 ความไวตัวกรอง

$$S_R^{\omega_p} = \frac{\partial(\ln \omega_p)}{\partial(\ln R)} \quad (6.4)$$

เมื่อทราบดีแล้วว่าราคาของการผลิตอุปกรณ์ขึ้นอยู่กับเปอร์เซ็นต์ (%) ของความผิดพลาดเปลี่ยนแปลง  $100 \times \frac{\Delta R}{R}$  ซึ่งเราก็สามารถหาได้จากสมการที่ (6.2) ส่วนในกรณีของความไวของตัวแปรอื่น เช่น  $\omega_z$ ,  $Q_p$ ,  $Q_z$  และ  $k$  ต่ออุปกรณ์อื่นๆ ของโครงข่ายก็คิดโดยวิธีเดียวกันเช่น

$$S_c^{\omega_p} = \frac{c}{\omega_p} \frac{\partial \omega_p}{\partial c} \quad S_R^{Q_p} = \frac{R}{\omega_p} \frac{\partial Q_p}{\partial R} \quad S_R^k = \frac{R}{k} \frac{\partial k}{\partial R} \quad (6.5)$$

ดังนั้นจากสมการที่ (6.4) เราจึงสามารถสรุปเป็นสมการที่เป็นมาตรฐาน โดยใช้ตัวแปรความไว  $p$  ต่ออุปกรณ์  $x$  ได้เป็น

$$S_x^p = \frac{x}{p} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial(\ln p)}{\partial(\ln x)} \quad (6.6)$$

ถ้า  $p$  ไม่เป็นฟังก์ชันของ  $x$  (เช่น  $p = \text{ค่าคงที่}$ ) ดังนั้น

$$S_x^p = 0 \quad (6.7)$$

ถ้า  $p = cx$  โดยที่  $c$  เป็นค่าคงที่

$$S_x^{cx} = \frac{\partial(\ln cx)}{\partial(\ln x)} = \frac{\partial(\ln c)}{\partial(\ln x)} + \frac{\partial(\ln x)}{\partial(\ln x)} = 1 \quad (6.8)$$

และความสัมพันธ์อื่นๆ ที่ควรรู้เช่น

$$S_x^p = -S_x^{1/p} \quad (6.9)$$

ซึ่งถ้าพิจารณาจากสมการที่ (6.4) ก็พิจารณาได้เช่นกัน คือ

$$-S_x^{1/p} = -\frac{\partial(\ln 1/p)}{\partial(\ln x)} = -\frac{\partial(-\ln p)}{\partial(\ln x)} = S_x^p \quad (6.10)$$

และในลักษณะเดียวกัน

$$S_x^p = -S_{1/x}^p$$

ความสัมพันธ์อื่นๆ อีกที่น่าสนใจ และพิสูจน์ได้เช่น

$$S_x^{p_1 p_2} = S_x^{p_1} + S_x^{p_2} \quad (6.11 \text{ ก})$$

$$S_x^{p_1/p_2} = S_x^{p_1} - S_x^{p_2} \quad (6.11 \text{ ข})$$

$$S_x^p = \frac{1}{n} S_x^p \quad (6.11 \text{ ค})$$

$$S_x^{p^n} = n S_x^p \quad (6.11 \text{ ง})$$

$$S_x^{p_1+p_2} = \frac{p_1 S_x^{p_1} + p_2 S_x^{p_2}}{p_1 + p_2} \quad (6.11 \text{ จ})$$

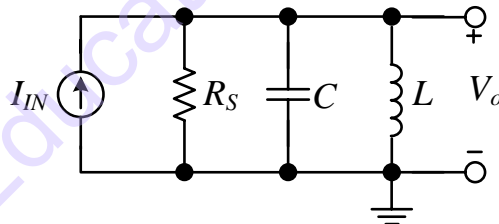
$$S_x^{f(x)} = S_x^{f(x)} \quad (6.11 \text{ ฉ})$$

โดยที่  $c$  เป็นตัวแปรอิสระของ  $x$  และ  $f(x)$  เป็นฟังก์ชันของ  $x$

ตัวอย่างที่ 6.1-1 จากตัวอย่างฟังก์ชัน  $\frac{V_o}{V_{IN}}$  สำหรับโครงข่ายแพสซีฟ รูปที่ 6.1 ดังนี้

$$\frac{V_o}{I_{IN}} = \frac{1}{C} \frac{s}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{LC}} \quad (6.12)$$

คำนวณความไวของ  $k$ ,  $\omega_p$ ,  $Q_p$  ต่ออุปกรณ์ในกรณีเป็นอุปกรณ์แพสซีฟต่าง ๆ



รูปที่ 6.1 โครงข่ายแพสซีฟของตัวอย่างที่ 6.1

วิธีทำ จากสมการที่ (6.1) ตัวแปรไปควอดเรติกมีค่าเป็น

$$k = \frac{1}{C}, \omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}, Q_p = R\sqrt{\frac{C}{L}}$$

ด้วยหลักการความสัมพันธ์ ความไวที่กล่าวไว้ในหัวข้อที่แล้วหาค่าความไวได้เป็น

## บทที่ 6 ความไวตัวกรอง

$$S_C^k = S_C^{1/C} = -S_C^C = -1$$

$$S_L^{\omega_p} = S_L^{1/\sqrt{LC}} = -S_L^{\sqrt{LC}} = -\frac{1}{2} S_L^{LC} = -\frac{1}{2}$$

$$S_C^{\omega_p} = -S_C^{\sqrt{LC}} = -\frac{1}{2}$$

$$S_R^{Q_p} = S_R^{R\sqrt{C/L}} = 1$$

$$S_C^{Q_p} = \frac{1}{2} S_C^{R^2 C/L} = \frac{1}{2}$$

$$S_L^{Q_p} = \frac{1}{2} S_L^{R^2 C/L} = -\frac{1}{2} S_L^{L/R^2 C} = -\frac{1}{2}$$

และความไวตัวอื่น ๆ ที่เหลือจะมีค่าเท่ากับ 0

### ข้อสังเกต

1. ค่าสูงสุดของความไวจะมีค่าไม่เกิน 1 หมายความว่า เมื่อต่ออุปกรณ์เปลี่ยนไป 1% ตัวแปรนั้น ๆ ก็จะไป 1% เช่นเดียวกันดังสมการที่ (6.2) ซึ่งเป็นคุณสมบัติเฉพาะตัวของโครงข่ายแบบแพสซีฟ

2. ค่าความไวของตัวแปรจะขึ้นอยู่กับกำลังของอุปกรณ์นั้น ๆ เช่น  $Q_p = R^1 C^2 L^{-\frac{1}{2}}$  ค่าความไวจะได้เป็น

$$S_R^{Q_p} = 1, S_C^{Q_p} = \frac{1}{2}, S_L^{Q_p} = -\frac{1}{2} \quad (6.13)$$

ซึ่งสามารถเขียนเป็นตัวแปร  $p$  เพื่อสรุปเป็นสูตรได้เป็น

$$p = x_1^a x_2^b x_3^c$$

ดังนั้นค่าความไวของ  $p$  ต่อ  $x_1, x_2, x_3$  จะเท่ากับค่ากำลังของแต่ละค่าของ  $x$  นั้นๆ คือ

$$S_{x_1}^p = a \quad S_{x_2}^p = b \quad S_{x_3}^p = c$$

3. ความไวของ  $\omega_p$  ต่ออุปกรณ์  $R$  จะมีค่าเป็น 0 นั่นคือการเปลี่ยนแปลงของ  $R$  จะไม่มีผลต่อความถี่ Pole จึงเป็นประโยชน์ต่อการออกแบบเพื่อปรับค่า  $Q_p$  เท่านั้น ค่า  $\omega_p$  จะไม่ถูกปรับเลย

### 6.2 การเปลี่ยนแปลงของอุปกรณ์หลาย ๆ ตัว

ในหัวข้อที่ผ่านมา เราได้รู้ถึงการเปลี่ยนแปลงของตัวประกอบในสมการไบควอดเรติกต่างๆ โดยขณะที่อุปกรณ์ตัวใดตัวหนึ่งเปลี่ยนแปลง เช่น ในกรณีของความต้านทานเปลี่ยน ทำให้ความถี่โพลเปลี่ยนไป ตามสมการที่ (6.2)

$$\Delta\omega_p = \lim_{\Delta R \rightarrow 0} S_R^{\omega_p} \frac{\Delta R}{R} \omega_p \quad (6.14)$$

สำหรับการเปลี่ยนไปของ  $R$  เล็กน้อย

$$\Delta\omega_p \approx S_R^{\omega_p} \frac{\Delta R}{R} \omega_p \quad (6.15)$$

จากสมการที่ (6.14) และ (6.15) เป็นอิทธิพลของการเปลี่ยนไปของอุปกรณ์ตัวใด ตัวหนึ่ง ซึ่งในหัวข้อนี้ จะกล่าวถึงการเปลี่ยนไปของอุปกรณ์หลาย ๆ ตัว เช่น ในการเปลี่ยนของความถี่ Pole  $\omega_p$  ซึ่งเป็นอิทธิพลของการเปลี่ยนไปของอุปกรณ์ใด ๆ  $x_j$  (ความต้านทาน, ตัวเก็บประจุ, ขดลวด) หรือ พารามิเตอร์ใดๆ ของอุปกรณ์แอกทีฟ โดยการเปลี่ยนแปลงของ  $\Delta\omega_p$  สามารถเขียนในรูปอนุกรม Taylor ได้เป็น

$$\Delta\omega_p = \frac{\partial\omega_p}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial\omega_p}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial\omega_p}{\partial x_m} \Delta x_m + \text{เทอมกำลังสองและกำลังมากกว่าสอง}$$

โดยที่  $m$  เป็นจำนวนอุปกรณ์ ของอุปกรณ์ทั้งหมดในวงจร ซึ่งถ้าการเปลี่ยนแปลงของอุปกรณ์รวม  $\Delta x_j$  จะมีการเปลี่ยนแปลงเล็กน้อย เทอมของกำลังสองและกำลังมากกว่าสองจะสามารถประมาณให้มีค่าน้อยมาก จึงทำให้สมการด้านบนเปลี่ยนไปเป็น

$$\Delta\omega_p \approx \sum_{j=1}^m \frac{\partial\omega_p}{\partial x_j} \Delta x_j \quad (6.16)$$

เมื่อนำสมการที่ (6.16) มาเขียนให้ชัดขึ้นจะเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} \Delta\omega_p &\approx \sum_{j=1}^m \left( \frac{\partial\omega_p}{\partial x_j} \frac{x_j}{\omega_p} \right) \left( \frac{\Delta x_j}{x_j} \right) \omega_p \\ &= \sum_{j=1}^m S_{x_j}^{\omega_p} V_{x_j} \omega_p \end{aligned} \quad (6.17)$$

โดยที่  $V_{x_j} = \Delta x_j / x_j$  เป็นการเปลี่ยนแปลงต่อหน่วยในรูปของอุปกรณ์  $x_j$  ซึ่งอาจเรียกว่าเป็นความแปรผันของ  $x$  โดยสมการที่ (6.17) การเปลี่ยนแปลงต่อหน่วยในรูป  $\omega_p$  คือ

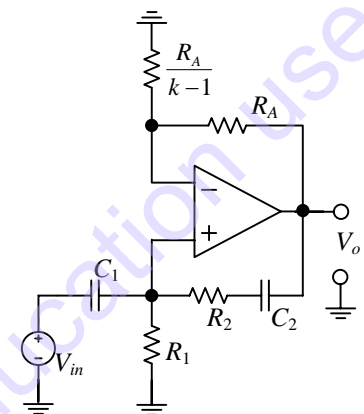
**บทที่ 6 ความไวตัวกรอง**

$$\frac{\Delta\omega_p}{\omega_p} = \sum_{j=1}^m S_{x_j}^{\omega_p} V_{x_j} \quad (6.18)$$

โดยหลักการเดียวกันการเปลี่ยนแปลงต่อหน่วยของโพล  $Q$ ,  $\omega_z$ ,  $Q_z$  และ  $k$  ต่อการเปลี่ยนแปลงอุปกรณ์พร้อมๆ กัน สามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} \frac{\Delta Q_p}{Q_p} &= \sum_{j=1}^m S_{x_j}^{Q_p} V_{x_j} & \frac{\Delta k}{k} &= \sum_{j=1}^m S_{x_j}^k V_{x_j} \\ \frac{\Delta\omega_z}{\omega_z} &= \sum_{j=1}^m S_{x_j}^{\omega_z} V_{x_j} & \frac{\Delta Q_z}{Q_z} &= \sum_{j=1}^m S_{x_j}^{Q_z} V_{x_j} \end{aligned} \quad (6.19)$$

ตัวอย่างที่ 6.2-1 จากวงจรกรองความถี่สูงผ่านแบบ RC แอคทีฟ ดังรูปที่ 6.2 จงหาฟังก์ชันถ่ายโอน  $\frac{V_o}{V_{in}}$  และ ความไวของ  $\omega_p$  และ  $Q_p$  ต่ออุปกรณ์  $R_1, R_2, C_1, C_2$  และค่าเกน  $A$  ของออปแอมป์



รูปที่ 6.2 วงจรกรองความถี่สูงผ่านแบบ RC แอคทีฟจากตัวอย่างที่ 6.2

วิธีทำ สมการโหนดของวงจรที่โหนด (1)

$$V^- \left( \frac{k-1}{R_A} + \frac{1}{R_A} \right) - V_o \left( \frac{1}{R_A} \right) = 0$$

ที่ โหนด (2)

$$V^+ \left( sC_1 + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + \frac{1}{sC_2}} \right) - V_o \left( \frac{1}{R_2 + \frac{1}{sC_2}} \right) = V_{in} sC_1$$

โดยสมการเอาต์พุตของออปแอมป์มีค่าเท่ากับ

$$V_o = (V^+ + V^-)A$$

ฟังก์ชันถ่ายโอนของวงจรรูปที่ 6.2 จะได้เป็น

$$\frac{V_o}{V_{IN}} = \frac{s(s + 1/R_2 C_2)k(1 + k/A)^{-1}}{s^2 + s\left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} + \frac{1}{R_2 C_1}\left(1 - \frac{k}{1 + k/A}\right)\right) + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (6.20)$$

เปรียบเทียบสมการที่ (6.20) กับสมการไบควอดเรติก(6.1) จะเห็นว่า

$$\omega_p = R_1^{\frac{1}{2}} R_2^{\frac{1}{2}} C_1^{\frac{1}{2}} C_2^{\frac{1}{2}} \quad (6.21)$$

$$(bw)_p = \frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} + \frac{1}{R_2 C_1} \left(1 - \frac{k}{1 + k/A}\right) \quad (6.22 ก)$$

$$Q_p = \frac{\omega_p}{(bw)_p} \quad (6.22 ข)$$

ค่าความไวของ  $\omega_p$  ต่ออุปกรณ์  $R_1, R_2, C_1, C_2$  มีค่าเท่ากันดังนี้

$$S_{R_1}^{\omega_p} = S_{R_2}^{\omega_p} = S_{C_1}^{\omega_p} = S_{C_2}^{\omega_p} = -\frac{1}{2}$$

ค่าความไวของ  $Q_p$  ต่ออุปกรณ์ต่างๆ สามารถหาได้โดย

$$S_{R_1}^{Q_p} = S_{R_2}^{\omega_p/(bw)_p} = S_{R_1}^{\omega_p} - S_{R_1}^{(bw)_p}$$

จากสมการที่ (6.21) และ (6.22) โดยใช้กฎความสัมพันธ์ สมการที่ (6.11จ) ดังนี้

$$S_{R_1}^{Q_p} = -\frac{1}{2} - \frac{\left(\left(\frac{1}{R_1 C_1}(-1) + \left(\frac{1}{R_2 C_2} + \frac{1}{R_2 C_1}\left(1 - \frac{k}{1 + k/A}\right)\right)\right)(0)\right)}{\left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} + \frac{1}{R_2 C_1}\left(1 - \frac{k}{1 + k/A}\right)\right)}$$

**บทที่ 6 ความไวตัวกรอง**

$$= -\frac{1}{2} + \frac{1}{R_1 C_1} \cdot \frac{1}{(bw)_p}$$

ในทำนองเดียวกัน

$$S_{R_2}^{Q_p} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{(bw)_p} \left[ \frac{1}{R_2 C_2} + \frac{1}{R_2 C_1} \left( 1 - \frac{k}{1+k/A} \right) \right]$$

$$S_{C_1}^{Q_p} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{(bw)_p} \left[ \frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} \left( 1 - \frac{k}{1+k/A} \right) \right]$$

$$S_{C_2}^{Q_p} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{R_2 C_2} \cdot \frac{1}{(bw)_p}$$

เมื่อพิจารณาความไว โดยขึ้นอยู่กับอัตราขยายของออปแอมป์จะได้เป็น

$$S_A^{\omega_p} = 0$$

$$\begin{aligned} S_A^{Q_p} &= -S_A^{(bw)_p} = -\frac{1}{(bw)_p} \left\{ \frac{1}{R_2 C_1} \left[ \frac{-k}{1-k/A} \right] S_A^{\frac{-k}{R_2 C_1 (1+k/A)}} \right\} \\ &= \frac{1}{(bw)_p} \cdot \frac{1}{R_2 C_1} \cdot \frac{k}{1+k/A} \cdot (-1) S_A^{(1+k/A) R_2 C_1 k} \\ &= \frac{1}{(bw)_p} \cdot \frac{1}{R_2 C_1} \cdot \frac{k}{1+k/A} \cdot (-1) \frac{\frac{k}{A} \cdot \frac{R_2 C_1}{k} \cdot (-1)}{(1+k/A) R_2 C_1 k} \\ &= \frac{1}{A} \cdot \frac{1}{R_2 C_1} \cdot \frac{k^2}{(1+k/A)^2} \cdot \frac{1}{(bw)_p} \end{aligned} \quad (6.23)$$

ข้อสังเกต

1. ค่าความไวของ  $S_A^{Q_p}$  สามารถลดลงได้โดยการเพิ่มอัตราขยายของออปแอมป์ โดยใช้คุณสมบัติของออปแอมป์ค่าความไวตัวนี้จะมีค่าเป็น 0 ทำให้ออปแอมป์ไม่มีผลกระทบต่อค่า  $Q_p$  เลย

2. ค่า  $k$  ขึ้นอยู่กับความต้านทาน  $R_A$  และ  $R_B$   $\left( k = 1 + \frac{R_A}{R_B} \right)$  โดยค่าความไวของ  $\omega_p$  และ  $Q_p$  สามารถคำนวณได้จากกรคำนวณในแบบฝึกหัด

3. ความไวของ  $\omega_p$  และ  $Q_p$  จะมีความสัมพันธ์ในรูปมิติดังตัวอย่าง

$$S_{R_1}^{Q_p} + S_{R_2}^{Q_p} = 0 \quad S_{C_1}^{Q_p} = S_{C_2}^{Q_p} = 0 \quad (6.24 ก)$$

และ  $S_{R_1}^{\omega_p} + S_{R_2}^{\omega_p} = -1 \quad S_{C_1}^{\omega_p} + S_{C_2}^{\omega_p} = -1 \quad (6.24 ข)$

โดยค่าความถี่โพล  $\omega_p$  ซึ่งอยู่ในรูป  $\frac{1}{RC}$  จะมีมิติเป็น

$$\dim(\omega_p) = [R]^{-1} [C]^{-1}$$

ขณะที่โพล  $Q$  ซึ่งมีค่าเท่ากับ  $\omega_p / (bw)_p$  จะไร้มิติซึ่งเขียนได้เป็น

$$\dim(Q_p) = [R]^0 [C]^0$$

จากตัวอย่างเราจะเห็นได้ว่า การรวมกันของค่าความไวของตัวแปรต่อความต้านทาน (หรือตัวเก็บประจุ) จะเท่ากับมิติของความต้านทาน (หรือตัวเก็บประจุ) นั้นเอง จากคุณสมบัติจะมีอยู่ในโครงข่ายแอคทีฟ RC รูปแบบทั่วไปนี้จะเรียกว่า “Dimension Homogeneity” (ความเท่ากันของมิติ) ดังสมการ

$$\sum S_{R_i}^{Q_p} = \sum S_{C_i}^{Q_p} = 0 \quad (6.25 \text{ ก})$$

$$\sum S_{R_i}^{\omega_p} = \sum S_{C_i}^{\omega_p} = -1 \quad (6.25 \text{ ข})$$

โดยการรวมนั้นจะเป็นการรวมของความต้านทาน (หรือตัวเก็บประจุ)

ตัวอย่างที่ 6.2-2 ใช้คำตอบจากตัวอย่างที่ 6.2-1

(ก) จงหาตัวแปรความไวต่อหน่วยในรูป  $\omega_p$  และ  $Q_p$  ขณะที่ตัวแปรผันคือ อุณหภูมิแพสซีฟเปลี่ยนไป 0.01 และเกนของ ออปแอมป์เปลี่ยนไป 0.5

(ข) หาค่าการเปลี่ยนแปลงต่อหน่วย  $\omega_p$  และ  $Q_p$  ในกรณีพิเศษดังนี้

$$R_1 = R_2 = R, C_1 = C_2 = C$$

$$Q_p = 20, \omega_p = 2\pi 10^4$$

วิธีทำ (ก) ตัวแปรผันของวงจรมีดังนี้

$$V_R = 0.01, V_C = 0.01, V_A = 0.5$$

แทนในสมการที่ (6.18)

$$\frac{\Delta \omega_p}{\omega_p} = 0.01(S_{R_1}^{\omega_p} + S_{R_2}^{\omega_p} + S_{C_1}^{\omega_p} + S_{C_2}^{\omega_p}) + 0.5(S_A^{\omega_p})$$

ใช้สมการที่ (6.25 ข) และจากกฎความสัมพันธ์สมการที่ (6.7)  $S_A^{\omega_p} = 0$  ดังนั้น

## บทที่ 6 ความไวตัวกรอง

$$\frac{\Delta\omega_p}{\omega_p} = 0.01(-2) + 0.5(0) = -0.02$$

ในการทำงานเดียวกันจากสมการที่ (6.19), (6.23) และ (6.25 ก)

$$\frac{\Delta Q_p}{Q_p} = 0.5(S_A^{Q_p}) = \frac{0.5}{AR_2C_1} \frac{k^2}{\left(1 + \frac{k}{A}\right)^2} \frac{1}{(bw)_p} \quad (6.26)$$

(ข) สำหรับกรณีพิเศษจากสมการที่ (6.20)

$$(bw)_p = \frac{1}{RC} \left( 3 - \frac{k}{1 + \frac{k}{1000}} \right) \quad (6.27)$$

$$\omega_p = \frac{1}{RC} = 2\pi \times 10^4 \quad (6.28)$$

หารสมการที่ (6.28) ด้วยสมการที่ (6.27)

$$Q_p = \frac{1}{3 - \frac{k}{1 + \frac{k}{1000}}} = 20$$
$$\therefore k = 2.96$$

จากสมการที่ (6.26)

$$\frac{\Delta Q_p}{Q_p} = \frac{0.5}{A} \cdot \frac{k^2}{\left(1 + \frac{k}{A}\right)^2} \cdot \frac{\omega_p}{(bw)_p} \quad (6.29)$$

เมื่อแทนค่า  $k$ ,  $A$  และ  $Q_p$  ในสมการที่ (6.29)

เพราะฉะนั้น

$$\frac{\Delta Q_p}{Q_p} = \frac{0.5}{1000} \cdot \frac{(2.96)^2}{(1 + 0.00296)^2} \cdot (20) = 0.087$$

จากเงื่อนไขที่กำหนดมานั้นทำให้ค่า  $Q_p$  เพิ่มขึ้น 8.7%

ข้อสังเกต

ความไวของ  $\omega_p$  จะมีค่าต่ำ  $\left(\frac{1}{2}\right)$  ซึ่งเป็นเหมือนกับโครงข่ายแพสซีฟตัวอย่างที่ 6.1-1 และมีความไว  $Q_p$  ต่ออุปกรณ์พาสซีฟเป็น 0 แต่อย่างไรก็ตามความไวของ  $Q_p$  ต่อค่าความแปรผันของอัตราขยายจะเป็น 8.7% ซึ่งเป็นค่าที่สูงพอสมควร ปัญหานี้เป็นปัญหาหลักของตัวกรองแอดคทีฟ RC ซึ่งปัญหาเหล่านี้มีวิธีแก้ไขได้ ซึ่งจะกล่าวถึงต่อไป

### 6.3 ความไวอัตราขยาย (Gain Sensitivity)

ในหัวข้อที่แล้วกล่าวถึงการแปรเปลี่ยนของตัวแปรไปควอดเรติก  $\omega_p, Q_p, \omega_z, Q_z$  และ  $k$  ซึ่งในตัวกรองก็就会有ความแปรเปลี่ยนอีกตัวหนึ่ง คือ ความแปรเปลี่ยนของอัตราขยายในช่วงแถบความถี่ ซึ่งในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงการแปรเปลี่ยนของอัตราขยายมีความสัมพันธ์อย่างไรกับตัวแปรความไวไปควอดเรติก เพื่อที่จะเป็นแนวทางในการปรับให้การแปรเปลี่ยนของอัตราขยายมีค่าต่ำที่สุดและเหมาะสมที่สุด

สมการไปควอดเรติกของตัวกรองสามารถเขียนได้เป็น

$$T(s) = \prod_{i=1}^N k_i \frac{s^2 + \frac{\omega_{z_i}}{Q_{z_i}}s + \omega_{z_i}^2}{s^2 + \frac{\omega_{p_i}}{Q_{p_i}}s + \omega_{p_i}^2} \quad (6.30)$$

อัตราขยายในหน่วย dB มีค่าเท่ากับ

$$G(\omega) = 20 \log |T(j\omega)| \\ = \sum_{i=1}^N 20 \log \left| s^2 + \frac{\omega_{z_i}}{Q_{z_i}}s + \omega_{z_i}^2 \right|_{s=j\omega} - \sum_{i=1}^N 20 \log \left| s^2 + \frac{\omega_{p_i}}{Q_{p_i}}s + \omega_{p_i}^2 \right|_{s=j\omega} + 20 \log |k_i| \quad (6.31)$$

นิยาม ความไวของอัตราขยาย (Gain Sensitivity) เป็นการเปลี่ยนแปลงของอัตราขยายในหน่วย dB ในกรณีของการเปลี่ยนแปลงต่อหน่วยของอุปกรณ์  $x$  จะเขียนได้เป็น

$$\mathcal{S}_x^{G(\omega)} = \frac{\partial G(\omega)}{\frac{\partial x}{x}} = x \frac{\partial G(\omega)}{\partial x} \quad \text{dB} \quad (6.32)$$

จากสมการที่ (6.32) เขียนอีกแบบหนึ่งได้เป็น

$$\Delta G(\omega) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \mathcal{S}_x^{G(\omega)} \frac{\Delta x}{x}$$

## บทที่ 6 ความไวตัวกรอง

เมื่อ  $x$  มีการเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อย

$$\Delta G(\omega) \approx \mathcal{F}_x^{G(\omega)} \frac{\Delta x}{x} \quad (6.33)$$

เราสนใจการเปลี่ยนแปลงของอัตราขยาย  $\Delta G(\omega)$  (ซึ่งต่อไปจะใช้เป็น  $\Delta G$ ) ร่วมกันกับตัวแปรผันได้ ของอุปกรณ์  $V_{x_j}$  โดยฟังก์ชันของอัตราขยายคือการรวมของฟังก์ชันกำลังสองที่คล้าย ๆ กัน ซึ่งการวิเคราะห์ที่จำเป็นนั้นทำโดยวิเคราะห์เพียงฟังก์ชันเดียว ซึ่งผลที่ได้รับก็จะสามารถขยายผลไปสู่สมการที่ (6.31) ได้ ถ้าเราพิจารณาตัวเศษของฟังก์ชันอัตราขยายในรูปกำลังสองซึ่งมีค่าเป็น

$$T(s) = s^2 + \frac{\omega_z}{Q_z} s + \omega_z^2 \quad (6.34)$$

จะทำให้อัตราขยายมีค่าเป็น

$$G(\omega) = 20 \log \left| s^2 + \frac{\omega_z}{Q_z} s + \omega_z^2 \right|_{s=j\omega} \quad (6.35)$$

สมการที่ (6.35) เขียนเป็น  $\Delta G$  ในรูปอนุกรมเทเลอร์ จากตัวแปร  $\omega_z$  และ  $Q_z$  ได้เป็น

$$\Delta G = \frac{\partial G}{\partial Q_z} \Delta Q_z + \frac{\partial G}{\partial \omega_z} \Delta \omega_z + \frac{\partial^2 G}{\partial Q_z^2} (\Delta Q_z)^2 + \frac{\partial^2 G}{\partial \omega_z^2} (\Delta \omega_z)^2 + \frac{\partial^2 G}{\partial \omega_z \partial Q_z} (\Delta \omega_z \Delta Q_z) + \dots$$

เมื่ออุปกรณ์มีการเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อย เทอมที่เป็นกำลังสองและสูงกว่าจะไม่ถูกนำมาคิดทำให้กลายเป็น

$$\Delta G \approx \frac{\partial G}{\partial Q_z} \Delta Q_z + \frac{\partial G}{\partial \omega_z} \Delta \omega_z \quad (6.36)$$

แทนค่า  $\Delta \omega_z$  และ  $\Delta Q_z$  จากสมการที่ (6.19) ได้เป็น

$$\Delta G \approx \sum_{j=1}^m \left[ Q_z \frac{\partial G}{\partial Q_z} S_{x_j}^{Q_z} V_{x_j} + \omega_z \frac{\partial G}{\partial \omega_z} S_{x_j}^{\omega_z} V_{x_j} \right] \quad (6.37)$$

จากนิยามความไวของอัตราขยายสามารถลดรูปได้เป็น

$$\Delta G \approx \sum_{j=1}^m \left( \mathcal{F}_{Q_z}^G S_{x_j}^{Q_z} V_{x_j} + \mathcal{F}_{\omega_z}^G S_{x_j}^{\omega_z} V_{x_j} \right) \quad (6.38)$$

สมการนี้เป็นตัวบอกการเปลี่ยนแปลงของอัตราขยายในรูป dB โดยที่ การแปรเปลี่ยนของอุปกรณ์ในรูปของฟังก์ชันกำลังสอง  $s^2 + \frac{\omega_z}{Q_z} s + \omega_z^2$  และ เพื่อให้การเปลี่ยนของอัตราขยายที่สมบูรณ์ดังสมการที่ (6.31) สามารถทำได้โดยบวกเทอมอื่นๆ ของฟังก์ชันกำลังสองเข้าไปให้ครบ

เมื่อเราพิจารณาเทอมผลรวมสมการที่ (6.38) จะเห็นว่าค่าความไวต่ออุปกรณ์  $S_{x_j}^{\omega_z}$  และ  $S_{x_j}^{Q_z}$  นั้น สามารถหาค่าได้จากหัวข้อที่ 6.1 แต่ในเทอมอื่นๆ ที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงของอัตราขยายคือ  $V_{x_j}$  ซึ่งเป็นตัวแปรผันต่อหน่วยของอุปกรณ์ ส่วนตัวแปรที่มีผลที่เหลือนั้นเป็นตัวแปรใหม่คือ  $\mathcal{G}_{\omega_z}^G$  และ  $\mathcal{G}_{Q_z}^G$  ซึ่งจะกล่าวถึงในหัวข้อ 6.4.1 โดยเทอมดังกล่าวจะขึ้นอยู่กับค่า  $\omega$  และ  $Q$  ของฟังก์ชันไปควอดเรติกตัวแปรไปควอดเรติกนั้นสามารถหาค่าได้โดยการประมาณค่าฟังก์ชันจากความต้องการของตัวกรอง โดยตัวแปรที่จะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงดังกล่าวจะเกิดขึ้นได้จาก

- การประมาณค่าฟังก์ชัน
- การเลือกรูปแบบของวงจร
- ชนิดของอุปกรณ์ที่นำมาใช้ในวงจร

#### 6.4 ตัวแปรที่มีผลต่อความไวของอัตราขยาย

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึง 3 ตัวการหลัก ที่ส่งผลให้อัตราขยายเปลี่ยนแปลงของการประมาณค่าฟังก์ชัน, การเลือกวงจร และ การเลือกอุปกรณ์

##### 6.4.1 การประมาณค่าฟังก์ชัน

ในหัวข้อที่แล้ว เราสมมติค่าไปควอดเรติกฟังก์ชัน เพื่อการประมาณค่าเป็นดังนี้

$$T(s) = k \frac{s^2 + \frac{\omega_z}{Q_z} s + \omega_z^2}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p} s + \omega_p^2} \quad (6.39)$$

ค่าอัตราขยายในรูป dB ได้เป็น

$$G(\omega) = 20 \log \left| s^2 + \frac{\omega_z}{Q_z} s + \omega_z^2 \right|_{s=j\omega} - 20 \log \left| s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p} s + \omega_p^2 \right|_{s=j\omega} + 20 \log |k| \quad (6.40)$$

ตัวแปรไปควอดเรติกที่เป็นตัวบอกค่าแปรเปลี่ยน จากสมการที่ (6.38) มีตัวแปรความไวในรูปไปควอดเรติกจะมีดังนี้

$$\mathcal{G}_{\omega_z}^G, \mathcal{G}_{Q_z}^G, \mathcal{G}_{\omega_p}^G, \mathcal{G}_{Q_p}^G, \mathcal{G}_k^G$$

## บทที่ 6 ความไวตัวกรอง

โดยค่าความไวดังกล่าวสามารถหาค่าได้จากการนิยามค่าความไวของอัตราขยาย ดังสมการที่ (6.32) ซึ่งในกรณีของ  $\mathcal{S}_{\omega_z}^G$  จะมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned}
 \mathcal{S}_{\omega_z}^G &= \omega_z \frac{\partial G}{\partial \omega_z} = \omega_z \frac{\partial}{\partial \omega_z} \left( 20 \log \left| -\omega^2 + \frac{\omega_z}{Q_z} j\omega + \omega_z^2 \right| \right) \\
 &= \omega_z \frac{\partial}{\partial \omega_z} \left\{ 10 \log_{10} \left| (-\omega^2 + \omega_z^2)^2 + \left( \frac{\omega_z \omega}{Q_z} \right)^2 \right| \right\} \\
 &= \omega_z \frac{\partial}{\partial \omega_z} \left\{ \frac{10}{\ln(10)} \ln \left| (-\omega^2 + \omega_z^2)^2 + \left( \frac{\omega_z \omega}{Q_z} \right)^2 \right| \right\} \\
 &= \omega_z \frac{10}{\ln(10)} \frac{2(\omega_z^2 - \omega^2)2\omega_z + \frac{2\omega_z \omega^2}{Q_z^2}}{(\omega_z^2 - \omega^2)^2 + \left( \frac{\omega_z \omega}{Q_z} \right)^2} \\
 \mathcal{S}_{\omega_z}^G &= 8.686 \frac{2(1 - \Omega_z^2) + \left( \frac{\Omega_z}{Q_z} \right)^2}{(1 - \Omega_z^2)^2 + \left( \frac{\Omega_z}{Q_z} \right)^2} \text{ dB}
 \end{aligned} \tag{6.41}$$

เนื่องจาก  $\frac{\partial}{\partial x} \log_{10}(x)$   
โดยตรงไม่ได้ จึงต้องทำการ  
แปลง  $\log_{10} x = \frac{\ln x}{\ln 10}$

โดยที่  $\Omega_z$  เป็นค่าความถี่ Normalized

$$\Omega_z = \frac{\omega}{\omega_z}$$

ในวิธีการเดียวกันก็สามารถหาค่าของความไวอื่นได้เช่นกัน

$$\mathcal{S}_{\omega_z}^G = 8.686 \frac{\left( \frac{\Omega_z}{Q_z} \right)^2}{(1 - \Omega_z^2)^2 + \left( \frac{\Omega_z}{Q_z} \right)^2} \text{ dB} \tag{6.42}$$

จากสมการที่ (6.32)  $\mathcal{S}_k^G$  มีค่าเท่ากับ

$$\mathcal{S}_k^G = \frac{\partial(20 \log_{10} K)}{\partial(\ln K)} = 8.686 \text{ dB} \tag{6.43}$$

กรณีของตัวส่วนของสมการที่ (6.39) สามารถหาค่าได้เช่นเดียวกันกับตัวเศษซึ่งมีอยู่ 2 ตัว คือ  $\mathcal{S}_{\omega_p}^G$  และ  $\mathcal{S}_{Q_p}^G$  โดยจะมีค่าเป็นลบเมื่อเทียบกับค่า  $\mathcal{S}_{\omega_z}^G$  และ  $\mathcal{S}_{Q_z}^G$  ตามลำดับได้เป็น

$$\mathcal{S}_{\omega_p}^G = -8.686 \frac{2(1-\Omega_p^2) + \left(\frac{\Omega_p}{Q_p}\right)^2}{(1-\Omega_p^2)^2 + \left(\frac{\Omega_p}{Q_p}\right)^2} \text{ dB} \quad (6.44)$$

และ

$$\mathcal{S}_{Q_p}^G = 8.686 \frac{\left(\frac{\Omega_p}{Q_p}\right)^2}{(1-\Omega_p^2)^2 + \left(\frac{\Omega_p}{Q_p}\right)^2} \text{ dB} \quad (6.45)$$

โดยที่

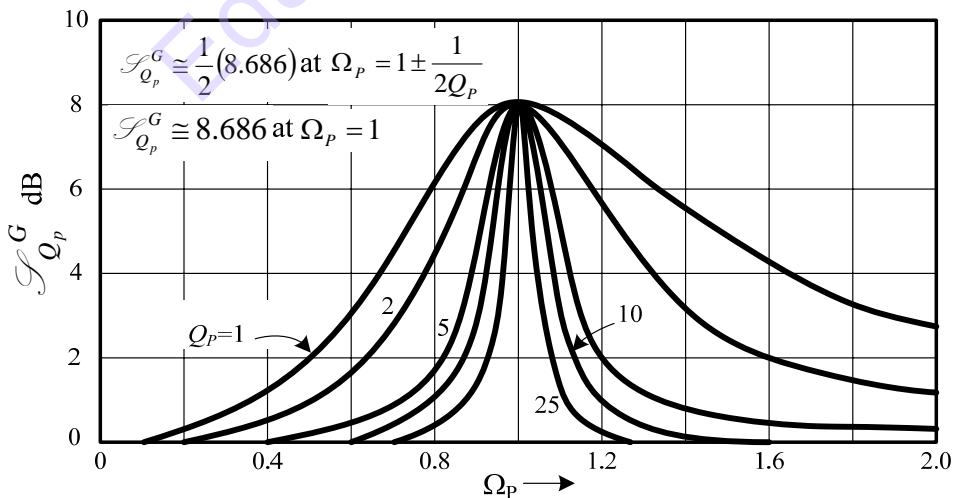
$$\Omega_p = \frac{\omega}{\omega_p}$$

จากสมการที่ (6.42) ถึง (6.45) จะเห็นได้ว่าที่ความถี่ใด ๆ นั้น ค่าตัวแปรความไวโคควอเดรติกจะขึ้นอยู่กับค่าของโพล  $Q$  และ ซีโรว์  $Q$  โดยที่ตัวแปรเหล่านี้จะขึ้นอยู่กับฟังก์ชันของการประมาณค่าตัวกรองชนิดต่าง ๆ ที่เป็นที่รู้จักดีแล้ว

เมื่อพิจารณาค่าความสัมพันธ์ของตัวแปรความไวโคควอเดรติก  $\mathcal{S}_{\omega_p}^G$  และ  $\mathcal{S}_{Q_p}^G$  สามารถพล็อตเป็นกราฟเทียบกับค่า  $\Omega_p$  เป็นดังรูป 6.3 โดยจะมีค่าที่จดจำง่ายและสำคัญของ Curve ความไวดังนี้

- (1) ที่ค่าความถี่โพล  $\omega = \omega_p$  หรือ  $\Omega_p = 1$  ดังนั้น

$$\mathcal{S}_{\omega_p}^G = -8.686 \text{ dB}, \quad \mathcal{S}_{Q_p}^G = 8.686 \text{ dB}$$



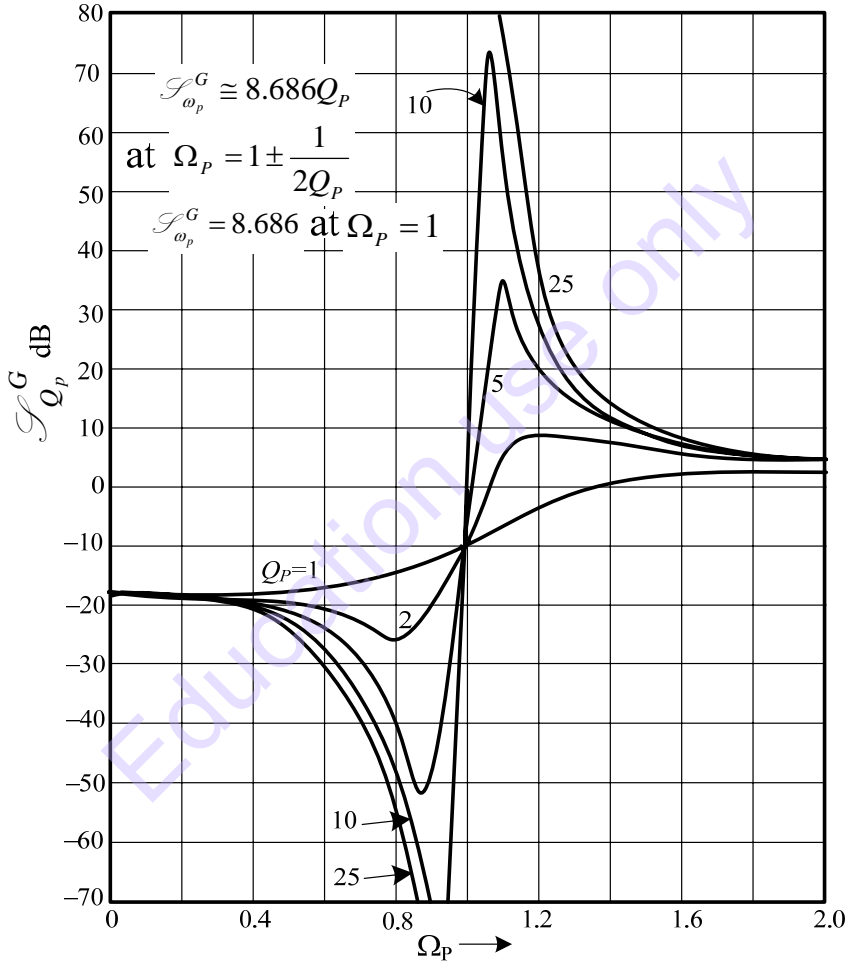
รูปที่ 6.3 (ก) รูปแสดงค่า  $\mathcal{S}_{Q_p}^G$  เทียบกับความถี่ Normalized

**บทที่ 6 ความไวตัวกรอง**

(2) ที่ความถี่ 3 dB  $\omega = \omega_p \pm \frac{\omega_p}{2Q_p}$  หรือ  $\Omega_p = 1 \pm \frac{1}{2Q_p}$  จากสมการที่ (6.44) และ (6.45) สำหรับค่า  $\Omega_p \gg 1$  ทำให้ที่ความถี่เหล่านี้

$$\mathcal{S}_{\omega_p}^G \approx \pm 8.686Q_p \text{ dB}$$

$$\mathcal{S}_{Q_p}^G \approx \pm \frac{1}{2}(8.686) \text{ dB}$$



รูปที่ 6.3 (ข)  $\mathcal{S}_{\omega_p}^G$  เทียบกับความถี่ Normalized

จากรูปที่ 6.3 จะเห็นว่าความไวที่มีความสำคัญ คือ  $\mathcal{S}_{\omega_p}^G$  ซึ่งค่าของมันจะเริ่มขึ้นด้วยค่า โพล  $Q$  ซึ่งจะมีค่าประมาณ  $\pm 8.686Q_p$  ที่ขอบของแถบความถี่ จากการประมาณค่าตามทฤษฎี ค่า  $Q$  จะเพิ่มขึ้นด้วยความชันของคุณสมบัติตัวกรองในแถบเปลี่ยนผ่าน ดังนั้นช่วงความไวแถบความถี่ ผ่านของโครงข่ายจะเพิ่มขึ้น เช่นเดียวกับความชันที่เพิ่มขึ้น

สรุปเนื้อหา

- ที่ความถี่ใด ๆ ตัวแปรความไวไบควอดเรติกจะขึ้นอยู่กับการประมาณฟังก์ชันนั้น ๆ
- ความไวในแถบความถี่ผ่านจะเพิ่มขึ้นด้วยค่าโพล  $Q$

ตัวอย่างที่ 6.4-1 โครงข่ายแอดคทีฟ RC ในรูปฟังก์ชันดังนี้

$$T(s) = \frac{s^2 + \frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2}}{s^2 + \frac{1}{R_3 C_3} s + \frac{1}{R_1 C_1 R_4 C_4}}$$

โครงข่ายตามฟังก์ชันด้านบนจะเป็นลักษณะของแถบความถี่ไม่ต้องการออก ดังนี้

$$T'(s) = \frac{s^2 + 144}{s^2 + 0.8s + 16}$$

ถ้าความต้านทานและตัวเก็บประจุทุกตัวมีการเพิ่มขึ้น 1% จงคำนวณหา

- ตัวแปรความไวไบควอดเรติกที่  $\omega = 3.6 \text{ rad/sec}$
- ความไวของอุปกรณ์ต่าง ๆ
- ค่าความเปลี่ยนแปลงของอัตราขยายที่  $\omega = 3.6 \text{ rad/sec}$

วิธีทำ (ก) จากสมการที่ (6.1) ตัวแปรไบควอดเรติกมีดังนี้

$$\omega_p = 4, Q_p = 5, \omega_z = 12, Q_z = \infty$$

ที่  $\omega = 3.6$

$$\Omega_p = \frac{3.6}{4} = 0.9, \Omega_z = \frac{3.6}{12} = 0.3$$

จากสมการที่ (6.41) ถึง (6.45) หรือจากรูปที่ 6.3

$$\mathcal{S}_{\omega_p}^G = -52.3, \mathcal{S}_{Q_p}^G = 4.11, \mathcal{S}_{\omega_z}^G = 19.1, \mathcal{S}_{Q_z}^G \approx 0$$

(ข) ความไวของตัวแปรไบควอดเรติกต่ออุปกรณ์ต่างๆ มีดังนี้

$$S_{R_1, C_1, R_4, C_4}^{\omega_p} = -\frac{1}{2}$$

$$S_{R_3, C_3}^{Q_p} = 1$$

$$S_{R_1, C_1, R_4, C_4}^{Q_p} = -\frac{1}{2}$$

$$S_{R_1, C_1, R_2, C_2}^{\omega_z} = -\frac{1}{2}$$

$$S_{R_i, C_i}^{Q_z} = 0$$

(ค) การเปลี่ยนแปลงของอัตราขยายของสมการที่ (6.38) จะมีค่าเท่ากับ

$$\Delta G = \mathcal{S}_{\omega_p}^G V_x \sum_j S_{x_j}^{\omega_p} + \mathcal{S}_{Q_p}^G V_x \sum_j S_{x_j}^{Q_p} + \mathcal{S}_{\omega_z}^G V_x \sum_j S_{x_j}^{\omega_z} + \mathcal{S}_{Q_z}^G V_x \sum_j S_{x_j}^{Q_z}$$

ความไวของอัตราขยายต่อตัวแปรไบควอดเรติกซึ่งหาไว้ในข้อ (ก) และ (ข) หรือจากสมการที่ (6.25) ซึ่งจะเป็นผลรวมของความไวตัวแปรไบควอดเรติกของอุปกรณ์ต่างๆ ได้เป็น

$$\sum_j S_{x_j}^{\omega_p} = -2, \sum_j S_{x_j}^{Q_p} = 0$$

$$\sum_j S_{x_j}^{\omega_z} = -2, \sum_j S_{x_j}^{Q_z} = 0$$

ตัวแปรค่า  $V_x$  สำหรับอุปกรณ์ที่ให้มาเท่ากับ 0.01 โดยแทนค่าต่างๆ ลงในสมการ  $\Delta G$  หรือหาค่าได้เป็น

$$\begin{aligned} \Delta G &= -52.3(-2)(0.01) + 4.11(0)(0.01) + 19.1(-2)(0.01) + 0(0)(0.01) \\ &= 0.664 \quad \text{dB} \end{aligned}$$

#### 6.4.2 การเลือกวงจร

เมื่อเราใช้การประมาณค่าฟังก์ชันไปแล้ว ขั้นตอนต่อไปก็จะแทนค่าฟังก์ชันด้วย วงจร RC ซึ่งเป็นการสังเคราะห์วงจร ซึ่งจะกล่าวถึงในบทต่อไปซึ่งมีวงจรที่สามารถใช้ออกแบบได้หลายๆ แบบจากฟังก์ชันที่ต้องการ โดยเราก็จะสามารถพิจารณาค่าความไวได้จากตัวแปรไบควอดเรติกต่ออุปกรณ์ต่างๆ ของวงจรมันๆ ได้

ข้อสังเกตอื่นที่สำคัญของสมการที่ (6.38) คือ การเปลี่ยนแปลงของอัตราขยายจะขึ้นอยู่กับจำนวนของอุปกรณ์  $m$  ที่ใช้ในวงจร ซึ่งจะทำให้วงจรมีการเปลี่ยนแปลงของอัตราขยายสูง เมื่อจำนวนอุปกรณ์มากด้วย ซึ่งสรุปเป็นการเปลี่ยนแปลงของอัตราขยายจะเพิ่มขึ้นพร้อมกันกับ

- ค่าความไวของอุปกรณ์
- จำนวนของอุปกรณ์ที่ใช้ในการสังเคราะห์วงจรตามฟังก์ชันนั้นๆ

---

### 6.4.3 เลือกชนิดของอุปกรณ์

เมื่อออกแบบตัวกรองแล้ว ต้องทำการเลือกชนิดของความต้านทาน, ตัวเก็บประจุ และ อนุภาคที่ ต้องการใช้ในวงจร ในทางปฏิบัติการเปลี่ยนแปลงของค่าต่างๆ เช่น ค่าความต้านทานต่อสิ่งแวดลอมเช่น ความร้อน, ความชื้น, สารเคมีที่เปลี่ยนไป ซึ่งก็จะเป็นผลให้ค่าอัตราขยายและคุณสมบัติอื่นๆ เปลี่ยนไปด้วย

Education use only

## บทที่ 6 ความไวตัวกรอง

### แบบฝึกหัดท้ายบท

6.1 จงพิสูจน์ความสัมพันธ์ต่อไปนี้ โดยใช้นิยามของความไว ในสมการที่ (6.6)

$$(a) S_x^{p_1 p_2} = S_x^{p_1} + S_x^{p_2}$$

$$(b) S_x^{p_1 + p_2} = \frac{p_1 S_x^{p_1} + p_2 S_x^{p_2}}{p_1 + p_2}$$

$$(c) S_x^p = S_y^p \cdot S_x^y$$

6.2 จงใช้ความสัมพันธ์ความไวในข้อ 6.2 พิสูจน์ความสัมพันธ์ดังต่อไปนี้

$$(a) S_x^{p^n} = n S_x^p$$

$$(b) S_x^{y+c} = \frac{y}{y+c} S_x^y$$

$$(c) S_{x^2}^p = \frac{1}{2} S_x^p$$

$$(d) S_{\sqrt{x}}^p = 2 S_x^p$$

6.3 จากฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวกรองแอกทีฟ RC ดังนี้ จงระบุตัวแปรไบควอดเรติก ( $\omega_c$ ,  $\omega_p$ ,  $Q_c$ ,  $Q_p$ ,  $K$ ) และ คำนวณหาค่าความไวที่เกี่ยวข้องกับอุปกรณ์ต่างๆ

$$\frac{1}{R_2 R_3 C_1 C_2} \frac{1}{s^2 + \frac{1}{R_1 C_1} s + \frac{1}{R_1 R_3 C_1 C_2}}$$

6.4 จงคำนวณความไวของ  $Q_p$  ในรูปอุปกรณ์แพสซีฟต่างๆ

$$\frac{\frac{1}{R_1 C_1} s}{s^2 + \left( \frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} - \frac{r_2}{r_1} \frac{1}{R_2 C_2} \right) s + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

6.5 จากฟังก์ชันตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่านแอกทีฟ RC ดังต่อไปนี้

$$\frac{-\frac{1}{R_4 C_1} s}{s^2 + \frac{1}{R_1 C_1} s + \frac{1}{R_2 R_3 C_1 C_2}}$$

สมมติให้ความถี่รอบข้างเปลี่ยนแปลงในส่วนของตัวต้านทานเท่ากับ  $t_R$  เปอร์เซ็นต์ และ ส่วนของตัวเก็บประจุเท่ากับ  $t_C$  %

(ก) จงแสดงว่าโพล  $Q$  ไม่เปลี่ยนแปลง

(ข) จงแสดงว่าความถี่ความถี่โพล  $\omega_p$  เปลี่ยนไปเท่ากับ  $(-t_R - t_C)$  เปอร์เซ็นต์

- 6.6 จงแสดงการเบี่ยงเบนของอัตราขยายสำหรับฟังก์ชัน  $\frac{1}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p}s + \omega_p^2}$  ซึ่งสามารถแสดงได้ใน

$$\text{รูป } \Delta G \approx \mathcal{S}_{Q_p}^G \frac{\Delta Q_p}{Q_p} + \mathcal{S}_{\omega_p}^G \frac{\Delta \omega_p}{\omega_p} \text{ เมื่อ } Q_p \gg 1 \text{ จะทำให้ค่า } \omega_p \text{ เบี่ยงเบนไปประมาณ } 2Q_p$$

เท่า ซึ่งหมายความว่า  $Q_p$  ที่ขอบความถี่แถบความถี่ผ่าน  $\omega = \omega_p(1 \pm 1/2Q_p)$

- 6.7 จากคำถามข้อ 6.6 จงแสดงค่าอัตราขยายเบี่ยงเบนที่ความถี่โพลโดย

$$\Delta G = 8.686 \left( \frac{\Delta Q}{Q} - \frac{\Delta \omega}{\omega} \right) \text{ dB}$$

- 6.8 ฟังก์ชันตัวกรองความถี่ต่ำผ่านแบบไบควอดเรติกมีโพล  $Q$  เท่ากับ 10 โดยความถี่โพลเท่ากับ 100 rad/sec และ อัตราขยายไฟตรงเท่ากับ 0 dB จงประมาณค่าการเปลี่ยนแปลงของอัตราขยายที่ความถี่โพลที่ขอบของแถบความถี่ผ่าน  $\omega = \omega_p(1 \pm 1/2Q_p)$ , ที่ DC และ ที่  $2\omega_p$  สำหรับ

(ก) เมื่อโพล  $Q$  เพิ่มขึ้น 2%

(ข) เมื่อความถี่โพลเพิ่มขึ้น 2%

(ค) เมื่ออัตราขยาย DC เพิ่มขึ้น 2%

จงวาดการเบี่ยงเบนของอัตราขยายเทียบกับความถี่สำหรับแต่ละกรณี

- 6.9 จงคำนวณตัวแปรความไวไบควอดเรติก ( $\mathcal{S}_{\omega_p}^G$  และ  $\mathcal{S}_{Q_p}^G$ ) ที่ (a)  $\omega = 6$  rad/sec และ (b)  $\omega = 9$  rad/sec สำหรับฟังก์ชันตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน  $\frac{1000}{s^2 + 3s + 81}$  โดยใช้สมการที่ (6.44) และ (6.45) ตรวจสอบคำตอบกับกับรูปที่ 6.3

- 6.10 จากฟังก์ชันไบควอดเรติกต่อไปนี้  $\frac{s^2 + 2s + 100}{s^2 + 2s + 64}$

(ก) จงระบุตัวแปรไบควอดเรติก

(ข) จงหาตัวแปรความไวไบควอดเรติกที่  $\omega = 4, 6$  และ 10 rad/sec โดยใช้รูปที่ 6.3

(ค) จงคำนวณตัวแปรความไวไบควอดเรติกที่  $\omega = 4, 6$  และ 10 rad/sec โดยใช้สมการที่ 6.41 และ 6.45

ปล่อยหน้าว่าง

Education use only

# 7 การสังเคราะห์ตัวกรองแยกทีฟ

ในบทนี้จะกล่าวถึงการสังเคราะห์โครงข่ายแยกทีฟ ได้มีการกล่าวไว้ว่า หลักการสร้างโครงข่ายแยกทีฟสามารถแบ่งได้เป็น 2 กลุ่ม คือ แบบต่อไล่ลำดับ (Cascaded) และ แบบคัปเปิ้ล (Coupled) ซึ่งจะใช้ฟังก์ชันไบควอดเรติกเป็นตัวพิจารณาโดยโครงข่ายแยกทีฟทั้ง 2 กลุ่มนี้จะกล่าวถึงต่อไปในบทนี้

## 7.1 รูปแบบตัวประกอบของการประมาณค่าฟังก์ชัน

การประมาณค่าฟังก์ชันสามารถเขียนได้ในรูป

$$T(s) = k \frac{(s - z_1)(s - z_2) \dots (s - z_n)}{(s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_n)} \quad (7.1)$$

จากที่เคยกล่าวไว้แล้วในบทที่ 2 เมื่อเราเขียนให้อยู่ในรูปไบควอดเรติกฟังก์ชันสมการที่ (7.1) จะกลายเป็น

$$T(s) = \prod_{i=1}^N k_i \frac{m_i s^2 + c_i s + d_i}{n_i s^2 + a_i s + b_i} ; m_i = 1 \text{ หรือ } 0 \text{ และ } n_i = 1 \text{ หรือ } 0 \quad (7.2)$$

รูปแบบทั่วไปของการประมาณค่าฟังก์ชันก็จะถูกแทนค่าด้วยค่าทั้ง รากจำนวนจริง และ รากเชิงซ้อน ซึ่งในกรณีของโพล ที่เป็นจำนวนจริงนั้น ตัวอย่างเช่นเมื่อเรากำหนด  $n = 0$  และ  $a = 1$  ตัวส่วนจะมีค่าเป็น  $s+b$

ในกรณีเดียวกันสำหรับซีโร ที่เป็นจำนวนจริงก็มีค่าคล้ายกันเช่น  $m = 0$  และ  $c = 1$  และสำหรับค่าโพลที่เป็นเชิงซ้อน เราจะกำหนด  $n = 1$  และ ซีโรที่เป็นเชิงซ้อน  $m = 1$  ดังนั้นค่าโพล-ซีโรเชิงซ้อน จะแทนที่ฟังก์ชันซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$T(s) = k \frac{s^2 + cs + d}{s^2 + as + b} \quad (7.3)$$

จากบทที่ 2 เมื่อเราแทนค่าสมการไบควอดเรติกโดยแทนตัวแปร  $k, \omega_z, \omega_p, Q_z$  และ  $Q_p$  ดังสมการที่ (2.39) ของบทที่ 2 ได้เป็น

$$T(s) = k \frac{s^2 + \frac{\omega_z}{Q_z} s + \omega_z^2}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p} s + \omega_p^2} \quad (7.4)$$

## บทที่ 7 การสังเคราะห์ตัวกรองแอกทีฟ

ตามที่ฟังก์ชันตัวกรองอันดับสองในบทที่ 3 สามารถใช้สมการที่ (7.2) ดังตารางที่ 7.1 ตัวอย่างเช่น ฟังก์ชัน LPF สามารถใช้สมการที่ (7.2) ได้โดยกำหนดให้  $m = 0, c = 0, d = 1, n = 1$

ตารางที่ 7.1 ฟังก์ชันตัวกรองอันดับสอง

Filter function	Transfer function
Low-pass	$k \frac{1}{s^2 + as + b}$
High-pass	$k \frac{s^2}{s^2 + as + b}$
Band-pass	$k \frac{s}{s^2 + as + b}$
Band-reject	$k \frac{s^2 + d}{s^2 + as + b}$
Delay equalizer	$\frac{s^2 - as + d}{s^2 + as + b}$

จากหัวข้อที่ 3.4 ฟังก์ชันจะเป็น BPF กรณี LPF ก็สามารถทำได้โดยแทนค่า 0 ในแถบความถี่หยุดซึ่งรู้จักกันในชื่อ ตัวกรองความถี่ต่ำผ่านมีรอยบาก (Low-Pass Notch Filter) ในกรณีนี้ความถี่ซีโรจะต้องสูงกว่าความถี่โพล หรือ หมายความว่า  $d > b$  และ ในทางกลับกัน ถ้าเป็นตัวกรองความถี่สูงผ่านมีรอยบาก (High-Pass Notch Filter) ค่าตัวแปร  $d < b$

### 7.2 วิธีการแบบ Cascaded

ในหัวข้อที่แล้วการประมาณค่าฟังก์ชันไบควอดเรติกจะสามารถเขียนได้เป็น

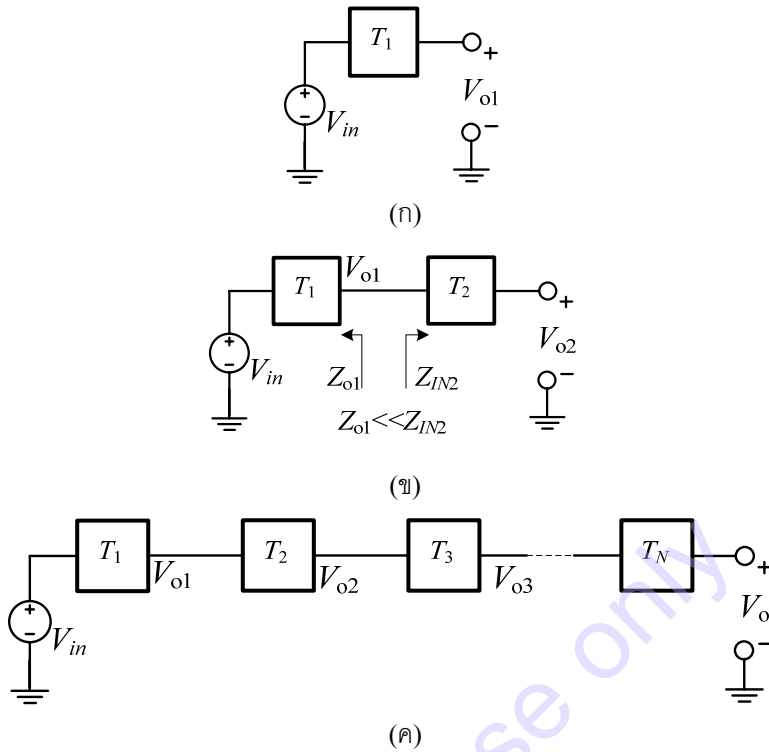
$$T(s) = \prod_{i=1}^N T_i(s) \quad (7.5)$$

โดยจะอยู่ในรูปของ

$$T(s) = \prod_{i=1}^N k_i \frac{m_i s^2 + c_i s + d_i}{n_i s^2 + a_i s + b_i} \quad (7.6)$$

การต่อแบบไล่ลำดับ (Cascaded) เป็นการคิดคำนวณฟังก์ชันของบล็อกไดอะแกรมแต่ละตัวและนำมาต่อกันไล่ลำดับกันไป จากรูปที่ 7.1(ก) แรงดันเอาต์พุทของบล็อก  $T_1$  คือ

$$V_{O1} = T_1 V_{IN}$$



รูปที่ 7.1 การเชื่อมต่อแบบ Cascade (ก) 1 โปควอต (ข) 2 โปควอต (ค) N โปควอต

เมื่อพิจารณาผลกระทบของการเชื่อมต่อของบล็อก  $T_2$  เข้ากับเอาต์พุต ของ  $T_1$  ดังรูป 7.1 (ข) ถ้าเอาต์พุตอิมพีแดนซ์  $Z_{O1}$  ของ  $T_1$  มีค่าต่ำมากเมื่อเทียบกับอินพุตอิมพีแดนซ์  $Z_{IN2}$  ของ  $T_2$  ดังนั้นเมื่อแรงดันเอาต์พุตของ  $T_1$  จะไม่ถูกดึงลง เมื่อ  $T_2$  ต่อร่วมอยู่ ดังนั้นจากเงื่อนไขนี้แรงดันอินพุตของ  $T_2$  คือ  $V_{O1}$  และ แรงดันเอาต์พุตของ  $T_2$  คือ

$$V_{O2} = T_2 V_{O1} = T_1 T_2 V_{IN}$$

เมื่อขยายรูปแบบการต่อไล่ลำดับเป็นจำนวน  $N$  ชุด ดังรูปที่ 7.1(ค) แรงดันเอาต์พุต จะมีค่าเท่ากับ

$$V_O = T_1 T_2 T_3 \dots T_N V_{IN}$$

หรือ

$$\frac{V_O}{V_{IN}} = T_1 T_2 T_3 \dots T_N = \prod_{i=1}^N T_i \quad (7.7)$$

จะเห็นว่าสมการที่ (7.7) เป็นไปตามสมการที่ (7.5) โดยบล็อกแต่ละตัวจะอยู่บน เดียวกันคือ อินพุตอิมพีแดนซ์จะสูงกว่าเอาต์พุตอิมพีแดนซ์มากๆ ดังนั้นแต่ละบล็อกก็จะมีความเป็นอิสระซึ่งกันและ

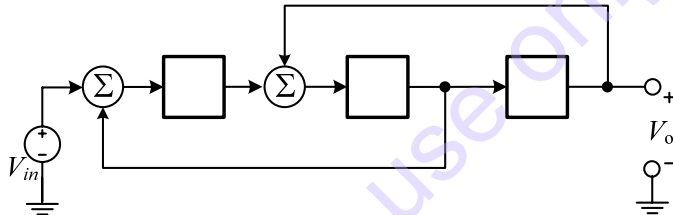
**บทที่ 7 การสังเคราะห์ตัวกรองแอกทีฟ**

กัน โดยฟังก์ชันถ่ายโอนที่เชื่อมต่อด้วยวิธีการต่อไล่ลำดับ โดยแต่ละบล็อกจะมีคุณสมบัติเป็น ฟังก์ชันไปควอดเรติกดังนี้

$$k \frac{ms^2 + cs + d}{ns^2 + as + b} \tag{7.8}$$

ข้อดีที่สำคัญของวิธีการต่อไล่ลำดับเพื่อให้ได้อันดับสูงๆ ฟังก์ชันจะทำได้ง่าย โดยสร้างได้จาก ฟังก์ชันอันดับสองทั่วๆ ไป และที่สำคัญคือตัวกรองแต่ละบล็อกนั้นจะแยกจากกันโดยอิสระด้วย คุณสมบัตินี้ทำให้สามารถปรับปรุงประสิทธิภาพได้ในการสร้างแต่ละครั้ง

ตัวกรองอีกกลุ่มหนึ่งจะมีโครงสร้างเป็นไปควอดเรติกบล็อกหลายๆ ตัว โดยส่งผ่านโดยใช้การ ป้อนกลับ ซึ่งตัวอย่างของการต่อแบบคัลป์เปิ้ล แสดงไว้ดังรูปที่ 7.2 การสังเคราะห์ตัวกรองนี้จะมี โครงสร้างที่แตกต่างกับแบบไล่ลำดับ โดยที่เมื่อเปลี่ยนคุณสมบัติใดๆ ในไปควอดเรติกบล็อกใดก็จะ ส่งผลกระทบไปที่ไปควอดฟังก์ชันรวมด้วย



รูปที่ 7.2 โครงสร้างการต่อแบบคัลป์เปิ้ล

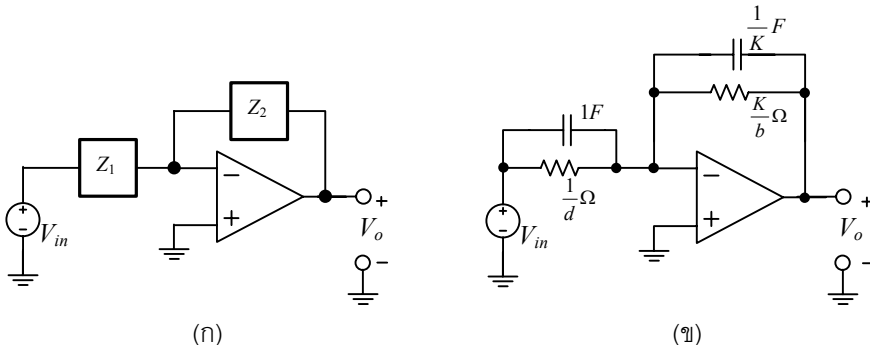
**7.3 โพล และ ซีโรเป็นจำนวนจริง**

หัวข้อนี้กล่าวถึงการวิเคราะห์วงจรง่ายๆ ที่มีโพล และ ซีโร เป็นจำนวนจริง โดยวงจรง่ายๆ ที่ จะวิเคราะห์คือวงจรรายกัลบเฟส ดังรูปที่ 7.3(ก) โดยสมมติให้ออปแอมป์มีอัตราขยาย  $A=\infty$  ดังนั้น

$$T(s) = -\frac{z_2}{z_1} \tag{7.9}$$

ตัวอย่าง พิจารณาฟังก์ชันดังนี้

$$T(s) = -k + \frac{s+d}{s+b}$$



รูปที่ 7.3 (ก) โครงสร้างแบบวงจรรายกัลบเฟส (ข) ตัวอย่าง

จากรูปสามารถเขียนเป็นฟังก์ชันได้ดังรูป

$$-\frac{\frac{k}{s+b}}{\frac{1}{s+d}}$$

โดย  $z_1$  และ  $z_2$  มีค่าเท่ากับ และรูปของวงจรถูกแสดงไว้ดังรูปที่ 7.3(ข)

$$z_1 = \frac{1}{s+d}, z_2 = \frac{1}{\frac{s}{k} + \frac{b}{k}}$$

เมื่อพิจารณาโครงสร้างแบบไม่กลับเฟสของรูปที่ 7.4 ก สมมติให้ออปแอมป์เป็นอุดมคติ ฟังก์ชันถ่ายโอนจะมีค่าเท่ากับ

$$T(s) = 1 + \frac{z_2}{z_1} \quad (7.10)$$

สมมติให้ฟังก์ชันที่วิเคราะห์ได้เท่ากับ

$$T(s) = \frac{s+4}{s+1}$$

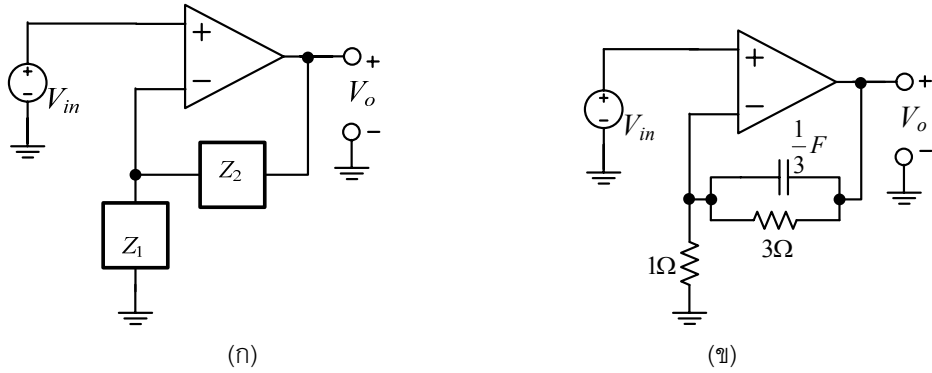
ดังนั้นฟังก์ชันนี้สามารถเขียนใหม่ในรูปสมการที่ (7.10) ได้เป็น

$$1 + \frac{3}{s+1}$$

และเมื่อเปรียบเทียบกับสมการที่ (7.10) ได้ค่า  $z_1$  และ  $z_2$  เท่ากับ

$$z_1 = 1, z_2 = \frac{1}{\frac{s}{3} + \frac{1}{3}}$$

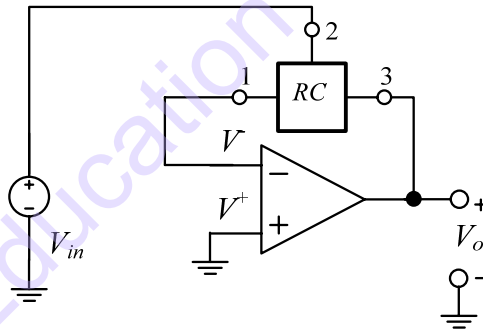
รูปแสดงวงจรถูกออกแบบจากโครงสร้างรูป 7.4 ก แสดงไว้ดังรูป 7.4 ข



รูปที่ 7.4 (ก) โครงสร้างแบบวงจรถยายแบบไม่กลับเฟส (ข) ตัวอย่าง

### 7.4 โครงสร้างแบบไบควอด

ในหัวข้อนี้จะพูดถึงการใช้วงจรถยาย และ โครงข่าย RC โดยจะนำมาต่อร่วมกับออปแอมป์ 1 ตัว โดยฟังก์ชันถ่ายโอนจะมีโพลหลายตัวอยู่บนแกนจริงด้านซ้ายของระนาบ  $s$  ขณะที่ซีโร สามารถอยู่ที่ใดก็ได้ในระนาบ  $s$  (ในบทที่ 2) ซึ่งวงจรถยายจะต้องมีโพลเชิงซ้อน หรือ ซีโรเชิงซ้อน โดยถ้าใช้ออปแอมป์ โดยส่วนมากมักจะมีโพลเชิงซ้อน แม้ว่าในความเป็นจริง โครงข่าย RC จะมีโพล เป็นจำนวนจริงก็ตาม โดยส่วนใหญ่วงจรถยายไบควอดแอกทีฟ RC แบบที่ใช้ออปแอมป์ตัวเดียวนั้นจะแบ่งออกเป็น 2 ชนิดใหญ่ๆ คือ แบบป้อนกลับแบบลบ และ ป้อนกลับแบบบวกดังที่จะกล่าวถึงต่อไป



รูปที่ 7.5 โครงสร้างชนิดป้อนกลับแบบลบ

#### 7.4.1 โครงสร้างชนิดป้อนกลับแบบลบ

ที่เราเรียกว่าโครงสร้างชนิดป้อนกลับแบบลบเพราะใช้โครงข่าย RC ทำการต่อกัน และ ป้อนกลับเข้ามายังขา Negative ของออปแอมป์ดังรูปที่ 7.5 โดยฟังก์ชันถ่ายโอนจะแบ่งเป็น 2 ส่วนคือ 1 ป้อนเดิหน้า (Feed forward) และ 2 ป้อนกลับหลัง (Feed backward) โดยเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\text{Feed forward Transfer Function} = T_{FF} = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{V_3=0} \quad (7.11)$$

$$\text{Feed backward Transfer Function} = T_{FB} = \left. \frac{V_1}{V_3} \right|_{V_2=0} \quad (7.12)$$

แรงดันเอาต์พุตของวงจรมารถเขียนเป็นสมการได้คือ

$$V_O = (V^+ - V^-)A$$

ใช้ทฤษฎี Superposition ได้เป็น

$$V^- = T_{FF}V_{IN} + T_{FB}V_O$$

แรงดัน  $V^+$  เราจึงได้เป็น

$$V_O = -V^- A = -(T_{FF}V_{IN} + T_{FB}V_O)A$$

ดังนั้น

$$T_V = \frac{V_O}{V_{IN}} = -\frac{T_{FF}}{T_{FB} + 1/A} \quad (7.13)$$

ถ้าสมมติให้ออปแอมป์เป็นอุดมคติ  $A = \infty$  ดังนั้นสมการที่ (7.13) จะมีค่าเท่ากับ

$$\frac{V_O}{V_{IN}} = -\frac{T_{FF}}{T_{FB}} \quad (7.14)$$

ในสมการที่ (7.14)  $T_{FF}$  และ  $T_{FB}$  จะเขียนอยู่ในรูปเศษและส่วนได้เป็น

$$T_{FF} = \frac{N_{FF}}{D_{FF}} \quad \text{และ} \quad T_{FB} = \frac{N_{FB}}{B_{FB}}$$

โดยที่  $N_{FF}$  และ  $N_{FB}$  เป็นตัวแปรที่ใช้แทนค่าซีโรของโครงข่าย RC จากต่างพอร์ทกัน ส่วนตัวส่วน  $D_{FF}$  และ  $D_{FB}$  หาได้จากการใช้วิธีโหนดดีเทอมิแนนท์ โครงข่าย RC ซึ่งมีความเป็นอิสระจากอินพุตพอร์ท และ เอาต์พุตดังนั้น

$$D_{FF} = D_{FB} = D$$

ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนของการป้อนกลับแบบลบจะมีค่าเท่ากับ

$$T_V = -\frac{N_{FF}}{N_{FB}} \quad (7.15)$$

#### 7.4.2 โครงสร้างชนิดป้อนกลับแบบบวก

เช่นเดียวกับชนิดป้อนกลับแบบลบ วงจรจะใช้โครงข่าย RC ป้อนกลับเข้ามายังขา Positive ของออปแอมป์ และ ที่เอาต์พุตของออปแอมป์ ก็จะมีป้อนกลับด้วย  $r_1$  และ  $r_2$  มายังขา Negative โดยฟังก์ชันถ่ายโอนแบบป้อนเดิหน้า และ ป้อนกลับหลัง เหมือนกับกรณีของการป้อนกลับแบบลบได้เป็น

$$T_{FF} = \frac{V_1}{V_2} \Big|_{V_3=0} \quad T_{FB} = \frac{V_1}{V_3} \Big|_{V_2=0}$$

## บทที่ 7 การสังเคราะห์ตัวกรองแอกทีฟ

แรงดันเอาต์พุตของออปแอมป์มีค่าเท่ากับ  $V_O = (V^+ - V^-)A$  โดยที่

$$V^- = \frac{V_O r_1}{r_1 + (k-1)r_1} = \frac{V_O}{k}$$

และ

$$V^+ = V_{IN} T_{FF} + V_O T_{FB}$$

ดังนั้น

$$V_O = \left( V_{IN} T_{FF} + V_O T_{FB} - \frac{V_O}{k} \right) A$$

เพราะฉะนั้น

$$T_V = \frac{V_O}{V_{IN}} = \frac{k T_{FF}}{1 - k T_{FB} + \frac{k}{A}} \quad (7.16)$$

เมื่อสมมติให้ออปแอมป์เป็นอุดมคติ  $A = \infty$  ดังนั้นสมการที่ (7.16) กลายเป็น

$$T_V = \frac{k T_{FF}}{1 - k T_{FB}} \quad (7.17)$$

อย่างที่เคยกล่าวไว้ในหัวข้อที่แล้วว่า  $T_{FF}$  และ  $T_{FB}$  จะมีโพลตัวเดียวกันหรือ

$$T_{FF} = \frac{N_{FF}}{D} \quad \text{และ} \quad T_{FB} = \frac{N_{FB}}{D}$$

โดยที่  $N_{FF}$  และ  $N_{FB}$  แทนค่าซีโรของโครงข่าย  $RC$  ซึ่งสามารถที่จะเป็นเชิงซ้อนได้  $D$  แทนค่าโพลของโครงข่าย  $RC$  ซึ่งจะต้องเป็นค่าจำนวนจริง ดังนั้นเมื่อพิจารณาสมการที่ (7.17) ฟังก์ชันถ่ายโอนจะกลายเป็น

$$T_V = \frac{k N_{FF}}{D - k N_{FB}} \quad (7.18)$$

ค่าซีโรของ  $T_V$  หาได้จาก  $N_{FF}$  ขณะที่ Poles ของ  $T_V$  หาได้จากรากของ  $D - k N_{FB}$  และเทอมของ  $-k N_{FB}$  นั้นสามารถที่จะมีค่าโพลเป็นเชิงซ้อนได้ ยกตัวอย่างเช่น ถ้าโครงข่ายป้อนกลับ  $RC$  ที่ใช้เป็นฟังก์ชันอันดับสองแบบ BPF ดังรูป

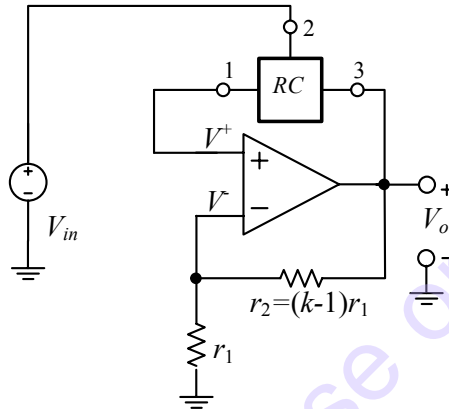
$$T_{FB} = \frac{s}{s^2 + as + b}$$

ค่าโพลของ  $T_V$  ก็จะมีค่าเป็น

$$\begin{aligned} D - kN_{FB} &= (s^2 + as + b) - ks \\ &= s^2 + (a - k)s + b \end{aligned} \quad (7.19)$$

ดังนั้นรากของสมการจะได้เป็น

$$s_1, s_2 = \frac{-(a - k)s \pm \sqrt{(a - k)^2 - 4b}}{2} \quad (7.20)$$



รูปที่ 7.6 โครงสร้างชนิดป้อนกลับแบบบวก

สำหรับ  $K = 0$  ค่ารากจะเป็นค่าโพลของโครงข่าย  $RC$  ซึ่งจะปรากฏอยู่บนแกนจำนวนจริง ด้านลบของระนาบ  $s$  ดังรูปที่ 7.7 กรณีที่  $k$  เพิ่มขึ้นรากทั้งสองจะวิ่งไปคนละทางเมื่อนำทั้ง 2 ราก มารวมกันบนแกนจำนวนจริงจะได้

$$k = a - 2\sqrt{b} \quad (7.21)$$

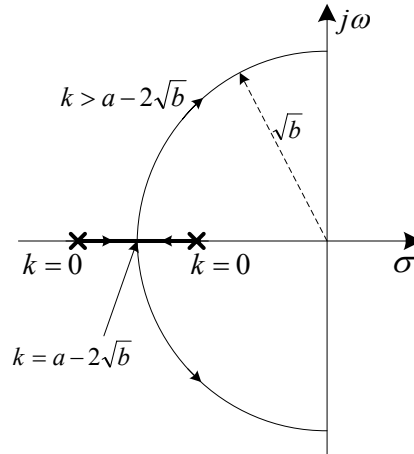
เมื่อ  $k$  เป็นตัวบ่งชี้ในซีโร สมการที่ (7.20) ดังนั้นที่ตั้งของรากที่ซับซ้อนจะเป็น

$$s_1, s_2 = -\sqrt{b} \quad (7.22)$$

และจากสมการที่ (7.20) ถ้า

$$k > a - 2\sqrt{b} \quad (7.23)$$

รากจะเป็นเชิงซ้อน ดังนั้นสมการที่ (7.23) จะเป็นตัวกำหนดค่าโพลเชิงซ้อน โดยเส้นทางเดินของโพลเชิงซ้อนที่ค่า  $k$  เพิ่มขึ้น จะแสดงไว้ดังรูป 7.7 และจากสมการที่ (7.20) เมื่อ  $k$  เพิ่มขึ้น ในค่าส่วนจำนวนจริงของโพลจะลดลง ขณะที่ค่าขนาดของโพลจะต้องเหมือนกัน นั่นหมายถึงโพลจะเคลื่อนที่ไปยังแกนจินตภาพบนวงกลมที่มีรัศมีค่านึงนั่นเอง ดังนั้นการเลือกค่า  $k$  ของโครงข่าย  $RC$  ให้เหมาะสมจะต้องมีโพลอยู่ที่ไหนก็ได้บนด้านซ้ายของระนาบ  $s$



รูปที่ 7.7 เส้นทางเดินขอรากตามสมการที่ (7.19)

### 7.5 การเทียบสัมประสิทธิ์เพื่อหาค่าอุปกรณ์

ถ้าสมมติว่าเราเลือกรูปแบบในการสร้างวงจรจากฟังก์ชันโบริควอเดรติก เราจะต้องหาค่า  $RC$  ให้เหมาะสมและถูกต้องเพื่อให้วงจรนั้นทำงานได้ตามฟังก์ชันที่ต้องการ โดยในการวิเคราะห์หาค่า  $R$  และ  $C$  นั้นทำได้โดยการกำหนดให้ออปแอมป์เป็นอุดมคติ เราก็สามารถหาค่า  $R$  และ  $C$  ได้จากการเทียบสัมประสิทธิ์ในรูปของ  $s$  ดังจะกล่าวถึงจากตัวอย่างต่อไปนี้

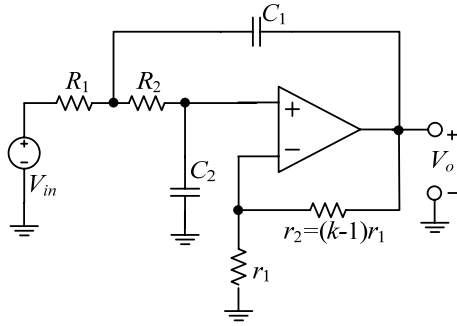
**ตัวอย่างที่ 7.5-1** จงสังเคราะห์วงจรป้อนกลับแบบบวกรูปที่ 7.8(ก) โดยใช้ฟังก์ชันตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน ต่อไปนี้

$$T(s) = \frac{2b}{s^2 + as + b} \quad (7.24)$$

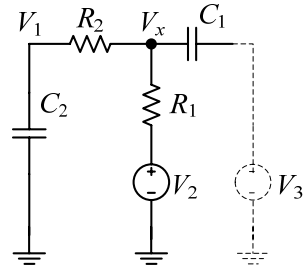
โดยที่  $a$  และ  $b$  มีค่าเป็นบวกคงที่

**วิธีทำ** โครงข่าย  $RC$  ดังรูปสามารถเขียนลดรูปเพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณดังรูปที่ 7.8(ข) โดยมีสมการเป็น

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + sC_1 & -\frac{1}{R_2} \\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2} + sC_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} sC_1 & \frac{1}{R_1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_3 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (7.25)$$



(ก)



(ข)

รูปที่ 7.8 (ก) วงจรป้อนกลับแบบบวกของตัวอย่างที่ 7.1 (ข) วงจร RC ที่ลดรูปจาก 7.8 (ก)

จากสมการที่ (7.25) สามารถเขียนเป็นฟังก์ชันถ่ายโอนแบบป้อนดินหน้า และ ป้อนกลับหลังได้เป็น

$$T_{FB} = \frac{V_1}{V_3} \Big|_{V_2=0} = \frac{s/R_2C_2}{s^2 + s \left( \frac{1}{R_1C_1} + \frac{1}{R_2C_1} + \frac{1}{R_2C_2} \right) + \frac{1}{R_1R_2C_1C_2}} \quad (7.26)$$

$$T_{FF} = \frac{V_1}{V_2} \Big|_{V_3=0} = \frac{1/R_1R_2C_1C_2}{s^2 + s \left( \frac{1}{R_1C_1} + \frac{1}{R_2C_1} + \frac{1}{R_2C_2} \right) + \frac{1}{R_1R_2C_1C_2}} \quad (7.27)$$

จากสมการที่ (7.18) สามารถส่งผ่านของวงจรจะมีค่าเท่ากับ

$$T_V = \frac{k/R_1R_2C_1C_2}{s^2 + s \left( \frac{1}{R_1C_1} + \frac{1}{R_2C_1} + \frac{1-k}{R_2C_2} \right) + \frac{1}{R_1R_2C_1C_2}} \quad (7.28)$$

โดยที่

$$k = 1 + \frac{r_2}{r_1} \quad (7.29)$$

จากสัมประสิทธิ์ในรูปของ  $s$  ดังสมการที่ (7.24) และ (7.28) สามารถหาค่าได้เป็น

$$\frac{1+r_2/r_1}{R_1R_2C_1C_2} = 2b \quad (7.30)$$

$$\frac{1}{R_1C_1} + \frac{1}{R_2C_1} - \frac{r_2/r_1}{R_2C_2} = a \quad (7.31)$$

และ

$$\frac{1}{R_1R_2C_1C_2} = b \quad (7.32)$$

เพื่อให้ง่ายสำหรับการหาค่า  $r_1, r_2, R_1, R_2, C_1$  และ  $C_2$  เราจะทำการกำหนดให้ค่าตัวแปร

$$C_1 = 1, C_2 = 1, r_1 = 1$$

ดังนั้นอุปกรณ์ที่สามารถหาค่าได้จากสมการที่ (7.30) ได้เป็น

$$1 + \frac{r_2}{r_1} = 2 \quad \text{ดังนั้น} \quad r_2 = r_1 = 1$$

เมื่อแทนค่า  $C_1, C_2, r_1$  และ  $r_2$  ลงในสมการที่ (7.31) จะได้

$$R_1 = \frac{1}{a}$$

และจากสมการที่ (7.32) อุปกรณ์  $R_2$  จะมีค่าเท่ากับ

$$R_2 = \frac{a}{b}$$

สรุปค่าอุปกรณ์ทั้งหมดจะได้เป็น

$$C_1 = 1F, C_2 = 1F, r_1 = 1\Omega, r_2 = 1\Omega, R_1 = \frac{1}{a}\Omega, R_2 = \frac{a}{b}\Omega \quad \#$$

#### ข้อสังเกต

1. ค่าของอุปกรณ์จะมีค่ามากเกินไปหรือน้อยเกินไปยังไม่เหมาะสม ซึ่งในทางปฏิบัติหาค่าไม่ได้ หรือหาได้ยาก แต่ไม่ใช่ปัญหาเพราะเราสามารถย่อ/ขยาย (Scaling) ให้ค่าของอุปกรณ์มีค่าเหมาะสมได้ ซึ่งจะกล่าวถึงต่อไป ในหัวข้อ 7.7

2. การสังเคราะห์วงจรตามตัวอย่างเป็นการกำหนดค่าตัวแปรตามอำเภอใจ ซึ่งในทางปฏิบัติจะต้องมีการคำนึงถึงตัวค่าของการออกแบบอื่นๆ เช่น ความไวของโครงข่ายในรูปของอุปกรณ์ทุกตัว

3. การวิเคราะห์แบบนี้อยู่บนพื้นฐานของออปแอมป์อุดมคติ ( $A=\infty$ ) ซึ่งในตัวกรองแบบง่าย ๆ มักจะมีผลกระทบจากการไม่สมบูรณ์ของออปแอมป์เพียงเล็กน้อย ซึ่งถ้าต้องการออกแบบให้มีประสิทธิภาพสูง (เช่น  $Q$  สูง, ความถี่สูง, มีความต้านทานสูง) ค่าของออปแอมป์ไม่เป็นอุดมคติจะเป็นสิ่งจำเป็นที่ต้องนำมาคิด

4. ค่าสัมประสิทธิ์ตัวเศษ,  $2b$  เป็นค่าที่สัมพันธ์ขึ้นกรณีของใจทย์ ซึ่งถ้าเราพิจารณาในรูปของฟังก์ชัน LPF ทั่วไป

$$T(s) = \frac{d}{s^2 + as + b} \quad (7.33)$$

โดยที่ค่า  $d$  เป็นบวกคงที่ เมื่อเทียบสัมประสิทธิ์ในรูป  $s$  สมการที่ (7.28) และ (7.33) จะได้ความสัมพันธ์เป็น

$$\frac{1+r_2/r_1}{R_1R_2C_1C_2} = d \quad (7.34)$$

$$\frac{1}{R_1C_1} + \frac{1}{R_2C_1} - \frac{r_2/r_1}{R_2C_2} = a \quad (7.35)$$

$$\frac{1}{R_1R_2C_1C_2} = b \quad (7.36)$$

เหมือนกับตอนต้น กำหนด  $C_1 = C_2 = 1$  และ  $r_1 = 1$  ดังนั้นค่าของ  $R_1, R_2$  และ  $r_2$  สามารถหาค่าได้เท่ากับ

$$R_2 = \frac{2(d/b - 2)}{-a \pm \sqrt{a^2 + 4b(d/b - 2)}}$$

$$R_1 = \frac{1}{R_2 b}$$

$$r_2 = \frac{d}{b} - 1$$

เราสามารถเห็นได้ว่าค่าของ  $r_2$  จะมีค่าเป็นลบ เมื่อ  $d/b < 1$  และ  $R_2$  ก็จะกลายเป็นค่าเชิงซ้อนเมื่อ

$$\frac{d}{b} < 2 \quad \text{และ} \quad |4b(d/b - 2)| > a^2$$

ดังนั้นเราสามารถบอกตำแหน่งของโพล (โดยการหาค่า  $a$  และ  $b$ ) โดยการวิเคราะห์จากช่วงจำกัดของ  $d$  อย่างไรก็ตาม  $d$  จะมีผลต่อระดับแรงดันเอาต์พุตเท่านั้นแต่จะไม่มีผลต่อความถี่ เมื่อมองถึงความจริงแล้ว เรามักจะเทียบสัมประสิทธิ์เฉพาะ  $a$  และ  $b$  เพื่อหาค่าตำแหน่งของโพล เช่นในตัวอย่างเพราะค่าของอัตราขยาย  $k$  เราสามารถเพิ่มหรือลดได้อย่างง่ายดาย ซึ่งจะกล่าวถึงต่อไป

## 7.6 การปรับค่าอัตราขยายคงที่

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงอัตราขยาย และการปรับแต่งอัตราขยายคงที่ของโครงข่ายแอกทีฟโดยสมมติว่าฟังก์ชันถ่ายโอนของวงจรมีค่าเท่ากับ

$$T(s) = k \frac{s^2 + cs + d}{s^2 + as + b} \quad (7.37)$$

เพิ่มตัวช่วยปรับแต่งอัตราขยายทำให้สมการเปลี่ยนไปเป็น

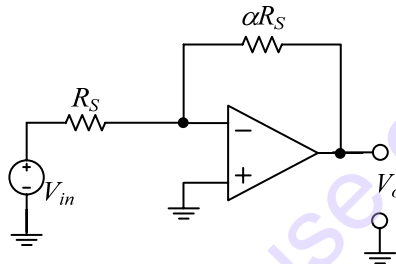
บทที่ 7 การสังเคราะห์ตัวกรองแอกทีฟ

$$T(s) = \alpha k \frac{s^2 + cs + d}{s^2 + as + b} \quad (7.38)$$

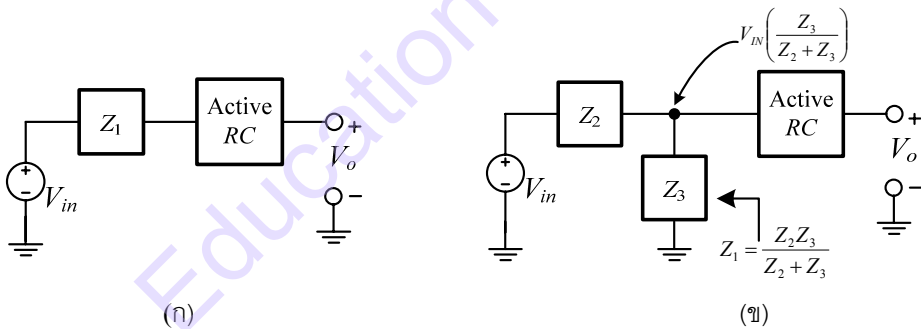
โดยที่  $\alpha$  เป็นค่าบวกคงที่ เป็นตัวแปรที่ต้องใช้ในการปรับค่าอัตราขยาย ตัวอย่างเพื่อให้ง่ายต่อความเข้าใจกับตัวแปร เราจะใช้วงจรรขยายกลับเฟส ดังรูปที่ 7.9 มาอธิบายซึ่งฟังก์ชันถ่ายโอนเขียนในรูปการย่อ/ขยาย จะทำให้สมการมีค่าเป็น

$$T_1(s) = -\frac{\alpha R_s}{R_s} = -\alpha \quad (7.39)$$

เครื่องหมายลบนั้นไม่มีผลต่อวงจรรด้านขนาด หรือ การหน่วงเวลา ซึ่งจากหลักการนี้เสมือนกับการเพิ่มวงจรรขยายเข้าไป แต่ในทางปฏิบัติจะไม่มีความต้องการเพิ่มวงจรรขยายเลยแต่อย่างใด



รูปที่ 7.9 วงจรรขยายกลับเฟสชนิดย่อ/ขยาย



รูปที่ 7.10 การลดทอนอินพุท (ก) วงจรต้นแบบ (ข) วงจรที่เพิ่มการลดทอนอินพุท

พิจารณากรณีแรก เมื่อ  $\alpha < 1$  เมื่อแรงดันเอาต์พุทมีค่ามากเกินไปเกินกว่าความต้องการ ดังนั้นเราจะต้องลดทอนสัญญาณอินพุทโดยใช้หลักการแบ่งแรงดัน (Divider) ดังรูปที่ 7.10 โดยสมมติให้แหล่งจ่ายอินพุทจ่ายแรงดันผ่านโครงข่าย RC ผ่านอิมพีแดนซ์  $z_1$  (ดังรูป 7.10 ก) ถ้าอิมพีแดนซ์  $z_1$  ถูกแทนด้วยตัวแบ่งแรงดัน  $z_2$  และ  $z_3$  แรงดันอินพุทจะถูกลดทอนด้วย

$$\alpha = \frac{z_3}{z_2 + z_3} \quad (7.40)$$

วงจรทั้งสอง (7.10 (ก) และ (ข)) เป็นวงจรเหมือนกันและกัน ดังนั้น  $z_2$  และ  $z_3$  ควรจะต้องเลือกในลักษณะเป็นอิมพีแดนซ์รวมขนาน ซึ่งค่าเท่ากับอิมพีแดนซ์อินพุตต้นแบบ คือ

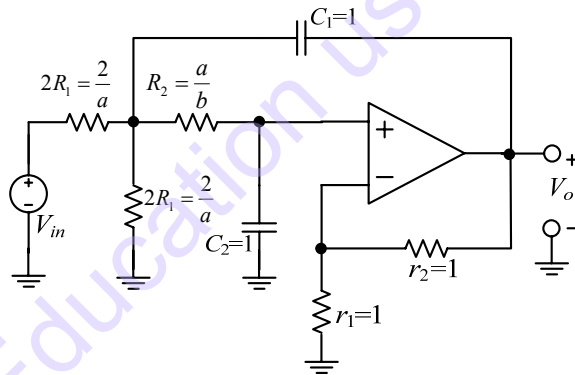
$$z_1 = \frac{z_2 z_3}{z_2 + z_3} \quad (7.41)$$

จากสมการที่ (7.40) และ (7.41) สามารถหาค่า  $z_2$  และ  $z_3$  ด้วยหลักการข้างต้นเพื่อทำการลดอัตราขยายคงที่ ซึ่งอาจจะเรียกว่า “การลดทอนอินพุท” สำหรับตัวอย่าง สมมุติให้ฟังก์ชันที่ต้องการสังเคราะห์เท่ากับ

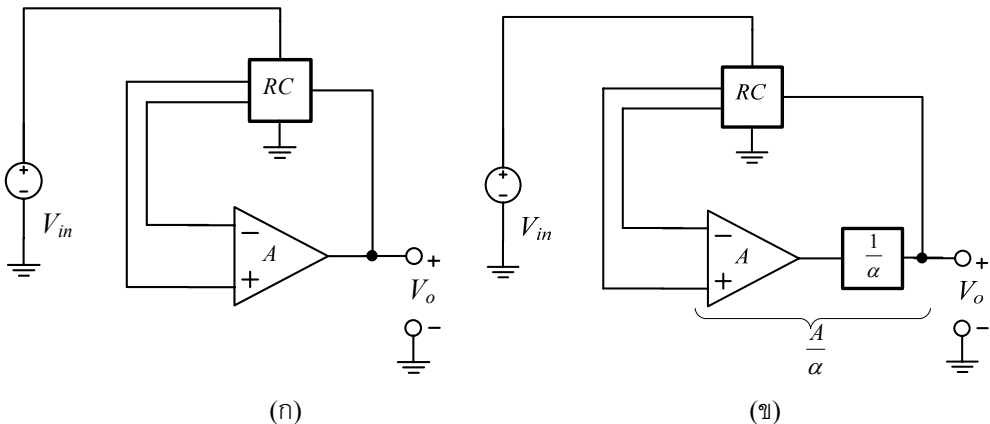
$$T(s) = \frac{b}{s^2 + as + b} \quad (7.42)$$

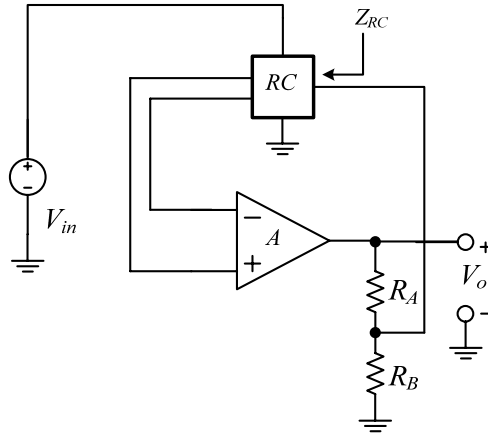
จากตัวอย่างที่ 7.5-1 วงจรดังรูปที่ 7.8(ก) สามารถวิเคราะห์ได้จากสมการที่ (7.24) เปรียบเทียบสมการที่ (7.24) กับ (7.42) โดยตัวแปร สมมุติให้เท่ากับ 0.5 โดยการสร้างนั้นจะแทน  $R_1$  ด้วยชุดแบ่งแรงดันดังรูปที่ 7.11 โดยที่

$$z_2 = z_3 = 2R_1 = \frac{2}{a}$$



รูปที่ 7.11 วงจรที่ใช้ในการวิเคราะห์สมการที่ (7.42)





(ค)

รูปที่ 7.12 หลักการเพิ่มอัตราขยาย (ก) วงจรต้นแบบ (ข) วงจรที่มีการลดทอนเอาต์พุท  
(ค) ชุด Divider ด้วยความต้านทานในการลดทอนแรงดันเอาต์พุทด้วย  $\alpha$

ต่อไปพิจารณากรณีที่สอง เมื่อ  $\alpha > 1$  เกิดเนื่องมาจากแรงดันเอาต์พุทมีค่าต่ำกว่าที่ต้องการ ในกรณีนี้จะทำการ ย่อ/ขยายโดยลดทอนแรงดันเอาต์พุทดังรูปที่ 7.12 สมมติให้วงจรต้นแบบเป็นดังรูป 7.12(ก) โดยมีฟังก์ชันถ่ายโอนเท่ากับ  $\frac{V_O}{V_{IN}}$  จากรูปที่ 7.12(ข) อัตราขยายของออปแอมป์จะถูกลดทอนลงไปเป็น  $\frac{A}{\alpha}$  การลดอัตราขยายนี้จะไม่ส่งผลกระทบต่อฟังก์ชันถ่ายโอนดังรูปที่ 7.12(ข)

$$\frac{V_{O1}}{V_{IN}} = T(s)$$

แรงดันเอาต์พุท  $V_{O1}$  ในวงจรมีค่าเท่ากับ  $V_O$  ในรูป 7.12(ก) ดังนั้นแรงดันเอาต์พุทของออปแอมป์มีค่าเป็น  $\alpha V_{O1}$  ซึ่งเท่ากับแรงดันเอาต์พุทต้นแบบ  $V_O$  ย่อ/ขยายเพิ่มค่าด้วย โดยค่า  $\alpha$  สามารถสร้างได้จากชุดแบ่งแรงดันดังรูปที่ 7.12(ค) โดยที่

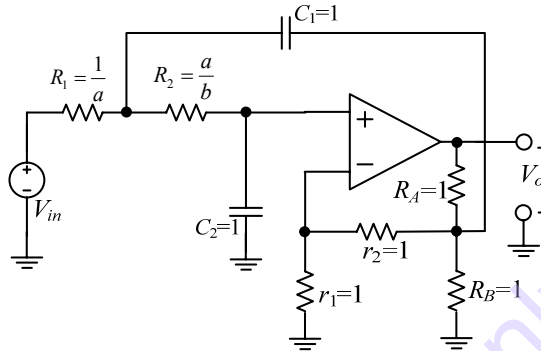
$$\alpha \approx \frac{R_B + R_A}{R_B}$$

ด้วยหลักการนี้อิมพีแดนซ์ของโครงข่าย  $RC$  ( $Z_{RC}$ ) จะต้องมีค่ามากกว่า  $R_B$  มาก ๆ เพื่อที่จะทำให้ไม่มีผลต่อตัวย่อ/ขยาย  $\alpha$  หรืออาจจะต้องใช้  $R_A + R_B$  ให้มีค่าเล็กๆ เพื่อที่จะให้มีอิมพีแดนซ์ต่ำๆ แต่ต้องคำนึงถึงความสามารถในการจ่ายกระแสของออปแอมป์ด้วย ซึ่งหลักการนี้อาจจะเรียกว่า “การเพิ่มอัตราขยาย” ซึ่งวิธีการที่เสนอนั้นอาจจะมีคามแม่นยำน้อย วงจรที่มีความเที่ยงตรงกว่าแสดงไว้ในแบบฝึกหัด

ตัวอย่างของหลักการเพิ่มอัตราขยาย สมมติฟังก์ชันเท่ากับ

$$\frac{4b}{s^2 + as + b} \quad (7.43)$$

เปรียบเทียบกับสมการที่ (7.24) ตัวแปร  $\alpha = 2$  วงจรที่ออกแบบได้ แสดงไว้ดังรูปที่ 7.13 โดย  $R_A = R_B = 1$



รูปที่ 7.13 วงจรที่วิเคราะห์จากสมการที่ (7.43)

### 7.7 การย่อ/ขยายขนาดอิมพีแดนซ์ (Impedance Scaling)

ในการคำนวณตามหัวข้อที่ผ่านมา นั้น เพื่อสมการใช้ในการคำนวณได้ง่าย ทำได้โดยการกำหนดค่าอุปกรณ์ทำให้อุปกรณ์มีค่าไม่เหมาะสม เราจึงต้องใช้วิธีปรับขนาดอิมพีแดนซ์โดยเปลี่ยนขนาดของอุปกรณ์ เพื่อให้สามารถสังเคราะห์เป็นวงจรจริงได้ในทางปฏิบัติ และ เป็นการอธิบายได้อย่างดีเราจะใช้สมการที่ (7.24) โดยกำหนด  $a = 100$  และ  $b = 10,000$  ดังนี้

$$T(s) = \frac{20,000}{s^2 + 100s + 10,000} \quad (7.44)$$

จากเงื่อนไขข้างต้นค่าของอุปกรณ์ใช้หาได้จากตัวอย่างที่ 7.1 ได้เป็น

$$C_1 = 1F, C_2 = 1F, R_1 = 0.01\Omega, R_2 = 0.01\Omega \text{ และ } r_1 = r_2 = 1\Omega$$

จากอุปกรณ์ที่ได้มานั้นไม่สามารถสังเคราะห์เป็นวงจรได้ในทางปฏิบัติ ดังนั้นจึงมีความจำเป็นต้องย่อ/ขยาย โดยพิจารณาจากฟังก์ชันถ่ายโอนในรูป  $R$  และ  $C$  โดยใช้สมการที่ (7.28) และ (7.29) ได้เป็น

$$T(s) = \frac{\frac{1+r_2/r_1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}{s^2 + s \left( \frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} - \frac{r_2}{r_1} \cdot \frac{1}{R_2 C_2} \right) + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (7.45)$$

## บทที่ 7 การสังเคราะห์ตัวกรองแอกทีฟ

สังเกตได้ว่าเทอมต่างๆ ในสมการจะอยู่ในรูปการคูณกันของ  $R$  และ  $C$  และ เศษส่วนของความต้านทาน ดังนั้นถ้าเราเพิ่มค่า  $R$  ด้วยตัวแปร  $\alpha$  และลด ค่า  $C$  ด้วยตัวแปรตัวเดียวกัน ค่าของผลคูณ  $RC$  ก็จะมีค่าเท่าเดิมไม่เปลี่ยนแปลง ซึ่งทำให้ฟังก์ชันถ่ายโอนไม่เปลี่ยนแปลงด้วย

ยกตัวอย่าง ถ้าเราย่อ/ขยายอิมพีแดนซ์ด้วยตัวแปร  $\alpha = 10^7$  ดังนั้นอุปกรณ์ที่หาค่าไว้ตอนต้นก็จะกลายเป็น

$$C_1 = 0.1\mu F, C_2 = 0.1\mu F, R_1 = 100k\Omega, R_2 = 100k\Omega$$

อุปกรณ์ที่เหลืออีก 2 ตัว คือ  $r_1$  และ  $r_2$  จะอยู่ในรูปของเศษ และ ส่วน ซึ่งสามารถย่อ/ขยายโดยอิสระ ซึ่งทำให้ความต้านทานทั้งสองมีค่าเป็น

$$r_1 = 10k\Omega, r_2 = 10k\Omega$$

จากหลักการที่เสนอมานี้จะทำให้การสังเคราะห์วงจรทำได้ง่ายมาก ซึ่งสามารถใช้เมื่อใดก็ได้ และนิยมใช้มากในการออกแบบเมื่ออุปกรณ์มีความไม่เหมาะสม

### 7.8 การย่อ/ขยายความถี่ (Frequency Scaling)

การย่อ/ขยายค่าความถี่จะใช้สำหรับการเลือกการตอบสนองความถี่ของตัวกรอง และ มีประโยชน์มากในการออกแบบตัวกรองโดยใช้การ Normalized ความถี่ ซึ่งจากตัวอย่างก่อนหน้านี้ในบทที่ 4 ได้ใช้วิธีการ Denormalized เพื่อให้ความถี่จากเดิมที่ดูจากตารางนั้นคือ 1 rad/sec เปลี่ยนไปด้วย  $\frac{s}{\omega_p}$  แต่ในการย่อ/ขยายในหัวข้อนี้จะทำการย่อ/ขยายโดยตรงที่อุปกรณ์  $RC$  ซึ่งจะใช้ตัวอย่างจากสมการที่ (7.44) อีกครั้ง โดยจะเลื่อนความถี่ออกไปด้วยอัตราเท่ากับ 5 ทำให้ฟังก์ชันถ่ายโอน กลายเป็น

$$T(s) = \frac{20,000}{\left(\frac{s}{5}\right)^2 + 100\left(\frac{s}{5}\right) + 10,000} \quad (7.46)$$

เมื่อนำมาเทียบกับสมการที่ (7.45)

$$T\left(\frac{s}{5}\right) = \frac{1 + r_2/r_1}{R_1 R_2 C_1 C_2} \left[ \frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} - \frac{r_2}{r_1} \frac{1}{R_2 C_2} \right] + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2} \quad (7.47)$$

โดยที่ความต้านทานและตัวเก็บประจุหาค่าได้จากสมการที่ (7.44) ดังนั้นสมการที่ (7.47) จะเขียนได้ในรูป

$$T\left(\frac{s}{5}\right) = \frac{\frac{1+r_2/r_1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}{s^2 + s\left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} - \frac{r_2}{r_1} \frac{1}{R_2 C_2}\right) + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (7.48)$$

จากสมการที่ (7.48) นั้นเราสามารถลดค่า  $R$  ด้วย 5 หรือลดค่า  $C$  ด้วย 5 ในที่นี้เราจะเลือกหารตัวเก็บประจุทุกตัวด้วย 5 ซึ่งอุปกรณ์ทั้งหมดจะมีค่าเป็น

$$C_1 = 0.02 \mu F, C_2 = 0.02 \mu F, R_1 = 100 k\Omega$$

$$R_2 = 100 k\Omega, r_1 = 10 k\Omega, r_2 = 10 k\Omega$$

หลักการย่อ/ขยายความถี่นั้น สามารถใช้ได้ทั้งเพิ่มและลดความถี่โดยเปลี่ยน  $\alpha$  เท่านั้น

Education use only

บทที่ 7 การสังเคราะห์ตัวกรองแอกทีฟ

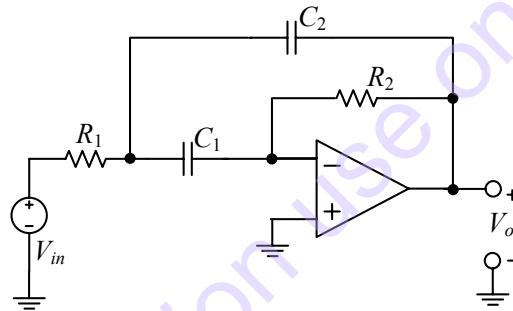
แบบฝึกหัดท้ายบท

7.1 จงสังเคราะห์วงจรแอกทีฟ RC จากฟังก์ชันถ่ายโอนที่มีโพลเป็นจำนวนจริง โดยใช้ฮอปแอมป์ไม่เกิน 2 ตัว

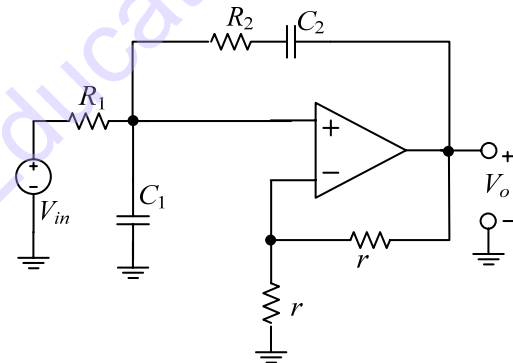
(ก)  $-\frac{3s}{s+4}$       (ข)  $-\frac{(s+8)}{(s+3)(s+4)}$       (ค)  $\frac{s}{s+4} + \frac{s+2}{s+3}$       (ง)  $\frac{8}{s^2+6s+8}$

7.2 จากวงจรไบควอดรอนกลับแบบลบบดงรูปที่ 7.14

- (ก) จงหาฟังก์ชันถ่ายโอนป้อนเดิหน้า และ ป้อนกลับหลัง รวมทั้งฟังก์ชันถ่ายโอนรวม  $V_O/V_{IN}$  โดยสมมุติให้ฮอปแอมป์เป็นอุดมคติ  
 (ข) ทำซ้ำในข้อ (ก) โดยกำหนดให้ฮอปแอมป์มีอัตราขยายเท่ากับ  $A$



รูปที่ 7.14

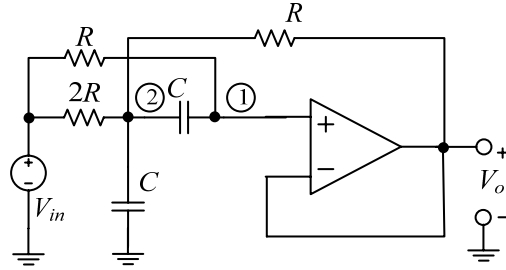


รูปที่ 7.15

7.3 จากวงจรไบควอดรอนกลับแบบบวกดงรูปที่ 7.15

- (ก) จงหาฟังก์ชันถ่ายโอนป้อนเดิหน้า และ ป้อนกลับหลัง รวมทั้งฟังก์ชันถ่ายโอนรวม  $V_O/V_{IN}$  โดยสมมุติให้ฮอปแอมป์เป็นอุดมคติ  
 (ข) ทำซ้ำในข้อ (ก) โดยกำหนดให้ฮอปแอมป์มีอัตราขยายเท่ากับ  $A$

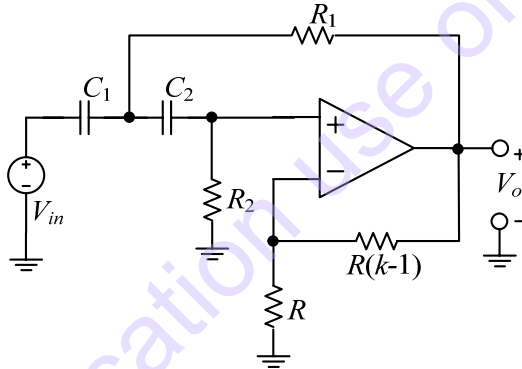
- 7.4 จงเขียนสมการโหนด (1) และ (2) รวมทั้งฟังก์ชันถ่ายโอนรวม  $V_O/V_{IN}$  โดยสมมุติให้ออปแอมป์เป็นอุดมคติ



รูปที่ 7.16

- 7.5 จงสังเคราะห์ตัวกรองความถี่สูงผ่านจากฟังก์ชันถ่ายโอนต่อไปนี้โดยใช้วงจรที่กำหนดให้

$$\frac{s^2}{s^2 + 200s + 640000}$$

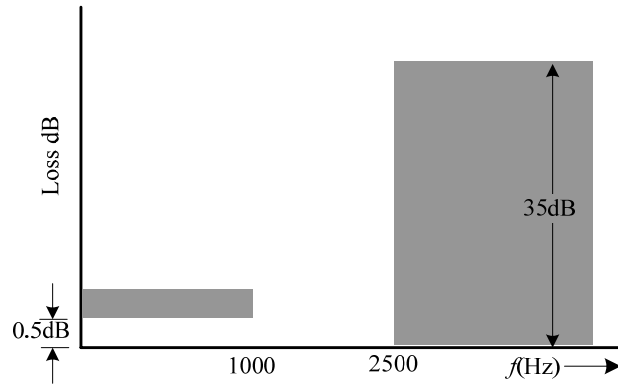


รูปที่ 7.17

- 7.6 จงสังเคราะห์ตัวกรองความถี่ต่ำผ่านอันดับสามด้วยการประมาณค่าบัตเตอร์เวิร์ท โดยมี  $A_{max}=3$  dB,  $\omega_p=10,000$  rad/sec และ อัตราขยาย DC = 0 dB โดยใช้รูปที่ 7.3(ก) และ 7.8
- 7.7 จงใช้วงจรรูปที่ 7.8 ออกแบบเป็นตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน ด้วยการประมาณค่าเซปียเฟจากเงื่อนไขดังรูปที่ 7.18

บทที่ 7 การสังเคราะห์ตัวกรองแอกทีฟ

---



รูปที่ 7.18

Education use only

# 8 ตัวกรองแอกทีฟที่ใช้วงจรขยายเดียว

ตั้งแต่บทนี้ไปเราจะพิจารณาเนื้อหาทั่วไปของวงจรกรองแบบตัวกรองแอกทีฟ โดยจะกล่าวถึงหลักการในทุกรูปแบบของ ฟังก์ชันโคจรขยายตั้งแต่เริ่มต้นโดยใช้วงจรกรองที่เป็นทั้งแบบแอกทีฟ และ แพลซีฟ และ กำหนดขอบเขตในการศึกษาเรื่องดังกล่าวมุ่งเน้นให้ใช้เฉพาะตัวต้านทาน และ ตัวเก็บประจุ มีหลายเหตุผลว่าทำไมตัวกรองแอกทีฟถึงน่าสนใจและอาจมีความสำคัญมากกว่า แบบ แพลซีฟ  $RLC$  อย่างเดียว

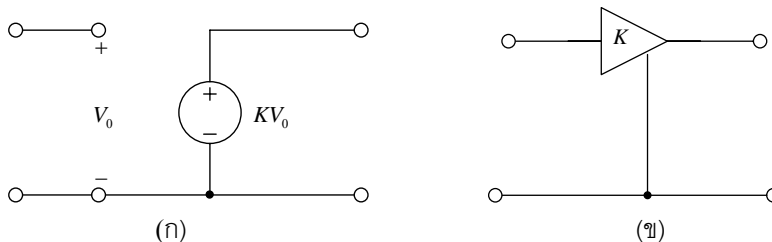
ตัวกรองแอกทีฟสามารถสร้างในขนาดที่เล็กมากๆ จากการใช้เทคนิควงจรรวม ดังนั้นจึงสามารถลดค่าใช้จ่ายได้ การใช้ขดลวดเหนี่ยวนำจะในวงจรรวมจะมีความยุ่งยาก และ ใช้พื้นที่มาก จึงเหมาะสำหรับการประกอบโดยการแยกส่วนเพียงอย่างเดียว ทำให้มีราคาแพง ในบทนี้กล่าวถึง ตัวกรองแอกทีฟ  $RC$  ที่เป็นที่สุดคือแบบที่ใช้วงจรขยายเดียว

## 8.1 ตัวกรองแอกทีฟที่ใช้วงจรขยายเดียว

ในตอนนี้จะนำไปสู่ส่วนประกอบของตัวกรองแอกทีฟ  $RC$  อย่างง่ายซึ่งใช้เพียง VCVS (Voltage-Controlled Voltage Source) หรือ วงจรขยายเป็นอุปกรณ์แอกทีฟ ในหัวข้อต่อไปจะกล่าวถึงการออกแบบฟังก์ชันตัวกรองต่างๆ ว่าทำอย่างไร

### 8.1.1 การต่อแบบไล่ลำดับ และ ออกแบบโดยตรง

มีหลักการออกแบบตัวกรองแบบแอกทีฟ  $RC$  ที่นิยมใช้กันอยู่ 2 หลักการคือ แบบที่หนึ่งเรียกว่าแบบไล่ลำดับ ซึ่งวิธีนี้จะเป็นการออกแบบโดยแยกเทอมแล้วนำมาต่อไล่ลำดับกันเพื่อให้ได้อันดับที่สูงขึ้น โดยในแต่ละเทอม จะแยกกัน หรือ เป็นอิสระต่อกัน ส่วนแบบที่สองจะเป็นการออกแบบโดยตรง เพื่อให้ได้ตัวกรองที่ต้องการเลย โดยจะกล่าวถึงหลักการนี้ในบทต่อไป



รูปที่ 8.1 สัญลักษณ์ของ VCVS

การออกแบบวิธีไล่ลำดับนี้เป็นวิธีที่มีประโยชน์มากสำหรับผู้ออกแบบ กล่าวคือ ใช้อุปกรณ์น้อย ไม่ยุ่งยากซับซ้อน และ ง่ายต่อการออกแบบ การหาค่าอุปกรณ์ก็ทำได้แบบตรงไปตรงมา ข้อดีอีก

## บทที่ 8 ตัวกรองแอกทีฟที่ใช้วงจรรขยายเดี่ยว

ข้อหนึ่งคือ ในแต่ละชุดของแอกทีฟ RC สามารถปรับค่าได้เป็นอิสระ ไม่มีผลกระทบต่อวงจรแอกทีฟ RC ชุดอื่นๆ เลย

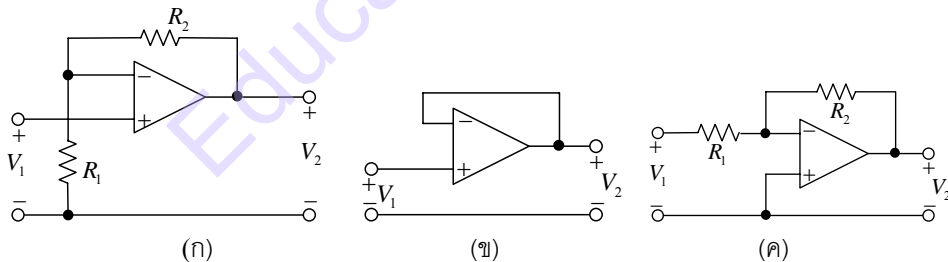
### 8.1.2 วงจรรขยายแบบ VCVS (Voltage-Controlled Voltage Source)

ในการพิจารณารูปแบบของอุปกรณ์แอกทีฟ แม้ว่าในทฤษฎีเกี่ยวกับการควบคุมแหล่งจ่าย สามารถใช้ในการสร้างเป็นตัวกรองได้ แต่ด้วยหลักการของ VCVS ก็เป็นที่นิยมใช้กันอย่างกว้างขวาง VCVS เป็นอุปกรณ์แอกทีฟแบบ 2-พอร์ท ที่มีคุณสมบัติดังต่อไปนี้ 1) มีอินพุทอิมพีแดนซ์สูงมาก 2) มีเอาต์พุทอิมพีแดนซ์ต่ำมาก 3) แรงดันเอาต์พุทเป็นเชิงเส้นกับแรงดันอินพุท ซึ่งจะเรียกว่าอัตราขยายคงที่ แบบจำลองของ VCVS แสดงไว้ดังรูปที่ 8.1 อุปกรณ์ VCVS เรียกอีกอย่างหนึ่งว่าวงจรรขยายแรงดัน หรือ อาจเรียกสั้นๆ ว่าวงจรรขยาย อัตราขยายดังกล่าวอาจจะมีค่าเป็นบวก (ไม่กลับเฟส) หรือ ลบ (กลับเฟส) เหตุผลที่ VCVS แบบแอกทีฟได้รับความนิยม คือ มันสามารถเข้าใจได้ง่ายโดยใช้ ออปแอมป์เป็นตัวดำเนินการ ตัวอย่างของวงจร ไม่กลับเฟส VCVS สามารถออกแบบได้ด้วยออปแอมป์แบบอินพุทแตกต่าง ดังแสดงในรูป 8.2(ก) โดยมีอัตราขยายเท่ากับ

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = K \quad (8.1)$$

จากสมการที่ (8.1) จะเห็นได้ค่าของอัตราขยายมีค่ามากกว่า 1 และ กรณีที่อัตราขยายเท่ากับ 1 แสดงไว้ในรูปที่ 8.2(ข) เรียกอีกอย่างหนึ่งว่าวงจรรตามแรงดัน (Voltage follower) สำหรับวงจรรขยายกลับเฟส VCVS แสดงไว้ดังรูปที่ 8.2(ค) ซึ่งวงจรมีอัตราขยายเท่ากับ

$$\frac{V_2}{V_1} = -\frac{R_2}{R_1} = K \quad (8.2)$$



รูปที่ 8.2 วงจร VCVS แบบ (ก) ไม่กลับเฟส (ข) ตามแรงดัน (ค) กลับเฟส

ตัวอย่างที่ 8.1-1 (วงจรรขยายไม่กลับเฟส) VCVS มีอัตราขยายคือ  $K=1.5858$  กำหนดให้  $(R_1+R_2)/R_1=1.5858$  สำหรับค่าอิมพีแดนซ์ที่เหมาะสมสำหรับตัวต้านทาน จะมีค่าเท่ากับ  $R_1=1\Omega$  และ  $R_2 = 0.5858\Omega$  ออปแอมป์ที่นิยมใช้กันมาก คือ  $\mu A741$  ซึ่งมีอินพุทอิมพีแดนซ์ประมาณ  $1\text{ M}\Omega$  ดังนั้นค่าของ  $R_1$  และ  $R_2$  ที่ใช้ได้จะต้องมีค่าน้อยกว่าอินพุทอิมพีแดนซ์ ทำนองเดียวกันเอาต์พุทอิมพีแดนซ์ ของ  $\mu A741$  ที่มีค่าเข้าใกล้กับ  $100\Omega$  ดังนั้นค่าของตัวต้านทาน ต้องกำหนดขอบเขต

มากกว่าเอาท์พุทอิมพีแดนซ์ ในการนำไปใช้จริงจะเลือก  $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$  และ  $R_2 = 58.58 \text{ k}\Omega$  ซึ่งเป็นค่าที่พอรับได้หรือน่าพอใจที่สุด

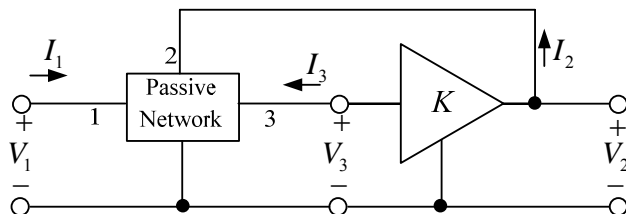
### 8.1.3 การวิเคราะห์วงจรที่ประกอบด้วย VCVS

เราจะพบอุปกรณ์แพสซีฟ ต่อร่วมกับ VCVS ในหลายแห่งของหนังสือนี้ ดังนั้นการวิเคราะห์วงจรแบบนี้กำหนดให้ฟังก์ชันถ่ายโอนพิเศษที่ช่วยทำให้วิเคราะห์ง่ายขึ้น โดยใช้เทคนิคที่เรียกว่า “หลักการบังคับ” (Method of constraints) ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

#### ข้อสรุป 8.1 เทคนิคบังคับ

- เขียนสมการแอดมิตแตนซ์ของวงจรโดยยังไม่ต้องมี VCVS สมการที่ได้อาจจะอยู่ในรูปใดรูปหนึ่งของตัวแปรหลายพอร์ท หรือ สมการโหนด
- ใช้เงื่อนไขแรงดันบังคับ (Voltage constraint) แทนใน VCVS เพื่อลดตัวแปรที่ไม่รู้ค่า โดยแทน VCVS ด้วยอัตราขยาย  $K$  ที่มีความสัมพันธ์กับแรงดันเอาท์พุท ( $V_i$ ) เข้าไปโดยแทนแรงดันอินพุท ( $V_j$ ) ด้วยสมการ  $V_i = KV_j$  หรือ  $V_j = V_i/K$  ซึ่งทำให้สามารถกำจัดตัวแปรใดตัวหนึ่งออกไปได้
- ใช้เงื่อนไขกระแสบังคับ (Current constraint) สำหรับแต่ละ VCVS ถ้าเอาท์พุทของ VCVS อยู่ที่โหนด  $i$  เอาท์พุทอิมพีแดนซ์ของ VCVS ที่มีค่าต่ำมากจะส่งผลให้เกิดการ Short Circuit ที่กระแสนพุทใดๆ ลงกราวด์ ดังนั้นสมการที่  $i^{\text{th}}$  จะไม่มีความเป็นอิสระ ซึ่งทำให้สามารถลดจำนวนสมการลงไปได้

จากขั้นตอนทั้งหมดนี้ การบังคับด้วย VCVS จะสามารถลดอันดับของสมการในวงจรให้เหลือเพียงอันดับเดียว และ เมื่อใช้ VCVS บังคับ สมการที่เหลือจะถูกแทนที่ด้วยตัวแปรอินพุทหรือเอาท์พุท ด้วยหลักการบังคับนี้ สามารถใช้กับ 2 สมการที่สำคัญ ซึ่งพบในตัวกรองแบบแอดทีฟ ดังจะแสดงด้วย 2 ตัวอย่างดังต่อไปนี้



รูปที่ 8.3 ตัวกรองแบบวงจรมายาเดียว

ตัวอย่างที่ 8.1-2 (ฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดันของตัวกรองแบบวงจรมายาเดียวทั่วไป) พิจารณาตัวกรองทั่วไปแบบวงจรมายาเดียว ดังแสดงในรูป 8.3 ในส่วนโครงข่ายแพสซีฟ จะเป็นแบบ 3 พอร์ท ด้วยกลุ่มตัวแปรแอดมิตแตนซ์ ( $y$ -parameter) สมการของโครงข่ายแพสซีฟที่ไม่มี VCVS สามารถเขียนได้ว่า

**บทที่ 8** ตัวกรองแอกทีฟที่ใช้วงจรถยายเดี่ยว

$$\begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \\ I_3(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11}(s) & y_{12}(s) & y_{13}(s) \\ y_{21}(s) & y_{22}(s) & y_{23}(s) \\ y_{31}(s) & y_{32}(s) & y_{33}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(s) \\ V_2(s) \\ V_3(s) \end{bmatrix} \quad (8.3)$$

โดยที่  $y_{ij}(s) = y_{ji}(s)$  เป็นเมตริกซ์แบบสมมาตร ใช้ข้อสรุปใน 8.1 เมื่อพิจารณาผลกระทบของ VCVS จากขั้นตอนที่ 2 นี้จะได้  $V_3(s) = V_2(s)/K$  แทนในสมการที่ (8.3) ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \\ I_3(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11}(s) & y_{12}(s) + y_{13}(s)/K \\ y_{21}(s) & y_{22}(s) + y_{23}(s)/K \\ y_{31}(s) & y_{32}(s) + y_{33}(s)/K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(s) \\ V_2(s) \end{bmatrix} \quad (8.4)$$

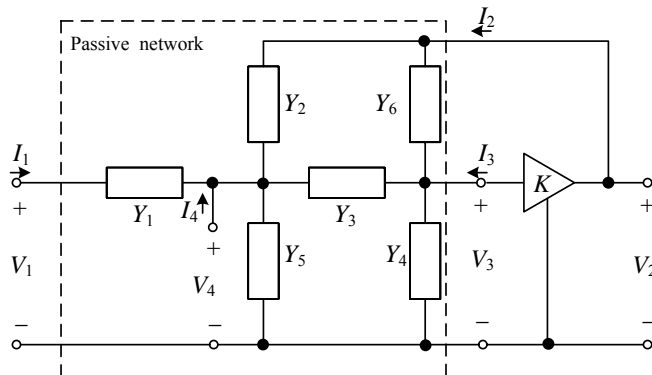
จากขั้นตอนที่ 3 ของข้อสรุป 8.1 สามารถตัดสมการแถวที่ 2 จากสมการที่ (8.4) จะได้เป็น

$$\begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_3(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11}(s) & y_{12}(s) + y_{13}(s)/K \\ y_{31}(s) & y_{32}(s) + y_{33}(s)/K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(s) \\ V_2(s) \end{bmatrix} \quad (8.5)$$

เนื่องจาก  $I_3(s) = 0$  (เนื่องจากอินพุทอิมพีแดนซ์ของ VCVS มีค่าเป็นอนันต์) แถวที่ 2 ในสมการที่ (8.5) จะถูกกำหนดให้เป็น 0 จึงสามารถใช้แถว 2 ในการหาคำตอบได้เป็น

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{-Ky_{31}(s)}{y_{33}(s) + Ky_{32}(s)} \quad (8.6)$$

ตัวอย่างที่ 8.1-3 (ฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดันของโครงข่ายเฉพาะ) ในตัวกรองแบบวงจรถยายเดี่ยวในรูปโครงข่ายแพสซีฟที่กล่าวถึงในบทนี้ จะมีรูปแบบของโครงข่ายแพสซีฟในขอบเขตมาตรฐาน ดังแสดงในรูป 8.4 ใช้วิธีการบังคับมาประยุกต์เพื่อหา ฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดันในโครงข่าย



รูปที่ 8.4 ตัวกรองแบบวงจรถยายเดี่ยวในรูปโครงข่ายแพสซีฟ

จากขั้นตอนที่ 1 ของบทสรุป 8.1 เราสามารถเขียนได้ว่า

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 & 0 & 0 & -Y_1 \\ 0 & Y_2 + Y_6 & -Y_6 & -Y_2 \\ 0 & -Y_6 & Y_3 + Y_4 + Y_6 & -Y_3 \\ -Y_1 & -Y_2 & -Y_3 & Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} \quad (8.7)$$

จากขั้นตอนที่ 2 และ 3 เรากำหนดให้  $V_3 = V_2/K$  สมการที่ (8.7) แถวที่ 2 จะหายไป และ จะได้

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 & 0 & -Y_1 \\ 0 & -Y_6 + (Y_3 + Y_4 + Y_6)/K & -Y_3 \\ -Y_1 & -Y_2 - Y_3/K & Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_4 \end{bmatrix} \quad (8.8)$$

จากสมการที่ (8.8) กระแสที่โหนด  $I_3 = 0$  และ  $I_4 = 0$  เนื่องจากไม่มีกระแสภายนอกไหลเข้า โหนดเหล่านี้ จะหาค่า  $V_4$  ได้ และ แทนค่าเพื่อหา  $V_1$  และ  $V_2$  จะได้ผลลัพธ์เป็น

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{KY_1Y_3}{(Y_1 + Y_2 + Y_5)(Y_3 + Y_4 + Y_6) + Y_3(Y_4 + Y_6) - K[Y_6(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_5) + Y_2Y_3]} \quad (8.9)$$

#### 8.1.4 โครงสร้างตัวกรองทั่วไปแบบวงจรถายเดี่ยว

โครงสร้างตัวกรองทั่วไปแบบวงจรถายเดี่ยวในรูป 8.3 เป็นรูปแบบพื้นฐานสามารถใช้ในการกรณีกการต่อแบบไล่ลำดับได้ ในวงจรมีการใช้ VCVS (มีเอาต์พุตอิมพีแดนซ์ต่ำมาก) เมื่อนำวงจรถายเดี่ยวมาต่อกันจะไม่มีผลกระทบ ในส่วนของโครงข่ายแพสซีฟประกอบด้วย R และ C สามารถสร้างเป็นฟังก์ชันตัวกรองได้หลายชนิด การป้อนกลับด้วย VCVS ส่งผลไปเปลี่ยนโพลจำนวนจริงที่เป็นลบ ที่เกิดจากโครงข่าย RC ไปเป็นค่าเชิงซ้อนสังยุค (Complex-conjugate) กระบวนการดังกล่าวเกิดขึ้นได้จากสมการที่ (8.6) ในสมการนี้เป็นที่สังเกตว่าฟังก์ชัน  $-y_{31}$ ,  $-y_{32}$  และ  $y_{33}$  ไม่สามารถมีค่าสัมประสิทธิ์เป็นลบทั้งเศษและส่วนของพหุนามดังนั้น จึงเขียนได้ว่า

$$-y_{31}(s) = \frac{N_{31}(s)}{D(s)} \quad -y_{32}(s) = \frac{N_{32}(s)}{D(s)} \quad y_{33}(s) = \frac{N_{33}(s)}{D(s)} \quad (8.10)$$

พหุนาม  $N_{31}(s)$ ,  $N_{32}(s)$  และ  $N_{33}(s)$  จะมีค่าสัมประสิทธิ์ที่เป็นบวก (หรือ 0) เท่านั้น เราสามารถเขียนสมการที่ (8.6) ในรูปสมการที่ (8.10) ได้เป็น

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{A(s)}{B(s)} = \frac{KN_{31}(s)}{N_{33}(s) - KN_{32}(s)} \quad (8.11)$$

**บทที่ 8** ตัวกรองแอกทีฟที่ใช้วงจรรขยายเดียว

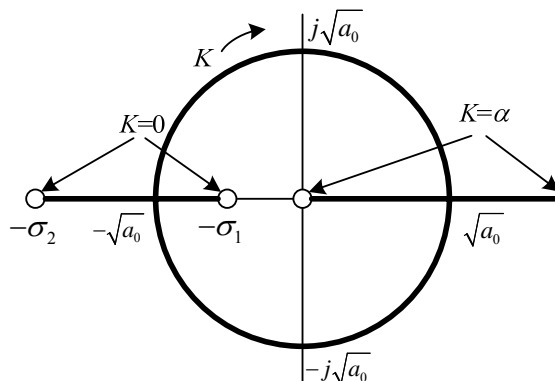
สำหรับโครงข่ายในรูป 8.4 นั้น เมื่อนำมาเปรียบเทียบกับสมการที่ (8.9) และ สมการที่ (8.11) เราจะพบว่า

$$\begin{aligned} N_{31}(s) &= Y_1 Y_3 \\ N_{32}(s) &= Y_6 (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_5) + Y_2 Y_3 \\ N_{33}(s) &= (Y_1 + Y_2 + Y_5)(Y_3 + Y_4 + Y_6) + Y_3 (Y_4 + Y_6) \end{aligned} \quad (8.12)$$

สำหรับอัตราขยายของ VCVS มีค่าเป็นบวก ( $K$ ) ค่าตัวส่วน  $B(s)$  ของสมการที่ (8.11) แทนค่า  $N_{33}(s)$  และ  $KN_{32}(s)$  ซึ่งจะเรียกว่า การแยกองค์ประกอบผลต่าง (Difference decomposition) ในกรณีนี้ที่  $B(s)$  ที่เป็นค่าอันดับสอง สัมประสิทธิ์  $y_{33}(s)$  ก็จะเป็นอันดับสองด้วย และ โดยที่ฟังก์ชันจุดขับ RC สามารถมีได้แต่เพียงค่าซีโร บนแกนจริงด้านลบ ดังนั้นเหมือนว่า  $N_{33}(s) = (s + \sigma_1)(s + \sigma_2)$  สำหรับการประยุกต์ทั่วไป  $-y_{32}(s)$  มีค่าซีโรที่จุดกำเนิด และ ดังนั้น  $N_{32}(s) = \alpha s$  เมื่อ  $\alpha$  เป็นค่าคงที่บวก ดังนั้น ตัวส่วนของสมการที่ (8.11) สามารถเขียนในรูปพหุนามอันดับสองได้ว่า

$$B(s) = s^2 + a_1 s + a_0 = (s + \sigma_1)(s + \sigma_2) - K \alpha s \quad (8.13)$$

โดยที่  $a_1$  และ  $a_0$  เป็นตัวชี้ตำแหน่งของโพล และ  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  และ  $\alpha$  เป็นฟังก์ชันของโครงข่ายแพสซีฟต่าง ๆ ซึ่งมีรูปแบบทั่วไป ซึ่งการแยกองค์ประกอบแตกต่างจะทำให้เกิดเส้นทางวงกลมและเป็นฟังก์ชันของ  $K$  แสดงดังรูปที่ 8.5 เราพบว่าค่า  $K$  เพิ่มขึ้นเกินกว่าค่า  $(\sigma_1 + \sigma_2)/\alpha$  โพลของฟังก์ชันโครงข่ายจะเคลื่อนย้ายไปยังครึ่งขวาของระนาบ ซึ่งจะเกิดความไม่เสถียรของโครงข่าย สำหรับค่าความถี่ Normalized พหุนามตัวส่วนจะอยู่ในรูป  $P(s) = s^2 + (1/Q)s + 1$  ซึ่งค่าของการแยกองค์ประกอบแตกต่างที่เหมาะสมคือ  $(s+1)^2 - K \alpha s$  ซึ่งจะทำให้เกิดค่า  $S_K^O$  ต่ำๆ สำหรับ ที่  $2Q-1$  ซึ่งความสัมพันธ์มีค่าใหญ่ โครงสร้าง RC ทั่วไปนั้นจึงเหมาะที่จะใช้ออกแบบเฉพาะค่า  $Q$  ที่ต่ำเท่านั้น



รูปที่ 8.5 การแยกองค์ประกอบแตกต่าง

## 8.2 ตัวกรองความถี่ต่ำผ่านโดยใช้วงจรรขยายเดี่ยว

ก่อนหน้านี้ได้กล่าวถึงโครงข่ายของตัวกรอง RC พื้นฐานที่เหมาะสมในการสร้างฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับสอง ดังรูปที่ 8.4 ในหัวข้อนี้ เราจะแสดงถึงโครงสร้างพื้นฐานมาออกแบบเป็นตัวกรองความถี่ต่ำผ่านได้อย่างไร กระบวนการทั่วไปที่เราจะใช้เพิ่มเติมในการดำเนินการให้ฟังก์ชันตัวกรองเปลี่ยนไปในรูปแบบอื่นๆ จะกล่าวต่อไป

### 8.2.1 ฟังก์ชันตัวกรองความถี่ต่ำผ่านทั่วไป

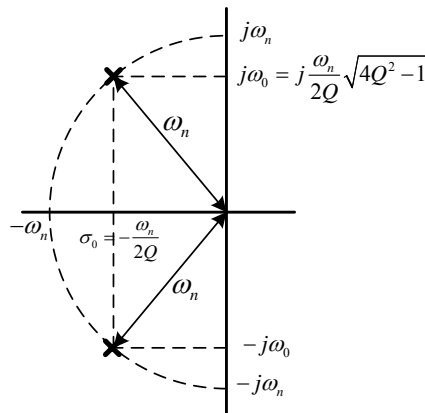
รูปแบบทั่วไปของฟังก์ชันถ่ายโอนตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{H_0 \omega_n^2}{s^2 + (\omega_n/Q)s + \omega_n^2} = \frac{KN_{31}(s)}{N_{33}(s) - KN_{32}(s)} \quad (8.14)$$

เมื่อ  $H_0$  คืออัตราขยายไฟตรง,  $\omega_n$  คือความถี่ธรรมชาติ และ  $Q$  คือ ตัวประกอบคุณภาพทางด้านขวาของสมการที่ (8.14) แทนด้วยความสัมพันธ์จากสมการที่ (8.11) ในหัวข้อ 8.1 ถ้าโพลฟังก์ชันโครงข่ายของสมการที่ (8.1) อยู่ที่ตำแหน่ง  $p_0 = \sigma_0 \pm j\omega_0$  ดังนั้น ความสัมพันธ์ระหว่าง  $\omega_n$  และ  $Q$  และ ตำแหน่งของโพลคือ

$$p_0 = \sigma_0 \pm j\omega_0 = -\frac{\omega_n}{Q} \pm j\frac{\omega_n}{2Q}\sqrt{4Q^2 - 1} \quad (8.15)$$

ความสัมพันธ์ดังกล่าวนี้แสดงไว้ดังรูปที่ 8.6 กราฟแสดงค่าของ  $|V_2/V_1(j\omega)|$  และ เฟสของ  $|V_2/V_1(j\omega)|$  โดยเปลี่ยนค่า  $Q$  เมื่อค่า Normalized  $H_0 = 1$  rad/s และ  $\omega_n = 1$  แสดงดังรูปที่ 8.7 ด้านพหุนามตัวส่วนของสมการที่ (8.1) คือ  $s^2 + (\omega_n/Q)s + \omega_n^2$  เราเรียกว่า “Standard form” ของพหุนามอันดับสอง



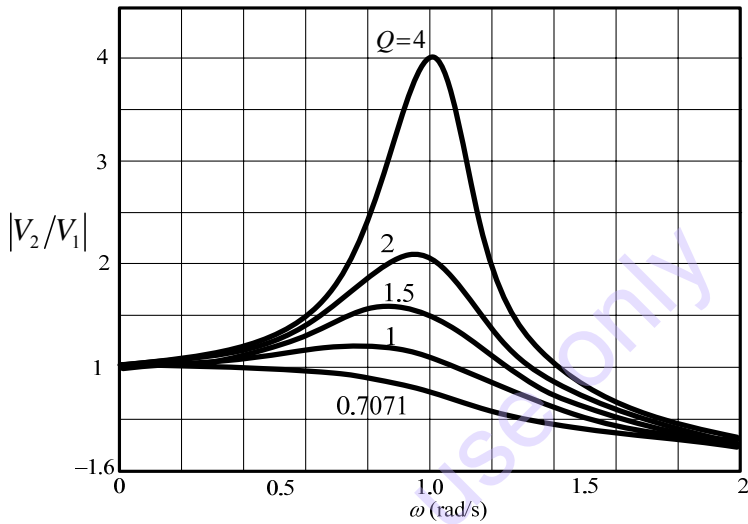
รูปที่ 8.6 ความสัมพันธ์ระหว่างโพลที่จุดต่างๆ

บทที่ 8 ตัวกรองแอกทีฟที่ใช้วงจรรขยายเดี่ยว

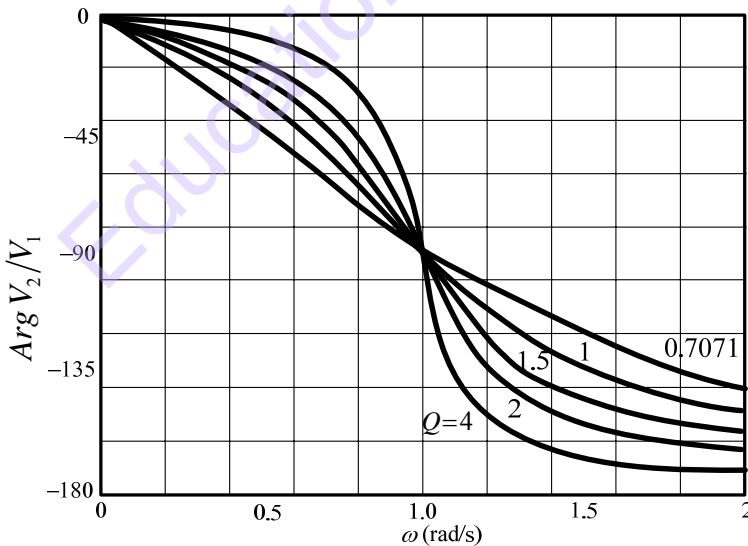
8.2.2 การสร้างตัวกรองความถี่ต่ำผ่านโดยใช้วงจรรขยายเดี่ยว

เมื่อเราทำการเปรียบเทียบสมการที่ (8.14) กับความสัมพันธ์ในสมการที่ (8.12) ในหัวข้อ 8.1 สิ่งแรกที่เราควรดูคือในตัวเศษเราจะเห็น  $Y_1$  และ  $Y_3$  เป็นค่าคงที่บ่งบอกถึงแอดมิตแตนซ์ของตัวต้านทาน ดังนั้นอาจจะเขียนได้เป็น

$$Y_1 = G_1 \quad Y_3 = G_3 \quad (8.16)$$



(ก)



(ข)

รูปที่ 8.7 ค่าขนาดและเฟสของฟังก์ชันตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน

เมื่อพิจารณาตัวส่วนของสมการที่ (8.14) ตัวส่วนทางด้านขวามือ อาจจะระบุถึงแตกสมการของตัวส่วน  $s^2 + (\omega_n/Q)s + \omega_n^2$  ของสมการที่อยู่ตรงกลาง ในผลบวก  $N_{32}(s)$  มีค่าเป็น 0 ที่จุด

กำเนิด เมื่อใช้สมการที่ (8.16) จะทำให้ได้  $N_{32}(s)$  เป็น  $N_{32}(s) = Y_0(G_1 + Y_2 + G_3 + Y_5) + Y_2G_3 = \alpha s$  และ จาก

$$Y_2 = sC_2 \quad Y_6 = 0 \quad (8.17)$$

ความสัมพันธ์เหล่านี้จะทำให้หาผลลัพธ์ ของ  $N_{33}(s)$  ได้เป็น  $N_{33}(s) = (G_3 + Y_4)(G_1 + sC_2 + Y_5) + G_3Y_4$  เราสามารถเปลี่ยน  $Y_4$  และ  $Y_5$  ได้เป็น

$$Y_4 = sC_4 \quad Y_5 = 0 \quad (8.18)$$

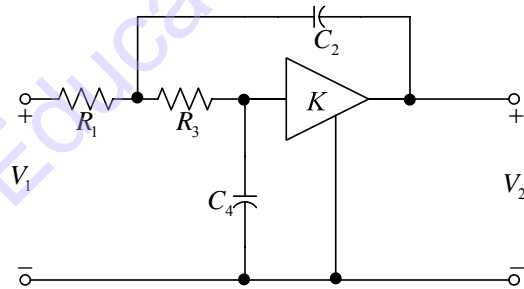
ผลลัพธ์ที่ได้สำหรับตัวกรองความถี่ต่ำผ่านแอดคทีฟ RC ที่แสดงในรูป 8.8 สามารถแสดงสมการได้ในรูปแบบง่ายๆ เป็น

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{KG_1G_3}{s^2C_2C_4 + s(G_3C_2 + G_1C_4 + G_3C_4 - KG_3C_2) + G_1G_3} \quad (8.19)$$

ข้อสรุปจากสมการที่ (8.19) ได้มาโดยการหารทั้งเศษและส่วน โดย  $C_2C_4$  และใช้  $R_i = 1/G_i$  ผลลัพธ์ คือ

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{sK/R_1R_3C_2C_4}{s^2 + s(1/R_3C_4 + 1/R_1C_2 + 1/R_3C_2 - K/R_3C_4) + (1/R_1R_3C_2C_4)} \quad (8.20)$$

รูปแสดงใน 8.8 เรียกตัวกรองความถี่ต่ำผ่านแบบ Sallen and Key



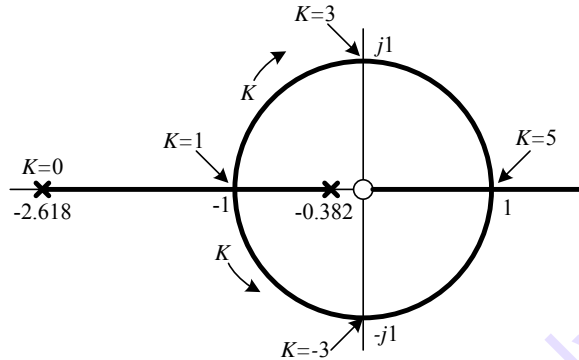
รูปที่ 8.8 ตัวกรองความถี่ต่ำผ่านแบบ Sallen and Key

ตัวอย่างที่ 8.2-1 (วิธีของรากสำหรับตัวกรองความถี่ต่ำผ่านโดยวงจรถายเดี่ยว) จากรูปที่ 8.8 โดยมีรายละเอียดในหัวข้อ 8.1 และมีวิธีของรากดังรูปที่ 8.5 เมื่อกำหนดให้  $R_1=R_3=1$  และ  $C_2=C_4=1$  เป็นค่า Normalized ทำให้ค่า Normalized ของ  $\omega_n$  เป็น 1  $N_{33}(s) = s^2 + 3s + 1 = (s + 0.382)(s + 2.618)$  และ  $N_{32}(s) = s$  เมื่อเทียบกับตัวส่วนของสมการที่ (8.14) พบว่า

$$s^2 + (1/Q)s + 1 = (s + 0.382)(s + 2.618) - Ks$$

## บทที่ 8 ตัวกรองแอดทีฟที่ใช้วงจรรขยายเดียว

วิถีของรากเป็นฟังก์ชันของอัตราขยาย  $K$  ของ VCVS แสดงดังรูปที่ 8.9 ซึ่งในรูปพบว่าเมื่อ  $K$  เพิ่มขึ้น โพลของสมการที่ (8.14) ในระนาบ  $s$  จะเริ่มต้นที่  $s=-0.382, -2.618$  ( $K=0$ ) โพลทั้งสองจะเคลื่อนเข้าหากันจนทับกันที่จุด  $s=-1$  ( $K=1$ ) ในกรณีที่เคลื่อนที่ไปครึ่งทางตำแหน่งที่อยู่ของโพลจะมีลักษณะเป็นเชิงซ้อนสังยุคที่  $s=\pm j1$  ( $K=3$ ) แต่เมื่อเคลื่อนที่ต่อไปจะมีลักษณะเป็นโครงข่ายที่ไม่เสถียร



รูปที่ 8.9 วิถีของโพลในตัวอย่างที่ 8.1-4

**การออกแบบที่ 1.** เปรียบเทียบ สมการที่ (8.14) และ สมการที่ (8.20) ก่อให้เกิด สมการดังต่อไปนี้

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_3 C_2 C_4}} \quad (8.21ก)$$

$$\frac{1}{Q} = \sqrt{\frac{R_3 C_4}{R_1 C_2}} + \sqrt{\frac{R_1 C_4}{R_3 C_2}} + (1-K) \sqrt{\frac{R_1 C_2}{R_3 C_4}} \quad (8.21ข)$$

$$H_0 = K \quad (8.21ค)$$

เนื่องจากมี 5 ตัวแปรไม่ทราบค่า  $R_1, C_2, R_3, C_4$  และ  $K$  แล้วมีเพียง 3 สมการทำให้จะได้ว่า

$$R_1 = R_3 = R \quad (8.22ก)$$

$$C_2 = C_4 = C \quad (8.22ข)$$

แทน (8.22) ใน (8.21) จะได้

$$\omega_n = \frac{1}{RC}, \quad \frac{1}{Q} = 3 - K, \quad H_0 = K \quad (8.23)$$

เขียนให้ง่ายขึ้นได้เป็น

$$RC = \frac{1}{\omega_n} \quad K = 3 - \frac{1}{Q} \quad (8.24)$$

ตัวอย่างที่ 8.2-2 (ตัวกรองความถี่ต่ำผ่านโดยใช้ตัวต้านทานเท่ากัน และ ตัวเก็บประจุเท่ากัน (การออกแบบที่ 1)) กำหนดให้  $\omega_n=6238$  rad/s (1kHz) และ  $Q = 0.7071$  (คุณสมบัติของ Butterworth) จากสมการที่ (8.24) เราจะได้

$$RC = \frac{1}{6238} = 1.59 \times 10^{-4} \quad K = 1.586$$

ถ้าเราเลือก  $C=0.1\mu F$  เมื่อ  $R=1.59k\Omega$  ผลลัพธ์ที่ได้จะมีค่า  $H_0 = 1.586$

**การออกแบบที่ 2.** จาก การออกแบบที่ 1 ใช้สมการที่ (8.22) ที่มีอยู่ ถ้าเราให้  $K = 1$  ค่าอัตราขยายที่ได้ไม่มีความแม่นยำสูงโดยใช้วงจรตามแรงดัน ที่แสดงในรูป 8.2x จากสมการที่ (8.21) เราจะได้

$$\frac{1}{Q} = \sqrt{\frac{R_3 C_4}{R_1 C_2}} + \sqrt{\frac{R_1 C_4}{R_3 C_2}} \quad (8.25)$$

เราจะได้ 2 ตัวแปร  $n$  และ  $m$  ดังนี้

$$n = \frac{R_3}{R_1} \quad m = \frac{C_4}{C_2} \quad (8.26)$$

และได้  $R_1 = R \quad C_2 = C \quad (8.27)$

สมการที่ (8.20) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{1/mnR^2C^2}{s^2 + (1/RC)[(n+1)/n]s + 1/mnR^2C^2} \quad (8.28)$$

สมการที่ (8.14) และ (8.28) ผลลัพธ์ จะได้ดังสูตรต่อไปนี้

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{mnRC}} \quad \frac{1}{Q} = (n+1)\sqrt{\frac{m}{n}} \quad (8.29)$$

มีเงื่อนไขว่าค่า  $m$  มาตรฐาน ประมาณได้ว่า

$$m \leq \frac{1}{4Q^2} \quad (8.30)$$

เมื่อค่า  $n$  สามารถหาได้จาก

$$n = \left( \frac{1}{2mQ^2} - 1 \right) \pm \frac{1}{2mQ^2} \sqrt{1 - 4mQ^2} \quad (8.31)$$

ตัวอย่างที่ 8.2-3 (ตัวกรองความถี่ต่ำผ่านแบบอัตราขยายเป็น 1 (การออกแบบที่ 2)) จงออกแบบโดยใช้วงจรขยายเดี่ยวจากฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดันดังต่อไปนี้

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{0.988}{s^2 + 0.179s + 0.988}$$

## บทที่ 8 ตัวกรองแอกทีฟที่ใช้วงจรรขยายเดี่ยว

เมื่อตัวแปรความถี่เชิงซ้อนแบบ Normalized เท่ากับ  $10^{-4}$  rad/s จากสมการที่ (8.14) เราได้  $\omega_{n(normalized)} = 0.994$  rad/s และ  $Q = 5.553$  จากสมการที่ (8.30) เราต้องเลือก  $m \leq 0.0081$  ซึ่งเลือก  $m = 0.001$  จากสมการที่ (8.31) เราหา  $n$  ได้  $n = 0.0329, 30.397$  ถ้าเราเลือก  $n = 30.397$  ดังนั้น จากสมการที่(8.29) กับ  $\omega_n = 10^4 \omega_{n(normalized)}$  เราได้  $RC = 5.7703 \times 10^{-4}$  ถ้าเราเลือก  $C_2=C=0.1\mu F$  ดังนั้น  $C_4=100pF, R_1=R=5.77k\Omega$  และ  $R_3=175.4 k\Omega$

**การออกแบบที่ 3.** ทางเลือกหนึ่งสำหรับตัวกรองความถี่ต่ำผ่านโดยใช้วงจรรขยายเดี่ยว โดยกำหนดให้ตัวเก็บประจุทั้งคู่เท่ากัน และ อัตราขยายของ VCVS ที่มีค่า 2.0 เราสนใจที่อัตราขยายเท่ากับ 2.0 เพราะมันสามารถถูกต้องแน่นอนได้โดยใช้ความต้านทานที่ออปแอมป์เท่ากัน จากสมการที่ (8.14) และสมการที่ (8.20) ที่  $C_2 = C_4 = C$  และ  $K = 2$  เราได้

$$R_1 = \frac{Q}{\omega_n C}$$

$$R_3 = \frac{1}{R_1 \omega_n^2 C^2} \quad \text{หรือ} \quad R_3 = \frac{R_1}{Q^2} \quad (8.32)$$

ตัวอย่าง 8.2-4 (ตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน กำหนดให้ตัวเก็บประจุเท่ากัน และ อัตราขยายเท่ากับ 2 (การออกแบบที่ 3)) ออกแบบตัวกรอง จากฟังก์ชันถ่ายโอน Normalized Butterworth ต่อไปนี้

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{2}{s^2 + \sqrt{2}s + 1}$$

โดยที่ค่า Normalized  $10^4$  rad/s ที่ได้จากสมการ (8.32) ใช้  $C=1, \omega_n=1$  และ  $Q = 1/\sqrt{2}$  เราจะได้  $R_1 = 1/\sqrt{2}$  และ  $R_3 = \sqrt{2}$  เมื่อทำการ Denormalized และ เพิ่มเติมส่วนอิมพีแดนซ์ในรูป Denormalized เป็น  $10^3$  เราจะได้ค่า  $R_1 = 0.707k\Omega, R_3 = 1.414k\Omega, C_3 = C_4 = 0.1\mu F$  และ  $K=2$

เนื่องจากบางจุดในการเชื่อมต่อกับสมการที่ (8.21) ใน 3 ตัวแปร นั่นคือ  $\omega_n, Q$  และ  $H_0$  โดยที่มีตัวแปรอยู่ 5 ตัวแปร โดยจะมี 3 แนวทางหลักในการออกแบบ แต่ก็อาจจะมีวิธีอื่นๆ เพิ่มเติมอีกก็ได้

### 8.2.3 ความไว

เราจะพิจารณาในด้านความไวของตัวกรอง Sallen and key มีวงจรถัดแสดงในรูป 8.10 อย่างที่แสดงไว้ชัดเจน ว่า  $R_A$  และ  $R_B$  เป็นตัวกำหนดอัตราขยาย  $K = 1 + R_B/R_A$  ใช้การนิยามค่าความไวในบทที่ 6 และ ความสัมพันธ์ของสมการที่ (6.11ง) และสมการที่ (6.11ข) เราจะได้

$$S_{R_1}^Q = -\frac{1}{2} + Q \sqrt{\frac{R_3 C_4}{R_1 C_2}} = -S_{R_3}^Q \quad (8.33ก)$$

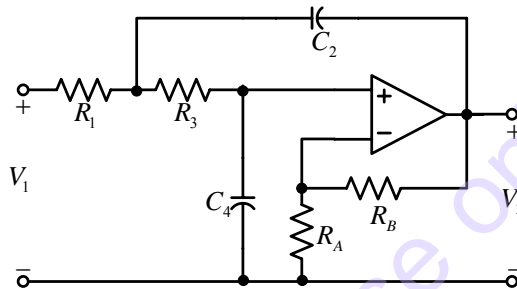
$$S_{C_2}^O = -\frac{1}{2} + Q \left( \sqrt{\frac{R_1 C_4}{R_3 C_2}} + \sqrt{\frac{R_3 C_4}{R_1 C_2}} \right) = -S_{C_4}^O \quad (8.33ข)$$

$$S_K^O = QK \sqrt{\frac{R_1 C_2}{R_3 C_4}} \quad (8.33ค)$$

$$S_{R_A}^O = -Q(K-1) \sqrt{\frac{R_1 C_2}{R_3 C_4}} = -S_{R_B}^O \quad (8.33ง)$$

$$S_{R_1, R_3, C_2, C_4}^{\omega_n} = -\frac{1}{2} \quad (8.33จ)$$

$$S_{K, R_A, R_B}^{\omega_n} = 0 \quad (8.33ฉ)$$



รูปที่ 8.10 ตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน Sallen and Key โดยใช้อปแอมป์

ค่าความไวเหล่านี้ สำหรับ การออกแบบที่ 1, 2 และ 3 แสดงในตารางที่ 8.1 เป็นการมุ่งถึงความไวของ  $\omega_n$  จริงว่าเท่ากัน ทั้ง 3 การออกแบบ แต่ความไว  $Q$  แปรผันได้กว้าง

ตารางที่ 8.1 ความไวของการออกแบบตัวกรอง Sallen and Key ทั้งสามแบบ

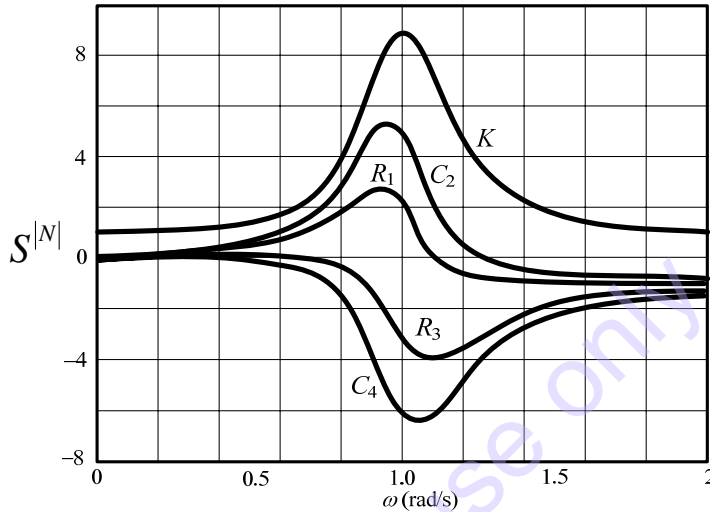
ความไว	การออกแบบที่ 1	การออกแบบที่ 2	การออกแบบที่ 3
$S_{R_1}^O = -S_{R_3}^O$	$-\frac{1}{2} + Q$	$-\frac{1}{2} + Q\sqrt{mn}$	$\frac{1}{2}$
$S_{C_1}^O = -S_{C_4}^O$	$-\frac{1}{2} + 2Q$	$-\frac{1}{2} + Q \left( \sqrt{\frac{m}{n}} + \sqrt{mn} \right)$	$\frac{1}{2} + Q^2$
$S_K^O$	$3Q - 1$	$\frac{Q}{\sqrt{mn}}$	$2Q^2$
$S_{R_A}^O = -S_{R_B}^O$	$1 - 2Q$	0	$-Q^2$
$S_{R_1, R_2, C_2, C_4}^O$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
$S_{K, R_A, R_B}^O$	0	0	0

มีความเป็นไปได้ในการปรับลดค่าความไวจากตารางที่ 8.1 แม้ว่าการลดความไวจะส่งผลต่อราคาของอุปกรณ์ ตัวอย่างเช่น ถ้าเลือก อัตราส่วนที่ 1:10 สำหรับตัวต้านทาน  $R_1$  และ  $R_3$  และ 10:1 สำหรับตัวเก็บประจุ  $C_2$  และ  $C_4$  ซึ่งค่อนข้างมากกว่าใน การออกแบบที่ 1 ที่มีอัตราส่วน 1:1 ทำ

## บทที่ 8 ตัวกรองแอกทีฟที่ใช้วงจรรขยายเดี่ยว

ให้ความไว  $Q$  มีค่าต่ำกว่ามาก ในอีกวิธีที่คล้ายกันโดยที่เลือก  $R_1$  และ  $R_3$  มีค่าเท่ากันด้วยหลักการในการออกแบบที่ 2 สุดท้ายค่าของอัตราขยาย  $K$  อาจจะถูกเลือกให้ได้ผลลัพธ์ที่ดีที่สุดเป็นกลางๆ ระหว่าง แอกทีฟ และความไวแพสซีฟ

ข้อมูลความไว  $Q$  ที่ให้ในตาราง 8.1 สำหรับ ตัวกรองชนิดวงจรรขยายเดี่ยวอาจจะมีสูงชันและสรุปในด้าน ฟังก์ชันความไวสำหรับวงจรได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้



รูปที่ 8.11 ความไวของตัวกรองความถี่ต่ำผ่านด้วยวงจรรขยายเดี่ยว

ตัวอย่างที่ 8.2-5 (ฟังก์ชันความไวของตัวกรองชนิดวงจรรขยายเดี่ยว)

ฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดันสำหรับ ตัวกรองความถี่ต่ำผ่านชนิดหนึ่งวงจรรขยาย ในสมการที่ (8.20) สามารถหาค่า ฟังก์ชันความไวในการออกแบบตัวกรองได้ เช่น ตัวอย่างนี้ พิจารณาใช้ การออกแบบที่ 1 ความถี่ Normalized  $\omega_n=1$  rad/s และ  $Q = 3$  และมีค่าต่างๆ คือ  $R_1 = R_3 = 1\Omega$ ,  $C_2 = C_4 = 1F$  และ  $K = 2.6667$  ผลลัพธ์ ฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดัน คือ

$$N(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{2.6667}{s^2 + s/3 + 1}$$

ผลลัพธ์ของฟังก์ชันความไว โดยพิจารณาความถี่ในช่วง  $0 \leq \omega_n \leq 2$  rad/s แสดงในรูปที่ 8.11 ค่าสูงสุดของ  $S_K^{N(j\omega)}$  ประมาณ 9 ค่าในตารางที่ 8.1 ที่แท้จริงประมาณ  $S_K^Q = 3Q$  ทำนองเดียวกัน ค่าสูงสุดของ  $S_{C_2}^{N(j\omega)}$  และ  $S_{R_1}^{N(j\omega)}$  ประมาณ 6 และ 3 ตามลำดับ ค่าที่ในตาราง  $Q$  sensitivity เป็น  $2Q$  และ  $Q$  สุดท้าย  $S_{C_4}^{N(j\omega)}$  และ  $S_{R_3}^{N(j\omega)}$  มีค่าเป็นลบ

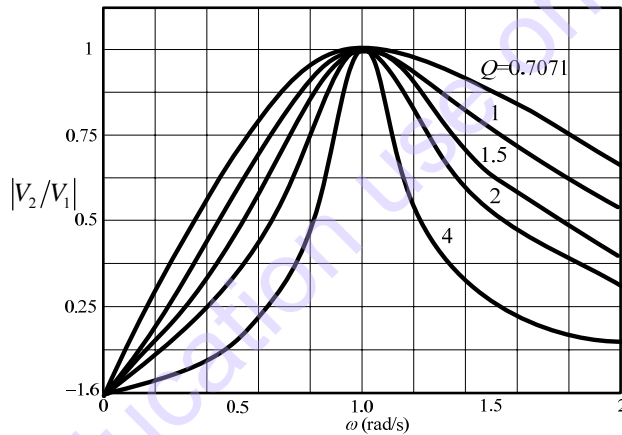
### 8.3 ตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่าน และ ความถี่สูงผ่านโดยใช้วงจรรขยายเดี่ยว

ในตัวกรอง RC อันดับสองทั่วไปที่ได้กล่าวไว้ก่อนหน้านี้คือ ตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน ในส่วนนี้เราจะใช้วิธีการเดียวกันเพื่อออกแบบตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่าน และ ตัวกรองความถี่สูงผ่าน

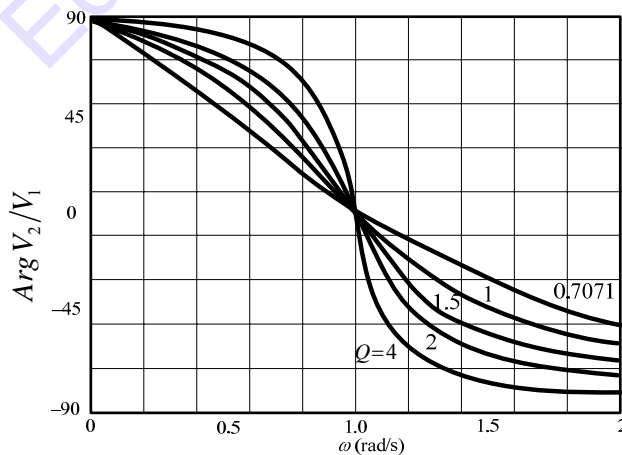
ลำดับแรกเราพิจารณา กรณีฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่านอันดับสองทั่วไปอยู่ในรูป

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{H_0(\omega_n/Q)s}{s^2 + (\omega_n/Q)s + \omega_n^2} = \frac{KN_{31}(s)}{N_{33}(s) - KN_{32}(s)} \quad (8.34)$$

ในสมการนี้  $H_0$  คือ ค่าขนาดสูงสุดของฟังก์ชันโคจรข่ายในช่วงความถี่ผ่าน ซึ่งอ้างอิงกับอัตราขยายที่ความถี่เรโซแนนซ์ ค่า  $\omega_n$  และ  $Q$  มีลักษณะคล้ายกับกรณีของตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน ซึ่ง  $\omega_n$  คือ ความถี่ธรรมชาติ และ  $Q$  คือ องค์ประกอบคุณภาพ ซึ่งค่าทั้ง 2 นี้ สัมพันธ์กับโพลของฟังก์ชันโคจรข่าย แบบที่บรรยายในสมการที่ (8.15) ในหัวข้อที่ 8.2 และ แสดงในรูป 8.6 ความสัมพันธ์ทางด้านขวาของสมการที่ (8.34) นำมาจากสมการที่ (8.11) ในหัวข้อที่ 8.1 กราฟของ  $|V_2/V_1(j\omega)|$  และ  $\text{Arg} V_2/V_1(j\omega)$  สำหรับค่าต่างๆ ของ  $Q$  สำหรับกรณี Normalized  $H_0 = 1$  และ  $\omega_n = 1$  rad/s แสดงดังรูป 8.12



(ก)



(ข)

รูปที่ 8.12 ค่าขนาดและเฟสของฟังก์ชันตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่าน

## บทที่ 8 ตัวกรองแอกทีฟที่ใช้วงจรถยายเดี่ยว

### 8.3.1 การออกแบบตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่านแบบวงจรถยายเดี่ยว

เมื่อเปรียบเทียบตัวเลขของสมการที่ (8.34) กับสมการที่ (8.12) ของหัวข้อ 8.1 เราจะเห็นว่า  $Y_1$  หรือ  $Y_3$  อันใดอันหนึ่งต้องเป็นตัวเก็บประจุ และตัวต้านทาน ถ้าเราเลือกแบบแรก

$$Y_1 = G_1 \quad Y_3 = sC_3 \quad (8.35)$$

ดังนั้น  $N_{31}(s) = sG_1C_3$  ทำตามวิธีเดียวกันกับในหัวข้อที่ 8.2 ในสมการที่ (8.17) และ (8.18) เราจะได้

$$N_{32}(s) = Y_6(G_1 + Y_2 + sC_3 + Y_5) + sC_3Y_2$$

$$N_{33}(s) = (sC_3 + Y_4 + Y_6)(G_1 + Y_2 + Y_5) + sC_3(Y_4 + Y_6)$$

ตัวส่วนจะต้องมีรูปแบบเหมือนกับรูปแบบทั่วไปที่ใช้สำหรับตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน ที่ได้นี้เราเลือก

$$Y_2 = G_2 \quad Y_6 = 0 \quad \text{ดังนั้น } N_{32}(s) = sC_3G_2 \quad (8.36)$$

และ

$$N_{33}(s) = (sC_3 + Y_4)(G_1 + G_2 + Y_5) + sC_3Y_4$$

สุดท้ายทำให้  $N_{33}(s)$  เป็นสมการอันดับสอง ดังที่ต้องการ เราเลือก  $Y_4 = G_4$  และ  $Y_5 = sC_5$  เราจะได้

$$N_{33}(s) = s^2C_3C_5 + s(G_1C_3 + G_2C_3 + G_4C_3 + G_4C_5) + G_4(G_1 + G_2) \quad (8.37)$$

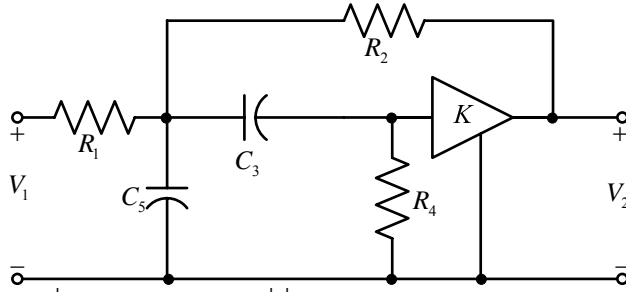
สมการฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดัน จะได้

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{sKG_1C_3}{s^2C_3C_5 + s(G_1C_3 + G_2C_3 + G_4C_3 + G_4C_5 - KG_2C_3) + G_4(G_1 + G_2)} \quad (8.38)$$

สมการนี้อาจอยู่ในรูป

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{sK/R_1C_5}{s^2 + s(1/R_1C_5 + 1/R_2C_5 + 1/R_4C_5 + 1/R_4C_3 - K/R_2C_5) + (1/R_4C_3C_5)(1/R_1 + 1/R_2)} \quad (8.39)$$

ส่วนประกอบวงจรถยายที่แสดงในรูป 8.12 มันใช้อ้างอิงถึง วงจร Sallen and key ตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่าน



รูปที่ 8.13 ตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่านแบบ Sallen and Key

**การออกแบบที่ 1** ถ้าเราเปรียบเทียบสมการที่ (8.34) และ สมการที่ (8.39) เราจะได้ตามความสัมพันธ์

$$\omega_n = \left( \frac{1 + R_1/R_2}{R_1 R_4 C_3 C_5} \right)^{1/2} \quad (8.40ก)$$

$$\frac{1}{Q} = \frac{[1 + (R_1/R_2)(1 - K)] \sqrt{R_4 C_3 / R_1 C_5} + \sqrt{R_1 C_3 / R_4 C_5} + \sqrt{R_1 C_5 / R_4 C_3}}{\sqrt{1 + R_1/R_2}} \quad (8.40ข)$$

$$H_0 = \frac{K/R_1 C_5}{1/R_1 C_5 + 1/R_2 C_5 + 1/R_4 C_5 + 1/R_4 C_3 - K/R_2 C_5} \quad (8.40ค)$$

วิธีการของ การออกแบบที่ 1 สำหรับค่าที่ได้ของส่วนประกอบของทั้งฟังก์ชัน คือ เลือกค่าเท่ากันดังเช่น

$$R_1 = R_2 = R_4 = R \quad C_3 = C_5 = C \quad (8.41)$$

กรณีนี้ ความสัมพันธ์ของสมการที่ (8.40) จะกลายเป็น

$$\omega_n = \frac{\sqrt{2}}{RC} \quad Q = \frac{\sqrt{2}}{4 - K} \quad H_0 = \frac{K}{4 - K} \quad (8.42)$$

เปลี่ยนให้อยู่ในรูป RC และ K จะได้

$$RC = \frac{\sqrt{2}}{\omega_n} \quad K = 4 - \frac{\sqrt{2}}{Q} \quad (8.43)$$

สังเกตได้ว่าสำหรับ K ที่เป็นบวก Q ต้องมีมากกว่า  $\sqrt{2}/4$

ตัวอย่างที่ 8.3-1 (ใช้ความต้านทานเท่ากัน และ ตัวเก็บประจุเท่ากัน (การออกแบบที่ 1)) กำหนดให้  $Q=10$ ,  $\omega_n=10^4$  rad/s จากสมการที่ (8.43) เราได้  $RC = \sqrt{2} \times 10^{-4}$  S และ  $K=3.8586$  เลือก  $C=0.1\mu\text{F}$  เราได้  $R=1.414$  k $\Omega$  และค่า  $H_0$  มีค่าเท่ากับ 27.289

## บทที่ 8 ตัวกรองแอกทีฟที่ใช้วงจรรขยายเดี่ยว

**การออกแบบที่ 2** อีกหลายทางเลือกที่เป็นไปได้สำหรับค่าต่างๆของตัวกรองที่แสดงดังรูป 8.13 โดยไม่ใช่สมการที่ (8.43) อีก การออกแบบที่หนึ่งที่สะดวกถ้าบังคับอัตราขยาย VCVS เป็นค่าคงที่คือเท่ากับ 2 ซึ่งกำหนดโดยความต้านทานสองตัวเท่ากัน ในกรณีนี้เราอาจเลือก

$$R_1 = C_3 = C_5 = 1 \quad K = 2 \quad (8.44)$$

สำหรับทางเลือกนี้ ให้สมการที่ (8.34) และ สมการที่ (8.39) เท่ากันเราจะได้

$$\omega_n^2 = \left(1 + \frac{1}{R_2}\right) \frac{1}{R_4} \quad (8.45ก)$$

$$\frac{\omega_n}{Q} = 1 + \frac{2}{R_4} - \frac{1}{R_2} \quad (8.45ข)$$

เราเห็นได้ว่า สมการ (8.45) จะเป็นสมการ Simultaneous สามารถหาค่า  $R_2$  และ  $R_4$  ได้

ตัวอย่างที่ 8.3-2 (ตัวเก็บประจุเท่ากัน อัตราขยายเท่ากับ 2 ตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่าน (การออกแบบที่ 2)) เมื่อต้องการให้อิมพีแดนซ์ และ ความถี่ของตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่าน เมื่อ  $\omega_n = 1$  rad/s และ  $Q=2$  ตัวเก็บประจุมีค่าเป็น 1 และอัตราขยาย VCVS =2 ใช้สมการที่ (8.45) โดยที่  $G_i = 1/R_i$  เราจะได้

$$1 = (1 + G_2)G_4$$

$$0.5 = 1 + 2G_4 - G_2$$

เอาผลลัพธ์ในรูป  $G_4$  ของสมการแรกแทนในสมการที่สอง และ ปรับรูปสมการ เราจะได้

$$G_2^2 + 0.5G_2 - 2.5 = 0$$

นำผลลัพธ์ในรูป  $G_2$  แทนในสมการแรก เราจะได้  $R_2 = 0.7403 \Omega$  และ  $R_4 = 2.3508 \Omega$

### 8.3.2 การออกแบบตัวกรองความถี่สูงผ่านแบบวงจรรขยายเดี่ยว

รูปแบบที่ 2 ของตัวกรองที่จะพิจารณาในส่วนนี้ คือ ตัวกรองความถี่สูงผ่านอันดับสอง รูปแบบทั่วไปของของฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดัน มีรูปแบบเป็น

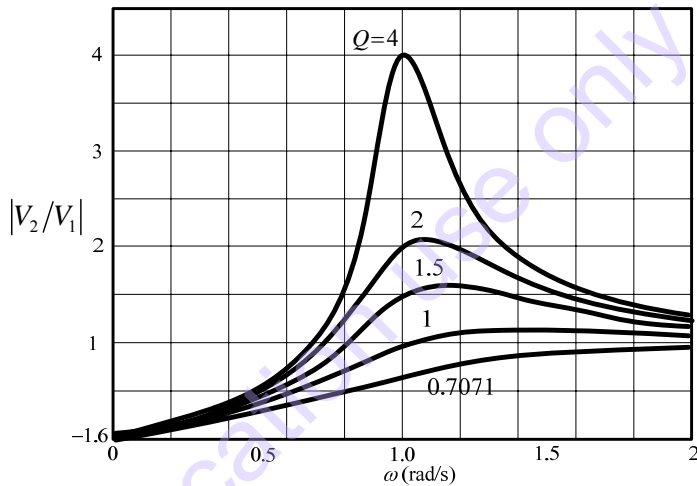
$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{H_0 s^2}{s^2 + (\omega_n/Q)s + \omega_n^2} = \frac{KN_{31}(s)}{N_{33}(s) - KN_{32}(s)} \quad (8.46)$$

ในสมการนี้  $H_0$  เป็นอัตราขยายที่ความถี่อนันต์ และ  $\omega_n$  และ  $Q$  ความถี่ธรรมชาติ และ องค์ประกอบคุณภาพ ตามลำดับ ในทางด้านขวาของสมการที่ (8.46) ได้มาจาก สมการที่ (8.11) ของหัวข้อ 5.1 กราฟของ  $|V_2/V_1(j\omega)|$  และ  $\text{Arg} V_2/V_1(j\omega)$  สำหรับค่าปกติ  $H_0 = 1$  และ  $\omega_n = 1$  rad/s รูปที่ แสดงใน 8.14

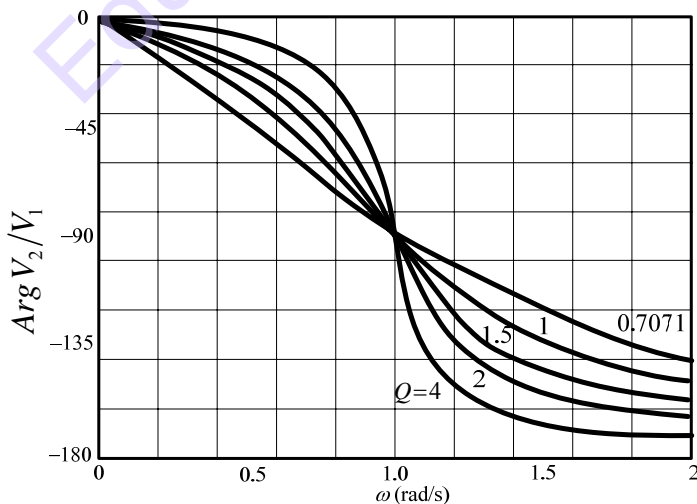
บทที่ 8 ตัวกรองแอกทีฟที่ใช้วงจรขยายเดี่ยว

เราสามารถใช่วิธีการเหมือนกับกรณีของฟังก์ชันตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน และ ความถี่ที่ต้องการผ่านก็ได้ แต่มีวิธีที่ง่ายกว่านั้นคือ การแปลงตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน ไปเป็นตัวกรองความถี่สูงผ่านโดยตรง โดยให้  $s = 1/p$  เมื่อ  $s$  คือ ตัวแปรความถี่เชิงซ้อนต้นแบบของตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน ส่วน  $p$  คือตัวแปรความถี่เชิงซ้อนต้นแบบของตัวกรองความถี่สูงผ่าน ซึ่งวิธีการนี้เป็นการแปลงอูปรกรณ์ที่เกี่ยวข้องโดยตรง และ ต่อจากนั้นก็ทำการ Denormalized ด้วย  $1/p$  จาก สูตรท้ายฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดันจะอยู่ในรูปไว้มิติ โดยในกรณีของตัวต้านทานของ ค่า  $R$  มีกระบวนการดังต่อไปนี้

$$\boxed{Z_{LP}(s) = R} \xrightarrow{\text{Low-pass to high-pass transformation}} \boxed{Z_{HP}(p) = R} \xrightarrow{\text{Impedance Denormalized of } 1/p} \boxed{Z_{Z\text{ denormalized}}(p) = R/p} \quad (8.47)$$



(ก)



(ข)

รูปที่ 8.14 ค่าขนาดและเฟสของฟังก์ชันตัวกรองความถี่สูงผ่าน

**บทที่ 8** ตัวกรองแอดคทีฟที่ใช้วงจรถายเดี่ยว

การแปลงที่สอง คือ การแปลงตัวเก็บประจุ โดย ค่าตัวเก็บประจุ  $1/R$  Farads ในตัวกรองความถี่สูงผ่าน เหมือนกับตัวกรองความถี่ต่ำ ที่มีค่าความจุเท่ากับ  $C$  เราจะได้

$$\boxed{Y_{LP}(s) = sC} \xrightarrow{\text{Low-pass to high-pass transformation}} \boxed{Y_{HP}(p) = C/p} \xrightarrow{\text{Impedance Denormalized of } 1/p} \boxed{Y_{Z \text{ denormalized}}(p) = C} \quad (8.48)$$

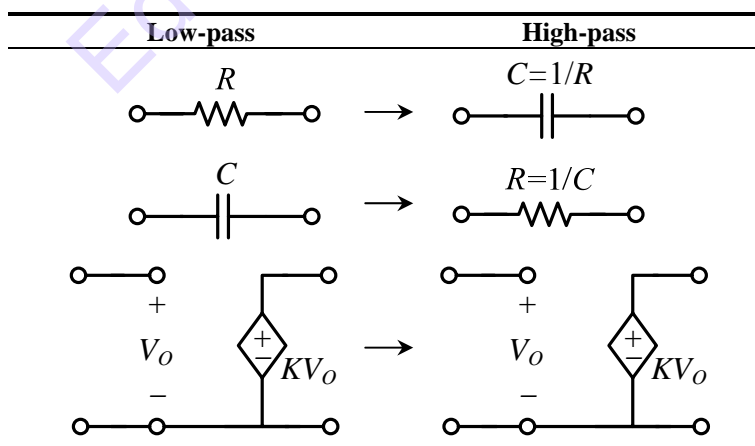
ดังนั้น ผลลัพธ์ของสองการแปลงทั้งสองแบบคือ ในกรณีนี้ ตัวต้านทานมีค่า  $1/C\Omega$  เนื่องจากอัตราขยายของ VCVS เป็นทั้งไม่มีมิติและไม่ใช่มิติของค่าความถี่ ซึ่ง VCVS ยังคงไม่เปลี่ยนแปลงภายใต้การแปลงทั้งสองแบบ ผลลัพธ์เหล่านี้สรุปไว้ในตารางที่ 8.2 การประยุกต์ตารางนี้กับโครงข่ายในรูปที่ 8.8 ซึ่งใช้อัตราขยายเป็นบวก แสดงในรูป 8.15 ดังนั้นตัวเลือกสำหรับแพสซีฟของรูป 8.4 ดังนี้ ให้  $Y_1=sC_1$ ,  $Y_2=G_2$ ,  $Y_3=sC_3$ ,  $Y_4=G_4$  และ  $Y_5=Y_6=0$  แทนค่าเหล่านี้ลงไปใน  $N_{31}(s)$ ,  $N_{32}(s)$  และ  $N_{33}(s)$  แบบที่อธิบายในสมการที่ (8.45) ของหัวข้อที่ 8.1 แทนในฟังก์ชันถ่ายโอนของสมการที่ (8.46) จะหาได้ดังนี้

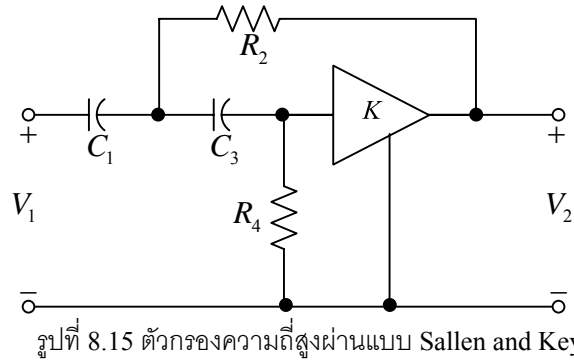
$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{s^2 K C_1 C_3}{s^2 C_1 C_2 + s(G_2 C_3 + G_4 C_1 + G_4 C_3 - K G_2 C_3) + G_2 G_4} \quad (8.49)$$

หาร  $C_1 C_3$  ทั้งเศษและส่วน เราจะได้

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{s^2 K}{s^2 + s(1/R_2 C_1 + 1/R_4 C_3 + 1/R_4 C_1 - K/R_2 C_1) + (1/R_2 R_4 C_1 C_3)} \quad (8.50)$$

ตารางที่ 8.2 การแปลงโครงข่ายจากตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน ไปยังตัวกรองความถี่สูงผ่าน ด้วยการเพิ่มอิมพีแดนซ์ตัวแปลง  $1/p$





**การออกแบบที่ 1** ถ้าเราเปรียบเทียบสมการที่ (8.46) และ สมการที่ (8.50) เราจะได้สมการ

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{R_2 R_4 C_1 C_3}} \quad (8.51ก)$$

$$\frac{1}{Q} = \sqrt{\frac{R_4 C_3}{R_2 C_1}} + \sqrt{\frac{R_2 C_1}{R_4 C_3}} + \sqrt{\frac{R_2 C_3}{R_4 C_1}} - K \sqrt{\frac{R_4 C_3}{R_2 C_1}} \quad (8.51ข)$$

$$H_0 = K \quad (8.51ค)$$

ด้วยหลักการของ การออกแบบที่ 1 สำหรับโครงข่ายตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน ในหัวข้อที่ 8.2 โดยเลือก  $R_2=R_4=R$  และ  $C_1=C_3=C$  ให้

$$\omega_n = \frac{1}{RC} \quad (8.52ก)$$

$$\frac{1}{Q} = 3 - K \quad (8.52ข)$$

$$H_0 = K \quad (8.52ค)$$

ซึ่งเหมือนกับสมการที่ (8.43) ของหัวข้อที่ 8.2 ดังนั้นตัวกรองความถี่สูงผ่าน เมื่อ  $Q=0.7071$  และ  $\omega_n = 6,283 \text{ rad/s}$  สามารถทำได้โดยใช้  $R, C$  และค่า  $K$  ของ ตัวอย่างที่ 8.2-2 แบบ  $1/C, 1/R$  และ  $K$  ตามลำดับในวงจรรูปที่ 8.15

**การออกแบบที่ 2** ดังที่ตัวกรองความถี่ต่ำผ่านอัตราขยายเป็นบวกของ 8.2 แบบที่ 2 นี้สามารถ ทำได้ โดย ตั้งค่า  $K = 1$  สมมติ  $m = C_3/C_1$  และ  $n = R_4/R_2$  และให้  $C_1 = C$  และ  $R_2 = R$  สมการที่ (8.50) จะ กลายเป็น

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{s^2}{s^2 + \frac{s}{RC} \frac{m+1}{n} + \frac{1}{mn(RC)^2}} \quad (8.53)$$

เปรียบเทียบสมการนี้กับสมการที่ (8.46) เราจะได้ว่า

## บทที่ 8 ตัวกรองแอกทีฟที่ใช้วงจรถายเดี่ยว

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{mnRC}} \quad \frac{1}{Q} = \frac{m+1}{\sqrt{mn}} \quad (8.54)$$

จากสมการเหล่านี้สามารถทำให้ค่า  $n$  น้อยที่สุด ค่าของ  $1/Q$  จะเกิดขึ้นเมื่อ  $m = 1$  เนื่องจากปกติเราจะต้องการให้  $1/Q$  มีค่าน้อย สำหรับค่า  $n$  ต่างๆ เราจะให้  $m = 1$  ในกรณีนี้ทำสมการที่ (8.54) ให้ง่ายขึ้นเป็น

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{nRC}} \quad Q = \sqrt{\frac{n}{2}} \quad (8.55)$$

**การออกแบบที่ 3** อีกวิธีหนึ่งในการกำหนดค่า สำหรับตัวกรองความถี่สูงผ่าน RC แบบวงจรถายเดี่ยว แสดงในรูป 8.14 คือ 1 ในตัวเก็บประจุคือค่าเท่ากันและอัตราขยายของ VCVS ถูกกำหนดที่ 2.0 ดังนั้น สำหรับกรณีปกติเรามี  $C_1 = C_3 = C$  และ  $K = 2$  จากสมการ (8.50) สำหรับกรณีนี้เราจะได้

$$\omega_n = \frac{1}{C\sqrt{R_2R_4}} \quad \frac{\omega_n}{Q} = \frac{1}{C} \left( \frac{2}{R_4} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (8.56)$$

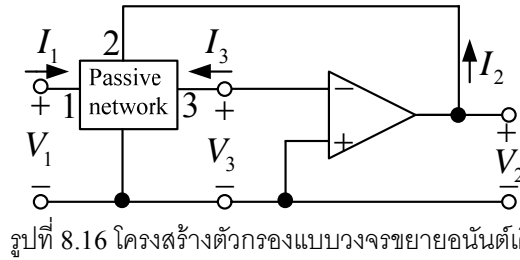
### 8.4 ตัวกรองชนิดวงจรถายอนันต์เดี่ยว

ในส่วนที่ผ่านมาเป็นการพิจารณาถึงการใช้ของวงจรถายอัตราขยายต่ำไม่กลับเฟส เพื่อสร้างเป็นตัวกรองชนิดวงจรถายเดี่ยวโดยสร้างจากตัวต้านทาน 2 ตัว ในส่วนนี้แสดงการทำงานต่างๆ ของ วงจรถายกลับเฟสที่สร้างจากวงจรถายเปิดอนันต์ เราจะเห็นถึงข้อดี หรือ ข้อเสีย ของตัวกรองแบบนี้เมื่อเปรียบเทียบกับแบบที่แสดงมาแล้ว

#### 8.4.1 โครงสร้างทั่วไปแบบวงจรถายเดี่ยว

รูปแบบทั่วไปของตัวกรองแบบวงจรถายอนันต์เดี่ยวแสดงในรูปที่ 8.16 ที่ในส่วนโครงข่ายแพสซีฟแสดงด้วยตัวแปร  $y$  การได้มาของ ฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดัน คือทำมาจากวิธีการบังคับ ผลที่ได้เหมือนกับ 1 ในข้อสรุปที่ให้มาในข้อสรุป 8.1 ซึ่งอธิบายได้ดังนี้

- ข้อสรุป 8.4 การพิจารณาของวงจรถายออปแอมป์ ซึ่งใช้วิธีการบังคับ เราอาจดำเนินการดังนี้
- เขียนสมการแอดมิตแตนซ์ บรรยายวงจรโดยปราศจากออปแอมป์ในกรณีสมการระบุถึงตัวแปรหลายพอร์ต หรือ คุณลักษณะภายในโหนดพื้นฐาน
  - บ่อนแรงดันบังคับโดยเข้าสู่ออปแอมป์เพื่อลดจำนวน ของตัวแปรแรงดันที่ไม่ทราบค่า สำหรับออปแอมป์ที่มีอินพุทหนึ่งต่อกราวด์ และ อีกอินพุทหนึ่งไม่ต่อกราวด์มีแรงดันเท่ากับ  $V_i$  ในที่นี้แรงดันบังคับคือ  $V_i = 0$  แต่ถ้าสำหรับออปแอมป์ที่ทั้งสองอินพุทไม่ต่อกราวด์ จะมีแรงดันบังคับ เป็น  $V_i = V_j$  ซึ่งก็จะทำให้ตัวแปรแรงดันโหนดลดลงไป 1 ตัว



รูปที่ 8.16 โครงสร้างตัวกรองแบบวงจรมายเดี่ยว

- ป้อนกระแสบังคับให้กับออปแอมป์ ถ้าเอาท์พุทของออปแอมป์เป็นโหนด  $i$  โดยมีเอาท์พุทอิมพีแดนซ์เป็นศูนย์ ก็จะส่งผลไปสู่กระแสอินพุทต่างๆ กับโหนดนี้จะไหลลงกราวด์ด้วย เหตุนี้สมการที่  $i$ th จะไม่เป็นอิสระ ซึ่งอาจจะทำการหักล้างเพื่อให้ลดจำนวนสมการลงได้

จากหลักการการบังคับขั้นตอนดังกล่าว สามารถนำไปสู่สมการ 2 สมการ ซึ่งนิยมใช้กันอย่างมากในการวิเคราะห์ตัวกรอง ซึ่งการนำมาสู่ 2 สมการนี้ จะแสดงได้ตามสองตัวอย่างต่อไปนี้

**ตัวอย่าง 8.4-1** (ฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดันสำหรับตัวกรองแบบวงจรมายเดี่ยว)

ตัวอย่างนี้ใช้วิธีบังคับ พิจารณาส่วนประกอบทั่วไปของตัวกรองแบบวงจรมายเดี่ยวแสดงในรูปที่ 8.16 ส่วนโครงข่ายแพสซีฟอาจพิจารณาแบบ 3 พอร์ท และ กำหนดให้เป็นตัวแปรแอดมิตแตนซ์ (หรือ  $y$ ) ดังนั้นสำหรับส่วนโครงข่ายแพสซีฟ (ไม่สนใจออปแอมป์) เราสามารถเขียนสมการได้เป็น (ขั้นตอนที่ 1)

$$\begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \\ I_3(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11}(s) & y_{12}(s) & y_{13}(s) \\ y_{21}(s) & y_{22}(s) & y_{23}(s) \\ y_{31}(s) & y_{32}(s) & y_{33}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(s) \\ V_2(s) \\ V_3(s) \end{bmatrix} \quad (8.57)$$

เมื่อคุณสมบัติธรรมชาติของโครงข่ายแพสซีฟ  $y_{ij}(s) = y_{ji}(s)$  ซึ่งเมตริกซ์  $y$  เป็นเมตริกซ์ แบบ สมมาตร จากบทสรุปในหัวข้อ 8.4 เพื่อรวมผลในส่วนของออปแอมป์ด้วย จากขั้นตอนที่ 2 เราจะได้  $V_3(s) = 0$  ถ้านำไปแทนในสมการที่ (8.57) เราจะได้

$$\begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \\ I_3(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11}(s) & y_{12}(s) \\ y_{21}(s) & y_{22}(s) \\ y_{31}(s) & y_{32}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(s) \\ V_2(s) \end{bmatrix} \quad (8.58)$$

จากขั้นตอนที่ 3 ของบทสรุปหัวข้อ 8.4 เราสามารถกำจัด สมการที่ 2 ของเมตริกซ์ ในสมการที่ (8.58) จะได้

$$\begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_3(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11}(s) & y_{12}(s) \\ y_{21}(s) & y_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(s) \\ V_2(s) \end{bmatrix} \quad (8.59)$$

**บทที่ 8** ตัวกรองแอดทีฟที่ใช้วงจรรขยายเดี่ยว

เนื่องจาก  $I_3(s) = 0$  (เนื่องจากอินพุทอิมพีแดนซ์ของออปแอมป์สูงมาก) สมการที่ (8.59) ของเมตริกซ์ ทำให้สามารถกำหนดให้มีค่าเท่ากับศูนย์ ดังนั้น

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{-y_{31}(s)}{y_{32}(s)} \quad (8.60)$$

ตัวอย่างที่ 8.4-2 (ฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดันสำหรับโครงข่ายแพสซีฟ)

ในหลายรูปแบบของตัวกรอง RC แบบวงจรรขยายเดี่ยว ที่อธิบายในบทนี้เป็นกรการบังคับในโครงข่ายแพสซีฟ ดังแสดงในรูป 8.17 จากหลักการบังคับขั้นตอนที่ 1 ฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดันสำหรับโครงข่ายนี้ในบทสรุปที่ 8.4 เขียนได้เป็น

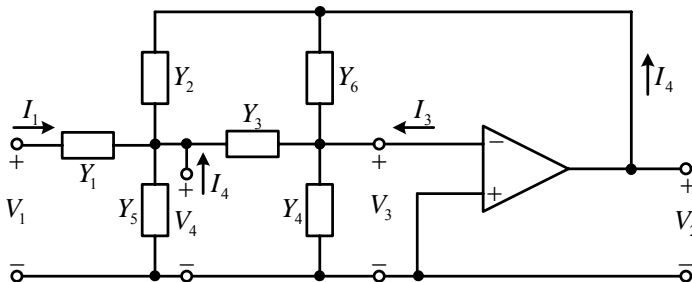
$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 & 0 & 0 & -Y_1 \\ 0 & Y_2 + Y_6 & -Y_6 & -Y_2 \\ 0 & -Y_6 & Y_3 + Y_4 + Y_6 & -Y_3 \\ -Y_1 & -Y_2 & -Y_3 & Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} \quad (8.61)$$

เพื่อให้รูปแบบสมการง่ายขึ้น เราจะตัดสัญลักษณ์ (s) ออก จากขั้นตอนที่ 2 และ 3 กำหนดให้  $V_3 = 0$  และ ตัดสมการที่ 2 ในเมตริกซ์ ออกจะได้

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 & 0 & -Y_1 \\ 0 & -Y_6 & -Y_3 \\ -Y_1 & -Y_2 & Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_4 \end{bmatrix} \quad (8.62)$$

กระแสโหนด  $I_3 = 0$  และ  $I_4 = 0$  เนื่องจาก ไม่มีกระแสจากภายนอกไหลเข้าสู่โหนดเหล่านี้ จากสมการที่เหลือจะใช้ในการแก้สมการหา  $V_4$  และ สมการอื่นๆ จะทำให้พจน์รวมกันเหลือเพียง  $V_1$  และ  $V_2$  ซึ่งเราจะได้ผลลัพธ์เป็น

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{-Y_1 Y_3}{Y_6 (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_5) + Y_2 Y_3} \quad (8.63)$$



รูปที่ 8.17 โครงสร้างตัวกรองแบบวงจรรขยายอนันต์เดี่ยวพร้อมโครงข่ายแพสซีฟ

จากผลลัพธ์นี้ อาจพิจารณาใช้ในการพัฒนาเป็นตัวกรองแบบต่างๆ โดยเปรียบเทียบสมการที่ (8.63) กับสมการ ฟังก์ชันตัวกรองอันดับสอง ทั่วไปที่หาได้ในส่วนที่ผ่านมาของบทนี้ เราสามารถใช้ส่วนประกอบของรูปคล้ายกับในหัวข้อก่อนหน้านี้

#### 8.4.2 ตัวกรองความถี่ต่ำผ่านชนิดวงจขยายอนันต์เดี่ยว

ในเบื้องต้นจะทำความเข้าใจในส่วนของตัวกรองชนิดวงจขยายอนันต์เดี่ยว โดยใช้ฟังก์ชันของตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน โดยมีรูปแบบทั่วไปดังนี้

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{H_0 \omega_n^2}{s^2 + (\omega_n/Q)s + \omega_n^2} \quad (8.64)$$

ถ้าเราเทียบสมการนี้กับ ฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดัน ของตัวกรองที่แสดงในรูป 8.17 ในสมการที่ (8.63) เราจะเห็นว่าจำเป็นต้องให้  $Y_1 = G_1$  และ  $Y_3 = G_3$  ในตัวส่วนของสมการที่ (8.63) สามารถเขียนได้เป็น

$$D(s) = Y_6(G_1 + Y_2 + G_3 + Y_5) + Y_2G_3 \quad (8.65)$$

สำหรับพหุนามอันดับสองนี้ จำเป็นต้องให้  $Y_2 = G_2$ ,  $Y_5 = sC_5$  และ  $Y_6 = sC_6$  ผลลัพธ์สำหรับ ตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน คือรูปที่ 8.17 และมี ฟังก์ชันถ่ายโอน เป็น

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{-G_1G_3}{s^2C_5C_6 + sC_6(G_1 + G_2 + G_3) + G_2G_3} \quad (8.66)$$

สมการอาจอยู่ในรูป

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{-1/R_1R_3C_5C_6}{s^2C_6 + s\frac{1}{C_5}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) + \frac{1}{R_2R_3C_5C_6}} \quad (8.67)$$

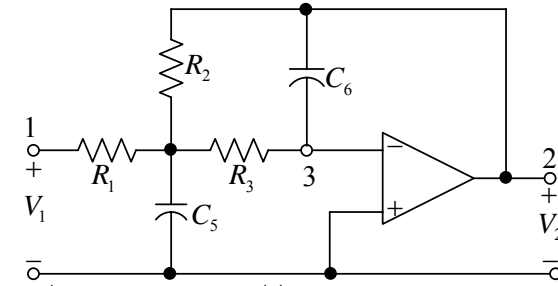
เปรียบเทียบสมการที่ (8.67) กับ สมการที่ (8.64) ให้สมการ

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{R_2R_3C_5C_6}} \quad (8.68ก)$$

$$\frac{1}{Q} = \sqrt{\frac{C_6}{C_5}} \left( \frac{\sqrt{R_2R_3}}{R_1} + \sqrt{\frac{R_3}{R_2}} + \sqrt{\frac{R_2}{R_3}} \right) \quad (8.68ข)$$

$$H_0 = \frac{R_2}{R_1} \quad (8.68ค)$$

บทที่ 8 ตัวกรองแอกทีฟที่ใช้วงจรรขยายเดี่ยว



รูปที่ 8.18 ตัวกรองความถี่ต่ำผ่านแบบวงจรรขยายอนันต์เดี่ยว

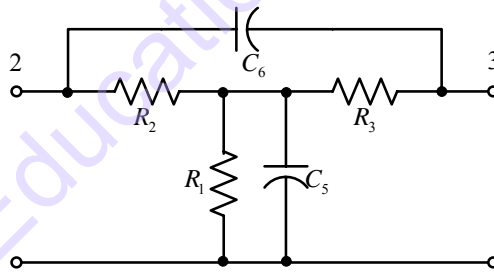
ผลผลิตของการออกแบบในส่วนนี้เลือกค่ามาตรฐานของตัวเก็บประจุให้มาดังนี้  
ให้  $H_0$ ,  $Q$  และ  $\omega_n$  เลือก  $C_5 = C$  คำนวณ

$$C_6 = mC \quad m \leq \frac{1}{4Q^2(1+|H_0|)} \quad (8.69ก)$$

$$R_2 = \frac{1}{2\omega_n C m Q} \left[ 1 \pm \sqrt{1 - 4mQ^2(1+|H_0|)} \right] \quad (8.69ข)$$

$$R_1 = \frac{R_2}{|H_0|} \quad (8.69ค)$$

$$R_3 = \frac{1}{\omega_n^2 C^2 R_2 m} \quad (8.69ง)$$



รูปที่ 8.19 โครงข่ายแพสซีฟที่ใช้ในการหาค่า  $y_{32}(s)$  จากรูปที่ 8.18

ตัวอย่างที่ 8.4-3 (ตัวกรองความถี่ต่ำผ่านด้วยวงจรรขยายอนันต์เดี่ยว) ด้วยฟังก์ชันตัวกรองความถี่ต่ำผ่านอันดับสองบัตเตอร์เวิร์ท ( $Q=0.7071$ ) กำหนดให้  $f_n = \omega_n/2\pi = 100\text{Hz}$  และ  $|H_0|=1$  จากกระบวนการออกแบบในสมการที่ (8.69) เราเลือก  $C_5=C=0.1\mu\text{F}$  เนื่องจากสมการที่ (8.69ก)  $m$  จะต้องน้อยกว่า  $1/4$  เราเลือก  $m=0.1$  ดังนั้น  $C_6=C/10=0.01\mu\text{F}$  เราได้  $R_1=R_2=1.99.7\text{ k}\Omega$  และค่า  $R_3 = 12.68\text{ k}\Omega$

**แบบฝึกหัด** สำหรับค่าตัวแปร  $|H_0|$ ,  $Q$  และ  $\omega_n$  เป็นค่าต่างๆ จงออกแบบตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน ด้วยวงจรรขยายอนันต์เดี่ยว สำหรับค่า  $\omega_n=1$  เลือก  $C=1F$  สำหรับ  $\omega_n$  ค่าอื่นๆ เลือก  $C=0.1\mu F$  ใช้ค่า  $m$  สูงสุดด้วยอสมการ (8.69ก)

Case	$ H_0 $	$Q$	$\omega_n$
1	1	1	1
2	1	5	1
3	10	0.7071	628.32
4	1	10	628.32
5	2	5	628.32

**ตอบ**

Case	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$C_6$
1	$4\Omega$	$4\Omega$	$2\Omega$	$0.125F$
2	$20\Omega$	$20\Omega$	$10\Omega$	$0.005F$
3	$24.759k\Omega$	$247.59k\Omega$	$22.508k\Omega$	$4.545nF$
4	$636.6k\Omega$	$636.6k\Omega$	$318.3k\Omega$	$0.125nF$
5	$23.87k\Omega$	$47.75k\Omega$	$15.92k\Omega$	$0.3333nF$

วงจรรขยายรูปที่ 8.18 มีความน่าสนใจในรายละเอียดตัวอื่น จากสมการที่ (8.60) เรารู้ค่าซีโรของ แอตมิตแตนซ์ถ่ายโอน  $y_{32}(s)$  ทำให้เกิดโพลคู่ของ ฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดันทั้งหมดในการหาค่า  $y_{32}(s)$  จะต้องนำส่วนปลาย 1 ซ้อนลงกราวด์ ผลลัพธ์ของโครงข่ายแพสซีฟ  $RC$  คือ ที่แสดงในรูป 8.19 โดยโครงข่ายจะไม่เป็นแบบขั้วบนขั้วล่างได้ ดังนั้นซีโรของแอตมิตแตนซ์ถ่ายโอน  $y_{32}(s)$  สามารถกำหนดให้อยู่ในที่ใดจุดใดก็ได้ในฝั่งซ้ายของระนาบ  $s$  ซึ่งรู้จักกันดีในชื่อว่าโครงข่าย Bridge-T

### 8.4.3 ความไว

หนึ่งในข้อดีของตัวกรองชนิดวงจรรขยายอนันต์เดี่ยว คือ มีความไวต่ำ ซึ่งใช้ความสัมพันธ์ในสมการที่ (6.11) จากสมการที่ (8.68) เราจะได้

$$S_{R_1}^Q = Q \left( \frac{1}{R_1} \sqrt{\frac{R_2 R_3 C_6}{C_5}} \right) \quad (8.70ก)$$

$$S_{R_2}^Q = \frac{Q}{2} \left( \frac{1}{R_1} \sqrt{\frac{R_2 R_3 C_6}{C_5}} - \sqrt{\frac{R_3 C_6}{R_2 C_5}} + \sqrt{\frac{R_2 C_6}{R_3 C_5}} \right) \quad (8.70ข)$$

$$S_{R_3}^Q = \frac{Q}{2} \left( \frac{1}{R} \sqrt{\frac{R_2 R_3 C_6}{C_5}} + \sqrt{\frac{R_3 C_6}{R_2 C_5}} - \sqrt{\frac{R_2 C_6}{R_3 C_5}} \right) \quad (8.70ค)$$

$$S_{C_5}^Q = -S_{C_6}^Q = \frac{1}{2} \quad (8.70ง)$$

$$S_{R_1}^{\omega_n} = 0 \quad (8.70จ)$$

$$S_{R_2, R_3, C_5, C_6}^{\omega_n} = -\frac{1}{2} \quad (8.70ฉ)$$

**บทที่ 8 ตัวกรองแอกทีฟที่ใช้วงจรถยายเดี่ยว**

อย่างไรก็ตามค่าของนิพจน์สำหรับ  $1/Q$  มีค่าน้อย ในสมการ (8.68 ข) ดังนั้นเราสามารถได้ว่า

$$|S_{R_1}^Q| < 1 \quad |S_{R_2}^Q| < \frac{1}{2} \quad |S_{R_3}^Q| < \frac{1}{2} \quad (8.71)$$

สมการที่ (8.71) แสดงถึงค่าความไวเป็น ฟังก์ชันความไวสำหรับตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน แบบวงจรถยายเดี่ยวดังรูป 8.18 มีค่าต่ำ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 8.4-4 (ฟังก์ชันความไวของตัวกรองชนิดวงจรถยายอนันต์เดี่ยว)

จากฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดันในสมการที่ (8.67) ของตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน สามารถนำมาหาค่าจะได้ค่าฟังก์ชันความไว โดยพิจารณาจากสมการที่ (8.69) โดยพิจารณาจาก Normalized ฟังก์ชัน  $|H_0|=1$ ,  $Q=3$ , และ  $\omega_n=1$  rad/s และ อุปกรณ์ต่างๆ มีค่าดังนี้  $R_1=R_2=7.8475\Omega$ ,  $R_3=12.7429\Omega$ ,  $C_5=1F$  (โดย  $m=0.01$ ) และ  $C_6=0.01F$  ฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดัน คือ

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{-1}{s^2 + s/3 + 1}$$

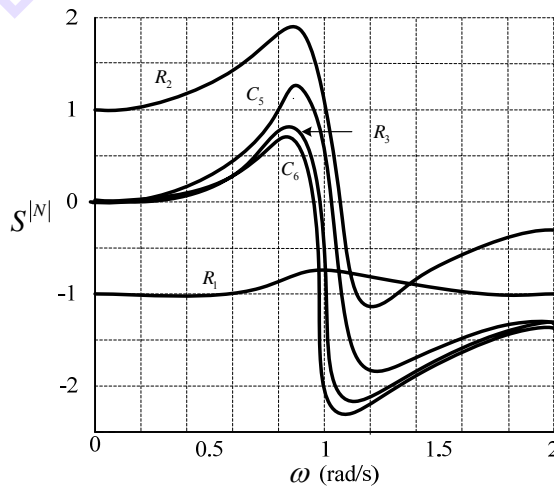
ค่าความไวของ  $Q$  สำหรับตัวต้านทานมีค่า

$$S_{R_1}^Q = 0.3823 \quad S_{R_2}^Q = -0.1177 \quad S_{R_3}^Q = -0.2646$$

ค่าความไวของ  $Q$  สำหรับตัวเก็บประจุ คือ

$$S_{C_5}^Q = 0.5 \quad S_{C_6}^Q = -0.5$$

จากผลลัพธ์ของฟังก์ชันความไว และ เมื่อประเมินค่าในช่วงความถี่  $0 \leq \omega \leq 2$  rad/s แสดงไว้ดังรูปที่ 8.19 ซึ่งมีลักษณะคล้ายกับวงจบบนแบบ Sallen and Key ในตัวอย่างที่ 8.2-5 ด้วย



รูปที่ 8.19 ความไวของตัวกรอง

8.4.4 ตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่านแบบวงจรถ่ายเดี่ยว

ตัวกรองแบบวงจรถ่ายเดี่ยวแบบที่สอง ที่เราจะพิจารณาถึงคือ ตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่าน โดยมีฟังก์ชันอยู่ในรูป

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{H_0(\omega_n/Q)s}{s^2 + (\omega_n/Q)s + \omega_n^2} \quad (8.72)$$

ถ้าเราเปรียบเทียบสมการนี้กับสมการที่ (8.63) เราจะสังเกตเห็น 2 ทางเลือกที่เป็นไปได้สำหรับการพิจารณาของฟังก์ชันนี้ พิจารณาแบบแรกที่  $Y_1 = G_1$  และ  $Y_3 = sC_3$  ดังนั้นตัวส่วนของสมการที่ (8.63) จะเปลี่ยนเป็น

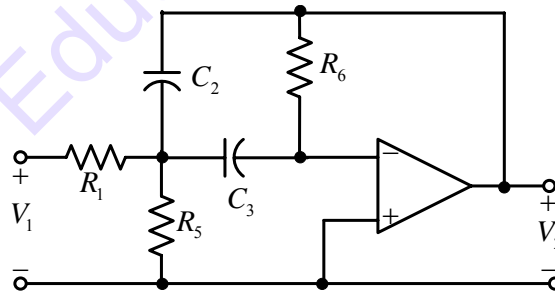
$$D(s) = Y_6(G_1 + Y_2 + sC_3 + Y_5) + Y_2sC_3 \quad (8.73)$$

ซึ่ง  $D(s)$  เป็นค่าอันดับสอง  $Y_2 = sC_2$ ,  $Y_5 = G_5$  และ  $Y_6 = G_6$  ข้อสรุปของการพิจารณา คือที่แสดงในรูป 8.20 ซึ่งมีฟังก์ชันถ่ายโอนเท่ากับ

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{-sG_1C_3}{s^2C_2C_3 + s(G_6C_2 + G_6C_3) + G_6(G_1 + G_5)} \quad (8.74)$$

สมการนี้สามารถเขียนได้เป็น

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{-s}{R_1C_2} \frac{1}{s^2 + s\left(\frac{1}{R_6C_3} + \frac{1}{R_6C_2}\right) + \frac{1}{R_6C_3C_2}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_5}\right)} \quad (8.75)$$



รูปที่ 8.20 ตัวกรองความถี่ผ่านแบบวงจรถ่ายเดี่ยว

เปรียบเทียบสมการนี้กับสมการที่ (8.72) ผลลัพธ์ในสมการเป็น

$$\omega_n = \sqrt{\frac{1 + R_5/R_1}{R_5R_6C_2C_3}} \quad (8.76ก)$$

$$\frac{1}{Q} = \frac{\sqrt{R_5C_2/R_6C_3} + \sqrt{R_5C_3/R_6C_2}}{\sqrt{1 + R_5/R_1}} \quad (8.76ข)$$

**บทที่ 8** ตัวกรองแอดคทีฟที่ใช้วงจรถายเดี่ยว

$$|H_0| = \frac{R_6/R_1}{1 + C_2/C_3} \quad (8.76ค)$$

สมการออกแบบได้โดยกำหนด  $C_2 = C_3 = C$  ดังนั้นเราจะได้

$$R_1 = \frac{Q}{\omega_n C |H_0|} \quad (8.77ก)$$

$$R_5 = \frac{Q}{(2Q^2 - |H_0|)\omega_n C} \quad (8.77ข)$$

$$R_6 = \frac{2Q}{\omega_n C} \quad (8.77ค)$$

หมายเหตุ เนื่องจากสำหรับค่า  $R_5$  มีค่าเป็นบวกเท่านั้น  $|H_0|$  จึงต้องมีค่าน้อยกว่า  $2Q^2$

ตัวอย่างที่ 8.4-5 (ตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่านแบบวงจรถายอนันต์เดี่ยว) มีคุณสมบัติ  $|H_0| = 2$ ,  $Q = 2$  และ  $\omega_n = 10 \text{ krad/s}$  ถ้าเราเลือก  $C_2 = C_3 = C = 0.01 \mu\text{F}$  จากสมการที่ (8.77)  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_5 = 3.33 \text{ k}\Omega$  และ  $R_6 = 40 \text{ k}\Omega$

สำหรับการกำหนดค่า  $|H_0|$ ,  $Q$  และ  $\omega_n$  สำหรับตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่านแบบวงจรถายอนันต์เดี่ยว กรณีที่  $\omega_n = 1$  โดยเลือก  $C = 1 \text{ F}$  สำหรับค่า  $\omega_n$  เป็นค่าอื่นๆ เลือก  $C = 0.01 \mu\text{F}$

$ H_0 $	$Q$	$\omega_n$ (rad/s)	Answer ( $\Omega$ )		
			$R_1$	$R_5$	$R_6$
1	1	1	1	1	2
1	5	1	5	0.1020	10
5	2	1	0.4	0.6667	4
1	10	10 krad/s	100 k $\Omega$	502.5	200 k $\Omega$
2	5	628.38	397.8 k $\Omega$	16.58 k $\Omega$	1591 k $\Omega$

เราสามารถกำจัด  $R_5$  จากวงจรที่แสดงในรูป 8.20 และยังคงมีความเป็นตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่านได้อยู่ อย่างไรก็ตาม ถ้าใช้วิธีนี้ ค่า  $|H_0|$  คือ ไม่เป็นตัวแปรอิสระอีกต่อไป ตัวอย่างเช่น  $C_2 = C_3$  และ  $R_5 = \infty$  เมื่อสมการที่ (8.76ข) และสมการที่ (8.76ค) จะเปลี่ยนเป็น

$$\frac{1}{Q} = 2\sqrt{\frac{R_1}{R_6}} \quad (8.78ก)$$

$$|H_0| = \frac{R_6}{2R_1} \quad (8.78ข)$$

ดังนั้น  $|H_0| = 2Q^2$  สำหรับค่า  $Q$  ที่มีค่ามาก, จะทำให้  $|H_0|$  จะมีค่าสูงมาก ซึ่งเป็นที่ไม่ต้องการ หากในกรณีที่มีการต่อไล่ลำดับ ก็จะทำให้อัตราขยายรวมยิ่งสูงมากขึ้นไปอีก จึงเป็นผลให้

สัญญาณที่ผ่านออกมามีประสิทธิภาพต่ำลง อีกวิธีหนึ่งที่จะสร้างตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่านได้คือ เลื่อน  $Y_1 = sC_1$  และ  $Y_3 = G_3$  ซึ่งหมายถึงวงจรถายายจะต้องให้ตัวเก็บประจุถึง 3 ตัว

#### 8.4.5 ตัวกรองความถี่สูงผ่านแบบวงจรถายายอนันต์เดี่ยว

ส่วนประกอบของตัวกรองในรูป 8.15 สามารถใช้ในการสร้างฟังก์ชันตัวกรองความถี่สูงผ่าน ซึ่งมีรูปแบบเป็น

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{H_0 s^2}{s^2 + (\omega_n/Q)s + \omega_n^2} \quad (8.79)$$

เราอาจใช้ตารางที่ 8.4 แปลงตัวกรองความถี่ต่ำผ่านจากรูปที่ 8.17 เป็นตัวกรองความถี่สูงผ่าน ซึ่งได้แสดงในรูปที่ 8.21 เมื่อให้  $Y_1 = sC_1$ ,  $Y_2 = sC_2$ ,  $Y_3 = sC_3$ ,  $Y_5 = G_5$  และ  $Y_6 = G_6$  และมีฟังก์ชันถ่ายโอนเท่ากับ

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{-s^2 C_1 C_3}{s^2 C_2 C_3 + s G_6 (C_1 + C_2 + C_3) + G_5 G_6} \quad (8.80)$$

เราอาจจัดให้อยู่ในรูป

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{-s^2 \frac{C_1}{C_2}}{s^2 + s \frac{1}{R_6} \left( \frac{C_1}{C_2 C_3} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right) + \frac{1}{R_5 R_6 C_2 C_3}} \quad (8.81)$$

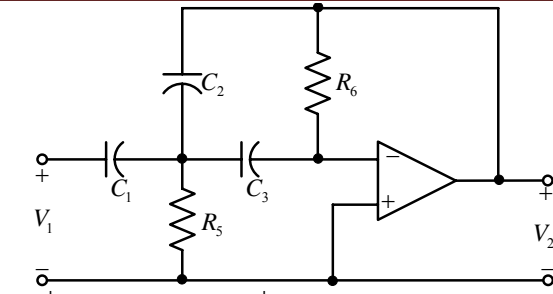
สังเกตได้ว่า ต้องใช้ตัวเก็บประจุถึง 3 ตัว ซึ่งไม่เป็นที่ยอมรับ (Non-Canonic) เมื่อเทียบสมการที่ (8.81) เทากับสมการที่ (8.79) เราจะได้

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{R_5 R_6 C_2 C_3}} \quad (8.82ก)$$

$$\frac{1}{Q} = \sqrt{\frac{R_5}{R_6}} + \left( \frac{C_1}{\sqrt{C_2 C_3}} + \sqrt{\frac{C_3}{C_2}} + \sqrt{\frac{C_2}{C_3}} \right) \quad (8.82ข)$$

$$|H_0| = \frac{C_1}{C_2} \quad (8.82ค)$$

บทที่ 8 ตัวกรองแอกทีฟที่ใช้วงจรถ่ายยอนันต์เดียว



รูปที่ 8.21 ตัวกรองความถี่สูงผ่านแบบวงจรถ่ายยอนันต์เดียว

ตั้งค่าสามารถให้สมการพิจารณาได้ ถ้า  $C_1 = C_3 = C$  เมื่อ  $C$  คือค่าที่เลือกให้สะดวก สมการที่ได้คือ

$$R_5 = \frac{|H_0|}{\omega_n Q C (2|H_0| + 1)} \quad (8.83ก)$$

$$R_6 = \frac{(2|H_0| + 1)Q}{\omega_n C} \quad (8.83ข)$$

$$C_2 = \frac{C}{|H_0|} \quad (8.83ค)$$

8.5 วงจรถ่ายยอนันต์เดียวป้อนกลับแบบบวก และ แบบลบด้วยวงจรถ่ายยอนันต์เดียว

วงจรถ่ายยอนันต์เดียว ที่ได้กล่าวใน 8.4 มีข้อเสีย ของการใช้ค่าของตัวต้านทานสูงมาก หลายตัวเมื่อต้องการค่า  $Q$  สูง ซึ่งการใช้ค่าความต้านทานสูงดังกล่าวจะยังพอใช้ได้เพื่อต้องการคุณสมบัติ ความต้านทานเอาต์พุตต่ำ และ ความต้านทานอินพุตสูง สำหรับส่วนประกอบแอกทีฟของวงจร ดังนั้นผลลัพท์ ซึ่งมันอาจเป็นเหตุสำคัญให้เกิดการผิดพลาดในวงจร การแก้ไข คือ จะต้องทำการป้อนกลับแบบบวกไปยังขาบวกของออปแอมป์ ส่วนที่ขาลบจะเป็นการป้อนกลับด้วยอุปกรณ์แพสซีฟ แม้ว่าจะมีความไวเพิ่มขึ้น แต่ผลลัพท์โดยรวมจัดว่าดีทีเดียว

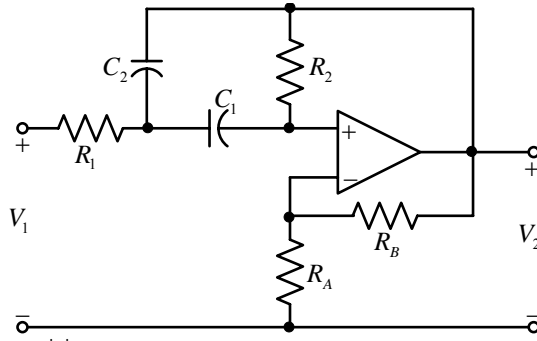
8.5.1 ตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่านป้อนกลับแบบบวก และ แบบลบ

ตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่านป้อนกลับแบบบวก และ แบบลบ แสดงในรูปที่ 8.22 ซึ่งการป้อนกลับแบบบวกทำด้วยตัวต้านทาน 2 ตัว ( $R_A$  และ  $R_B$ ) ทำการแบ่งแรงดันกัน เพื่อให้สะดวกในการดำเนินงาน สามารถกำหนดค่าอัตราขยาย

$$K = \frac{R_A}{R_B} \quad (8.84)$$

เพราะฉะนั้น ฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดัน ของวงจรถ่ายยอนันต์คือ

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{-s(K+1)/R_1 C_2}{s^2 + s(1/R_2 C_2 + 1/R_2 C_1 - K/R_1 C_2) + 1/R_1 R_2 C_1 C_2} \quad (8.85)$$



รูปที่ 8.22 ตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่านป้อนกลับแบบบวก และ แบบลบด้วยวงจรขยายอนันต์เดี่ยว

สำหรับฟังก์ชัน มาตรฐาน ของตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่านอันดับสองเป็น

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{H_0(\omega_n/Q)s}{s^2 + (\omega_n/Q)s + \omega_n^2} \quad (8.86)$$

เราจะได้ความสัมพันธ์เป็น

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (8.87ก)$$

$$\frac{1}{Q} = \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} + \left( \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} + \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} - K \frac{R_2}{R_1} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} \right) \quad (8.87ข)$$

$$H_0 = \frac{(K+1)/RC}{1/R_2 C_2 + 1/R_2 C_1 - K/R_1 C_1} \quad (8.87ค)$$

ซึ่งอาจพิจารณาให้ตัวเก็บประจุมีค่าเท่ากัน ซึ่งสรุปเป็นขั้นตอนตามนี้

**สรุป 8.5.1** การออกแบบตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่านป้อนกลับแบบบวก และ แบบลบด้วยวงจรขยายอนันต์เดี่ยว

ตัวกรองในรูปแบบที่แสดงในรูปที่ 8.22 และ ฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดัน ที่ให้ในสมการที่ (8.86) สามารถสร้างโดยตามขั้นตอนข้างล่าง เลือกค่า  $C$  ที่เหมาะสมสำหรับตัวเก็บประจุและให้  $C_1=C_2=C$  กำหนด อัตราส่วนต้านทาน  $m_0$  อาจจะไม่จำเป็นถ้าไม่มีการป้อนกลับแบบบวก จะได้ความสัมพันธ์  $m_0 = \frac{1}{4Q^2}$  เลือกอัตราส่วนต้านทาน ( $m$ ) ในช่วง  $m_0 \leq m \leq 1$  ใช้  $m$  ที่หามาได้ในการกำหนดค่า ของค่าคงที่ของอัตราขยายป้อนกลับ  $K$  จะได้อัตราส่วนของความต้านทานป้อนกลับ

$$K = \frac{R_A}{R_B} = 2M - \sqrt{\frac{m}{Q}}$$

**บทที่ 8** ตัวกรองแอกทีฟที่ใช้วงจรถ่ายเดี่ยว

เลือกค่าที่เหมาะสมของ  $R_3$  และคำนวณหาค่า  $R_A = KR_B$  หาค่าของ  $R_2$  และ  $R_1$  ตามความสัมพันธ์

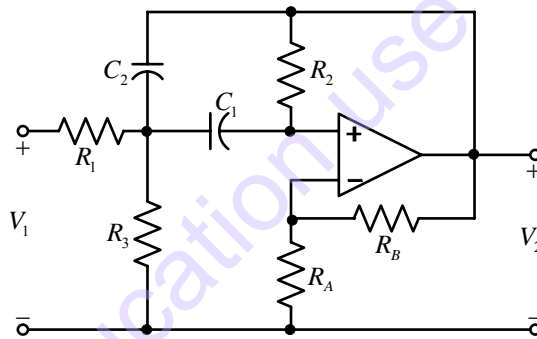
$$R_2 = \frac{1}{\omega_n C \sqrt{m}} \quad R_1 = mR_2$$

สังเกตค่าของ  $|H_0|$  อัตราขยายที่รีโซแนนซ์ ซึ่งหาได้โดย

$$|H_0| = \frac{K+1}{2m-K}$$

ถ้าอัตราขยายมากเกินไปมันสามารถลดได้โดยเพิ่ม  $R_3$  และเปลี่ยนตำแหน่งของ  $R_1$  และ  $R'_1$  แบบที่แสดงในรูป 8.23 ถ้า  $|H'_0|$  กำหนดอัตราขยาย (ที่  $|H'_0| < |H_0|$ ) ค่าของความต้านทานแบ่งแรงดัน เป็นดังนี้

$$R'_1 = R_1 \frac{|H_0|}{|H'_0|} \text{ และ } R_3 = \frac{R}{1 - |H'_0|/|H_0|}$$



รูปที่ 8.23 ตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่าน ด้วยการลดอัตราขยาย

ตัวอย่างที่ 8.5-1 (ตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่านด้วยการป้อนกลับแบบบวก และ แบบลบ) พิจารณา ค่าที่กำหนดให้ ของ ตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่าน กับความถี่รีโซแนนซ์  $\omega_n = 10^4 \text{ rad/s}$  และ  $Q = 10$  ตามขั้นตอนในข้อสรุป จะได้

ขั้นตอนที่ 1  $C_1 = C_2 = C = 0.01 \mu F$

ขั้นตอนที่ 2  $m = \frac{1}{4Q^2} = \frac{1}{4 \times 10^2} = 0.0025$

ขั้นตอนที่ 3  $0.0025 < m < 1 \quad m = 0.01$

$$\text{ขั้นตอนที่ 4} \quad K = 2m - \sqrt{\frac{m}{Q}} = 2 \times 0.01 - \frac{0.1}{10} = 0.01 \quad R_B = 100K\Omega$$

$$R_A = KR_B = 0.001 \times 10^5 = 1k\Omega$$

$$\text{ขั้นตอนที่ 5} \quad R_2 = \frac{1}{\omega_n C \sqrt{m}} = \frac{1}{10^4 \times 0.01 \times 10^{-6} \times 0.1} = 100k\Omega$$

$$R_1 = mR_2 = 0.01 \times 10^5 = 1k\Omega$$

$$\text{ขั้นตอนที่ 6} \quad |H_0| = \frac{K+1}{2m-K} = \frac{0.01+1}{2 \times 0.01 - 0.01} = 101$$

สมมติ กำหนดให้ค่า  $|H_0| = 50$  เราจะได้

$$R'_1 = R_1 \frac{|H_0|}{|H'_0|} = 10^3 \frac{101}{50} = 2.02k\Omega$$

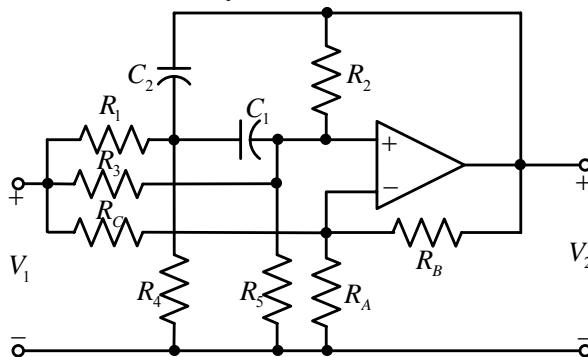
$$R_3 = \frac{R_1}{1 - |H'_0|/|H_0|} = \frac{10^3}{1 - 50/101} = 1.98k\Omega$$

สำหรับค่า  $m$  น้อยๆ ผลที่เกิดจากความผิดพลาดเราพอที่จะมองข้ามไปได้

### 8.5.2 ตัวกรองไปควอเดรติก ป้อนกลับแบบบวกและแบบลบ

จากหัวข้อที่ผ่านมา เราใช้ป้อนกลับแบบบวกในตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่านแบบวงจรรขยายอนันต์เดี่ยว ที่ลดค่าอุปกรณ์ต่างๆ การป้อนกลับแบบบวกสามารถใช้ได้โครงข่ายแพสซีฟที่มีความซับซ้อน ในการสร้างโครงข่ายตัวกรองแบบวงจรรขยายอนันต์เดี่ยว โดยเฉพาะจะเป็นการขยายความแนวคิดในการสร้างฟังก์ชันไปควอเดรติก ซึ่งจะมีตัวเศษ หรือ ส่วนในรูปแบบพหุนามอันดับสอง ซึ่งประกอบด้วย ตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน ตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่าน ตัวกรองความถี่สูงผ่าน และตัวกรองความถี่ที่ไม่ต้องการออก ดังแสดงในรูป 8.24 โดยฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดันมีรูปแบบ

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{cs^2 + ds + e}{s^2 + as + b} \quad (8.88)$$



รูปที่ 8.24 ตัวกรองไปควอเดรติก ป้อนกลับแบบบวกและแบบลบด้วยวงจรรขยายอนันต์เดี่ยว

## บทที่ 8 ตัวกรองแอกทีฟที่ใช้วงจรรขยายเดี่ยว

### สรุป 8.5.2 ตัวกรองไบควอดเรติก ป้อนกลับแบบบวกและแบบลบด้วยวงจรรขยายอนันต์เดี่ยว

รูปแบบตัวกรอง ที่แสดงในรูป 8.24 และ ฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดัน ที่ให้ในสมการที่ (8.88) สามารถหาค่าได้ตามขั้นตอน ในขั้นตอนเหล่านี้ เราสมมติค่าความถี่ Normalized ที่เหมาะสม ความถี่วิกฤต (ความถี่ศูนย์กลาง และ แบนด์วิดท์ที่มีค่าเป็น 1) อัตราขยายทั้งหมดของต้องให้  $c \leq 1$  ถ้าไม่ใช่กรณีนี้ สัมประสิทธิ์ของเศษ  $c$ ,  $d$  และ  $e$  ต้องคูณค่าคงที่ที่น้อยกว่าหนึ่ง เพื่อให้เป็นไปตามความสัมพันธ์ กระบวนการต่อไปนี้จะเป็นการสร้างค่า Normalized อิมพีแดนซ์

- 1) เพื่อความสะดวก เราเลือกพิจารณาที่ตัวเก็บประจุมีค่าเท่ากัน ดังนั้น เราได้  $C_1 = C_2 = 1F$
- 2) เลือกค่าสำหรับการป้อนกลับแบบบวก ตัวแปร  $K$  ซึ่งเหมือนกับขั้นตอนที่ 4 ในสรุปที่ 8.5.1 เราเลือก  $K = 0.1$
- 3) เลือก Normalized อิมพีแดนซ์ สำหรับตัวต้านทานโดยให้  $R_B = 1\Omega$
- 4) กำหนดค่าของ  $R_C$  และ  $R_A$

$$R_C = \frac{K}{c} \qquad R_A = \frac{K}{1-c} \qquad (8.89)$$

สำหรับ  $R_A$  ค่า  $c$  ต้องน้อยกว่าหรือเท่ากับ 1

- 5) ที่ขั้นตอนนี้ทำให้คำนวณง่ายในขั้นตอนต่อไป เรากำหนด 2 ค่าคงที่  $x_1$  และ  $x_2$

$$x_1 = \frac{2K}{-a + \sqrt{a^2 + 8Kb}} \qquad x_2 = \frac{c + 2ex_1^2 - dx_1}{1 + K} \qquad (8.90)$$

- 6) ใช้ค่าคงที่  $x_1$  และ  $x_2$  เพื่อหาค่า  $R_1$  และ  $R_4$

$$R_1 = \frac{x_1}{x_2} \qquad R_4 = \frac{R_1 x_1}{R_1 - x_1} \qquad (8.91)$$

มีข้อสังเกตเพื่อที่จะหลีกเลี่ยงค่าที่เป็นลบของ  $R_4$  ถ้าค่าที่คำนวณสำหรับ  $x_2$  มีค่ามากกว่า 1 สัมประสิทธิ์  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  จะมีค่าลดลง และข้อสังเกตอีกข้อหนึ่งคือค่าสัมประสิทธิ์เหล่านี้เปลี่ยนแปลงไป เช่น  $x_2 = 1$  ดังนั้น  $R_1 = x_1$  และ  $R_4 = \infty$  ซึ่งก็คือการเปิดวงจร และ ก็หมายถึงสามารถลดจำนวนตัวต้านทานลง 1 ตัว

- 7) เพื่อให้การคำนวณง่ายขึ้น เรากำหนดค่าคงที่อีก 2 ตัวคือ  $y_1$  และ  $y_2$  โดยให้ค่าคงที่  $y_1$  อยู่ในช่วง  $0 \leq y_1 \leq 1$  และ ค่าคงที่  $y_2$  ไม่เป็นลบ

$$y_2 = \frac{(1+K)(c-y_1)}{x_1 b(e/b-c)} \qquad (8.92)$$

8) ใช้ค่าคงที่  $y_1$  และ  $y_2$  และ เทอมอื่นๆ ไปหาค่าของตัวต้านทาน  $R_2$ ,  $R_3$  และ  $R_5$

$$R_2 = \frac{y_2}{x_1 y_2 + K} \quad R_3 = \frac{y_2}{y_1} \quad R_5 = \frac{R_3 y_2}{R_3 - y_2} \quad (8.93)$$

ขั้นตอนทั้งหลายเหล่านี้อธิบายได้ใน ตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 8.5-2 (ตัวกรองอีลิปติกด้วยการป้อนกลับแบบบวกและแบบลบ)

พิจารณาตัวกรองความถี่ต่ำผ่านอันดับสอง จากเงื่อนไขต่อไปนี้

ก) ค่า Normalized ความถี่ผ่าน อยู่ในช่วง 0-1 rad/s ซึ่งค่าเบี่ยงเบนสูงสุดของขนาด = 1dB

ข) ค่าการลดทอนต่ำสุด = 17dB (ที่ค่าขนาดความถี่ผ่านสูงสุด) ที่ความถี่ทั้งหมดมากกว่า 2 rad/s

ค) อัตราขยายสูงสุดในความถี่ผ่าน = 1

จากเงื่อนไขข้างต้นได้สมการตัวกรองอีลิปติก

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{0.1397s^2 + 1.0428}{s^2 + 0.9989s + 1.1701}$$

เปรียบเทียบสมการนี้กับสมการที่ (8.88) เราจะได้

$$a = 0.9989 \quad b = 1.1701 \quad c = 0.1397 \quad d = 0 \quad e = 1.0428$$

ตามขั้นตอนในข้อสรุป เราจะได้

ขั้นตอนที่ 1.  $C_1 = C_2 = 1F$

ขั้นตอนที่ 2. ให้  $K = 0.1$

ขั้นตอนที่ 3.  $R_B = 1\Omega$

ขั้นตอนที่ 4.  $R_C = \frac{K}{c} = \frac{0.1}{0.1397} = 0.7158$

$$R_A = \frac{K}{1-c} = \frac{0.1}{1-0.1397} = 0.1162\Omega$$

ขั้นตอนที่ 5.  $x_1 = \frac{2K}{-a + \sqrt{a^2 + 8Kb}}$

$$= \frac{2 \times 0.1}{-0.9989 + \sqrt{(0.9989)^2 + (8 \times 0.1 \times 1.1701)}} = 0.5105$$

$$x_2 = \frac{c + 2ex_1^2 - dx_1}{1 + K} = \frac{0.1397 + [2 \times 1.0428 \times (0.5105)^2] - 0}{1 + 0.1} = 0.6212$$

**บทที่ 8 ตัวกรองแอดทีฟที่ใช้วงจรรขยายเดี่ยว**

ขั้นตอนที่ 6. 
$$R_1 = \frac{x_1}{x_2} = \frac{0.5105}{0.6211} = 0.8219\Omega$$

$$R_4 = \frac{R_1 x_1}{R_1 - x_1} = \frac{0.8219 \times 0.5105}{0.8219 - 0.5105} = 1.3478\Omega$$

ขั้นตอนที่ 7. 
$$y_1 = 0$$

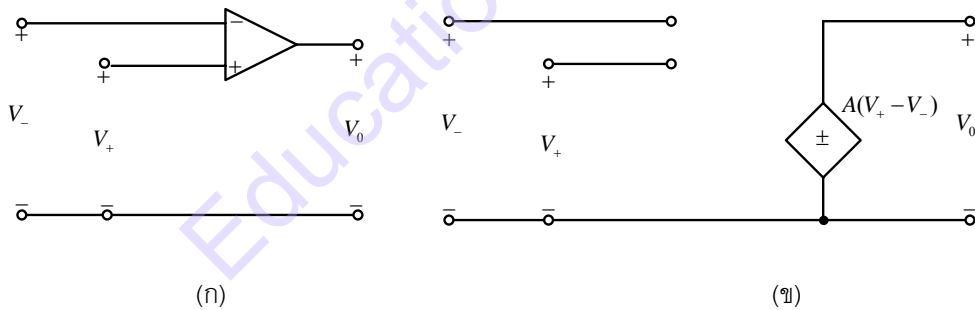
$$y_2 = \frac{(1+K)(c-y_1)}{x_1 b(e/b-c)} = \frac{(1+0.1)(0.1397-0)}{0.5105 \times 1.1701 \times (1.1701-0.1397)}$$

ขั้นตอนที่ 8

$$R_2 = \frac{y_2}{x_1 y_2 b + K} = \frac{0.3423}{(0.5105 \times 0.3423 \times 1.1701) + 0.1} = 1.1242\Omega$$

$$R_3 = \frac{y_2}{y_1} = \frac{0.3423}{0} = \infty$$

$$R_5 = \frac{R_3 y_2}{R_3 - y_2} = \frac{y_2}{1 - y_2 / R_3} = \frac{0.3423}{1-0} = 0.3423\Omega$$



รูปที่ 8.31 สัญลักษณ์ของออปแอมป์และแบบจำลองทางอุดมคติ

**8.6 อัตราขยายเชิงความถี่แฝงของออปแอมป์**

เทคนิคการพิจารณาวงจรแอดทีฟ RC ที่ได้กล่าวถึงในก่อนหน้านี้อยู่บนพื้นฐานของออปแอมป์ที่เป็นอุดมคติ ในกรณีนี้สัญลักษณ์ที่แสดงในรูป 8.31(ก) เป็นรูปแบบโดยวงจรที่แสดงในรูป 8.31(ข) ซึ่งเราสมมติ อัตราขยาย A เป็นอนันต์ รูปแบบนี้ถูกเรียกว่าอัตราขยายอนันต์ไม่ขึ้นกับความถี่ ซึ่งมันมีอินพุทอิมพีแดนซ์ที่ขาบวก และ ขาลบเสมือนเป็นอนันต์ และมีเอาต์พุทอิมพีแดนซ์ของ VCVS เป็นศูนย์ ซึ่งความเป็นจริงอัตราขยายคงที่ A จะมีค่าไม่เป็นอนันต์ และ ขึ้นอยู่กับความถี่

ส่วนประกอบเหล่านี้ อาจทำให้เกิดข้อจำกัดบนผลของตัวกรอง RC และ อาจกำหนดการแก้ไขในการออกแบบ ในส่วนนี้เราจะเสนอแนวทางการศึกษาของส่วนนี้

### 8.6.1 อัตราขยายแบนด์วิดท์ (Gain Bandwidth: GB)

ในทางปฏิบัติออปแอมป์จะมีอัตราขยายลูปเปิดที่ขึ้นอยู่กับความถี่ และ ไม่เป็นอนันต์ที่ความถี่ไฟตรง การขึ้นกับความถี่นี้คือ รูปแบบปกติในรูปโพลเดี่ยวและเป็นจำนวนจริงลบ คุณลักษณะเหล่านี้สามารถอธิบายด้วยอัตราขยายลูปเปิด  $A(s)$  ซึ่งจะมีรูปแบบดังนี้

$$A(s) = \frac{A_0 \omega_a}{s + \omega_a} \quad (8.101)$$

โดยที่  $A_0$  คือ อัตราขยายลูปเปิดไฟตรง

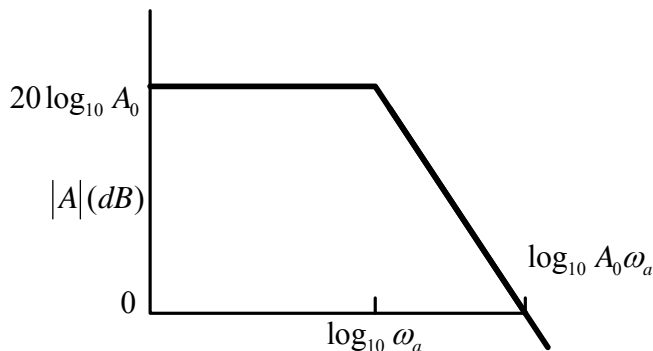
และ  $\omega_a$  คือตำแหน่งของโพลหลัก

ค่าตัวอย่างของตัวแปรเหล่านี้ อาจจะสมมุติให้  $A_0 = 10^3$  และ  $\omega_a = 30 \text{ rad/s}$  เราเขียนเป็นกราฟได้คร่าวๆ ของ  $|A(j\omega)|$  คือรูปที่แสดงในรูปที่ 8.32 เราอาจกำหนดอัตราขยายแบนด์วิดท์ให้อยู่ในรูป ของ GB ได้ โดย  $GB = A_0 \omega_a$  จะได้

$$A(s) = \frac{GB}{s + \omega_a} \quad (8.102)$$

จากสมการที่ (8.102) และ จากรูปที่ 8.32 เราจะเห็นว่า GB ประมาณใกล้กับความถี่ที่อัตราขยายลูปเปิด  $|A(j\omega)| = 1(0\text{dB})$  ในการประยุกต์ส่วนใหญ่ ที่อัตราขยายลูปปิดค่อนข้างเล็กมาก สมการที่ (8.102) อาจประมาณได้ว่า

$$|A(s)| \approx \frac{GB}{s} \quad (8.103)$$



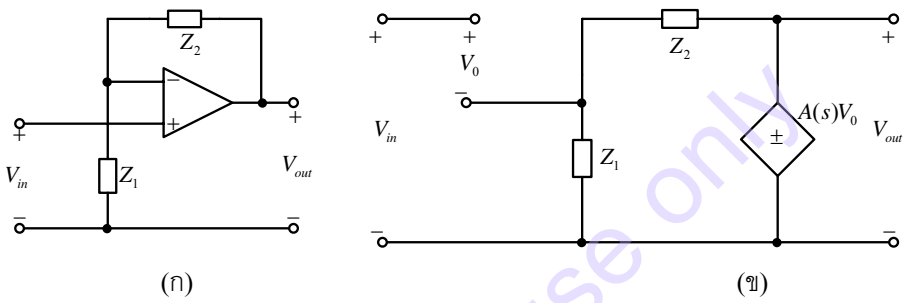
รูปที่ 8.32 Bode Plot อัตราขยายของออปแอมป์

**บทที่ 8 ตัวกรองแอกทีฟที่ใช้วงจรรขยายเดี่ยว**

**8.6.2 ผลกระทบของอัตราขยายแบนด์วิดท์ในวงจรรขยายไม่กลับเฟส**

การสร้างวงจรรขยายออปแอมป์ชนิดไม่กลับเฟสโดยใช้ VCVS ที่แสดงในรูปที่ 8.2(ก) อาจจะใช้วิเคราะห์หาผลกระทบของอัตราขยายแบนด์วิดท์ วงจรที่เทียบเท่าแสดงดังรูปที่ 8.33(ก) ส่วนแบบจำลองแสดงดังรูปที่ 8.33(ข) อัตราขยาย  $A(s)$  ในสมการที่ (8.102) สำหรับรูปแบบทั่วไป ตัวต้านทาน  $R_1$  และ  $R_2$  ถูกแทนที่โดยอิมพีแดนซ์  $Z_1(s)$  และ  $Z_2(s)$  ตามลำดับ อัตราขยายที่ขึ้นกับความถี่ของวงจรรขยายไม่กลับเฟส  $K(s)$  จะได้ว่า

$$K(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \frac{A(s)}{1 + A(s)Z_1(s)/[Z_1(s) + Z_2(s)]} \quad (8.103)$$



รูปที่ 8.33 วงจรรขยายแบบไม่กลับเฟส

ถ้าเราแทน  $A(s)$  จากสมการที่ (8.102) เราจะได้

$$K(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \frac{GB}{s + GBZ_1(s)/[Z_1(s) + Z_2(s)]} \quad (8.104)$$

ถ้าเราให้  $Z_i(s) = R_i(s)$  ( $i=1, 2$ ) เมื่อ  $GB = \infty$  เราสามารถกำหนดอัตราขยายแบนด์วิดท์ที่อนันต์ได้ว่า  $K_0$  ซึ่งสอดคล้องกับค่า  $K$  ที่กำหนดในสมการที่ (8.101) ของหัวข้อ 8.1 จากสมการที่ (8.104) เราสามารถเขียนได้

$$K_0 = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \quad \text{สำหรับ} \quad K(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \frac{GB}{s + GB/K_0} \quad (8.105)$$

ตัวอย่างที่ 8.6-1 (อัตราขยายแบนด์วิดท์ของวงจรรขยายแบบไม่กลับเฟส ตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน) ด้วยฟังก์ชันบัตเตอร์เวิร์ทอันดับสอง สังเคราะห์โดยใช้แบบ Sallen and Key อัตราขยาย  $K_0$  ถูกกำหนดสำหรับในวงจรรขยายไม่กลับเฟส (สำหรับ  $Q=1.414$ ) เท่ากับ 1.586 ออปแอมป์ใช้อัตราขยาย  $A_0=10^5$  และ  $\omega_0=1$  rad/s สำหรับค่าเหล่านี้เราพบว่า  $GB = A_0\omega_0 = 10^5$  จากสมการที่ (8.105) อัตราขยายของวงจรรขยายแบบไม่กลับเฟส จะได้ผลลัพธ์เป็น

$$K(s) = \frac{10^5}{s + 0.6305 \times 10^5}$$

สังเกตได้ว่าสำหรับ  $s = 0$ ,  $K(0) = K_0 = 1.586$

### 8.6.3 ผลกระทบของอัตราขยายแบนด์วิดท์ในตัวกรอง Sallen and Key

ในหัวข้อนี้จะทำการพิจารณาว่าอัตราขยายแบนด์วิดท์จะกระทบต่อตัวกรอง Sallen and Key อย่างไร โดยจะใช้ตัวกรองความถี่ต่ำผ่านที่กล่าวไว้ในหัวข้อ 8.2 การพิจารณาผลกระทบต่อตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่าน และ ตัวกรองความถี่สูงก็มีผลเหมือนกัน เป้าหมายเพื่อที่จะพิจารณาว่า จะเกิดอะไรขึ้น เพื่อกับเพื่อการออกแบบตำแหน่งโพล ที่เกิดจากผลกระทบของอัตราขยายแบนด์วิดท์ พีชคณิตนี้จะทำให้่ง่ายได้โดย สมมติค่า Normalize ที่ใช้ในการออกแบบ โดยกำหนดให้  $\omega_n$  มีค่าเป็นหนึ่ง โดยกำหนดให้ตัวแปรต่างๆ มีค่าดังนี้

$$\omega_{n(\text{design})} = \omega_{n0} = 1 \quad Q_{(\text{design})} = Q_0 \quad K_{(\text{design})} = K_0 \quad (8.106)$$

เราใช้ การออกแบบที่ 1 และ สมมุติตัวต้านทานและตัวเก็บประจุมีค่าเป็นหนึ่ง สำหรับ ตัวเลือกเหล่านี้ในการออกแบบของฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดัน สำหรับตัวกรองที่แสดงในรูป 8.8 จะได้

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{K_0}{s^2 + (1/Q_0)s + 1} = \frac{K_0}{s^2 + (3 - K_0)s + 1} \quad (8.107)$$

เมื่อ 
$$K_0 = \frac{3Q_0 - 1}{Q_0} \quad (8.108)$$

เพื่อหาผลกระทบของอัตราขยายแบนด์วิดท์ต่อตำแหน่งของโพล เราแทน  $K_0$  ใน ความสัมพันธ์ด้านขวาของสมการที่ (8.107) สำหรับ  $K(s)$  ในสมการที่ (8.105) ค่า  $GB$  แทนโดย ค่าความถี่ Normalize  $GB_n = GB/\omega_n$  ตำแหน่งของโพลพิจารณาได้จากพหุนามส่วน

$$D(s) = s^2 + \left( 3 - \frac{GB_n}{s + GB_n/K_0} \right) s + 1 \quad (8.109)$$

ถ้าเราแทนค่าของ  $K_0$  จากสมการที่ (8.108) หลังจากนั้นเราจะได้

$$D(s) = \frac{1}{GB_n X(s)} \left[ s^3 + s^2 \left( 3 - \frac{GB_n Q_0}{3Q_0 - 1} \right) + s \left( 1 + \frac{GB_n}{3Q_0 - 1} \right) + \frac{GB_n Q_0}{3Q_0 - 1} \right] \quad (8.110)$$

ตัวประกอบ  $X(s)$  ในนิพจน์ข้างบนเป็นการแสดงถึงเทอมพิเศษ ที่เกิดขึ้นเมื่อสมการที่ (8.109) อยู่ในรูปเศษและส่วน ซึ่งไม่มี ผลกระทบต่อตำแหน่งของโพล จากสมการที่ (8.109) เราจะ

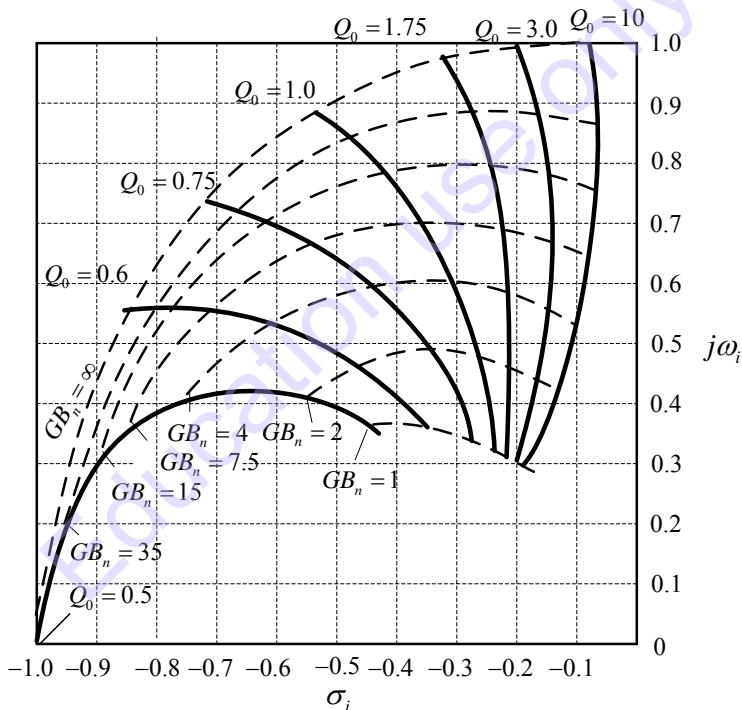
**บทที่ 8** ตัวกรองแอกทีฟที่ใช้วงจรมายเดี่ยว

เห็นว่าโพลของออปแอมป์ในรูปฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดันมีการเปลี่ยนแปลง จากอันดับสองกลายเป็นอันดับสาม ซึ่งอาจพิสูจน์ได้โดยกำหนด  $GB_n = \infty$  ในสมการที่ (8.110) และ ใช้สมการที่ (8.108) จะได้

$$D(s)|_{GB_n=\infty} = \frac{s^2}{K_0} + \frac{s}{K_0 Q_0} + \frac{1}{K_0} \quad (8.111)$$

ซึ่งสอดคล้องกับสมการที่ (8.107) (โดยที่ไม่สนใจตัวประกอบ  $X(s)$ ) ตัวส่วนของสมการที่ (8.110) สามารถแยกตัวประกอบได้เป็น

$$D(s) = \frac{1}{GB_n X(s)} \left[ (s + g) \left( s^2 + \frac{\omega_n}{Q} s + \omega_n^2 \right) \right] \quad (8.112)$$



รูปที่ 8.34 กราฟผลกระทบของ  $GB$  ต่อโพลของตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน หรือ ตัวกรองความถี่สูงผ่าน อันดับสองแบบ Sallen and Key โดยให้  $R$  เท่ากัน และ  $C$  เท่ากัน (การออกแบบที่ 1)

เมื่อ  $Q$  และ  $\omega_n$  เป็นค่าจริงที่ใช้ในการออกแบบตัวกรอง ในกรณีทั่วไป  $\omega_n < \omega_{n0}$  ขณะที่  $Q$  อาจจะมีใหญ่ หรือ เล็กกว่า  $Q_0$  ค่าโพลเป็นจำนวนจริงลบที่  $s = -g$  จะอยู่ไกลออกไปจากแกนจริงลบ ด้วยเหตุนี้จึงสามารถละเลยผลกระทบบนคุณสมบัติในการออกแบบ อย่างไรก็ตามก็ตามโพลหลักแบบเชิงซ้อน หาได้จากค่าของ  $\omega_n$  และ  $Q$  อาจจะมีค่าแตกต่างเนื่องจากวิธีการออกแบบ สำหรับค่า  $Q_0$  และ  $GB_n$  กำหนดนั้น รากที่เป็นเชิงซ้อนจากสมการที่ (8.110) พบได้ปกติจากการแก้ปัญหาด้วย

บทที่ 8 ตัวกรองแอกทีฟที่ใช้วงจรรขยายเดี่ยว

เทคนิคถอดรากในพหุนามอันดับสาม กราฟแสดงตำแหน่งของโพล อยู่ในลักษณะฟังก์ชันช่วงของตัวแปร  $Q_0$  และ  $GB_n$  ซึ่งจะอยู่บนด้านบนครึ่งซ้ายของระนาบเชิงซ้อนดังรูปที่ 8.34 สังเกตได้ว่าการเริ่มต้นในการค่าที่ใช้ออกแบบจะอยู่นอกวงกลม (สำหรับ  $GB_n = \infty$ ) ตัวอย่างของการใช้กราฟแสดงดังต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 8.6-2 (การหาค่า  $\omega_n$  และ  $Q$  ที่เกิดขึ้นจริงของตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน) จากการออกแบบที่ 1 ในหัวข้อที่ 8.2 โดยที่  $\omega_n$  และ  $Q$  มีค่าเท่ากับ  $100 \times 2\pi$  krad/s และ 1 ตามลำดับ อัตราขยายแบนด์วิดท์ของออปแอมป์เท่ากับ 1.5MHz และ ความถี่ตอบสนองมีรูปแบบดังสมการที่ (8.101) ค่า Normalized ของอัตราขยายแบนด์วิดท์  $GB_n = 15$  จากรูปที่ 8.34 มี Normalized โพลอยู่ที่  $\alpha_n \pm j\beta_n = -0.4 \pm j0.78$  ซึ่งสามารถคำนวณได้เป็น

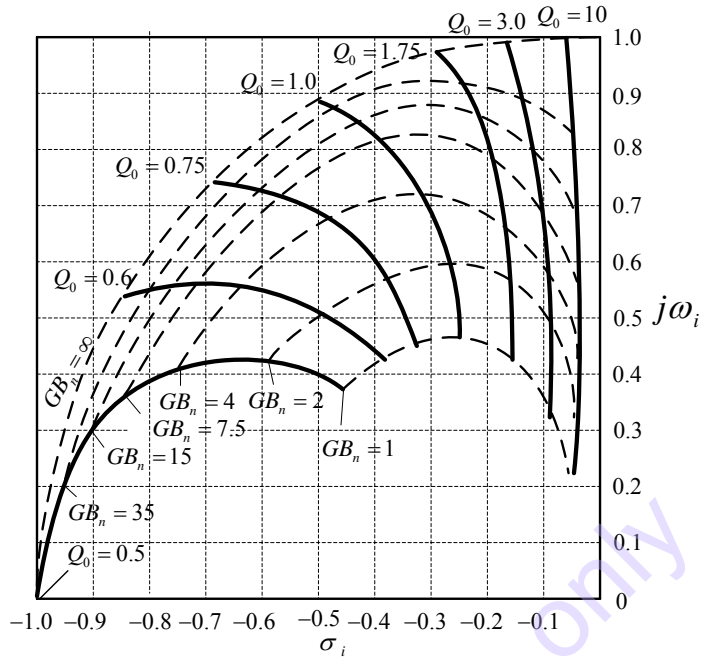
$$\omega_n = \sqrt{\alpha_n^2 + \beta_n^2} = \sqrt{0.4^2 + 0.78^2} = 0.877 \text{ rad/s}$$

$$Q = \frac{\omega_n}{2\alpha_n} = \frac{0.877}{2(0.4)} = 1.096$$

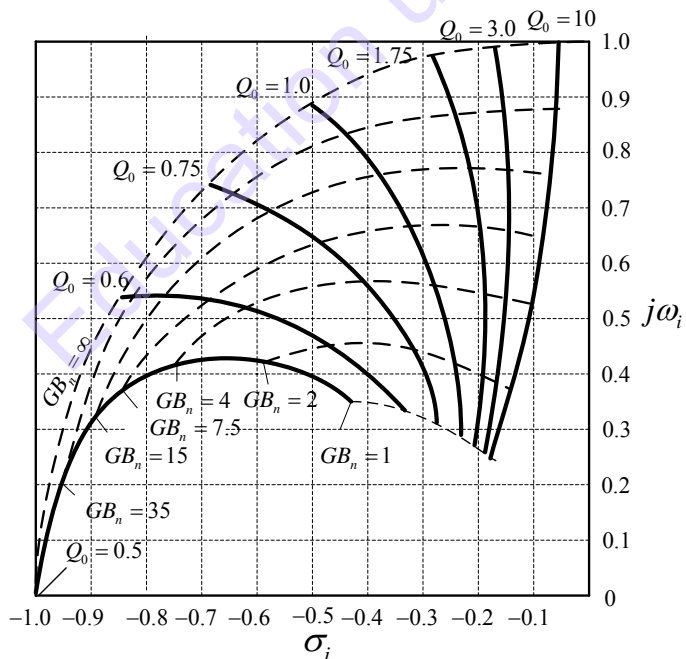
ตารางที่ 8.3 พหุนามตัวส่วนของตัวกรองชนิดวงจรรขยายเดี่ยว

FUNCTION	DESIGN	Denominator polynomials
Low pass (รูปที่ 8.8)	$R_1 = R_3 = R$ $C_2 = C_4 = C$ (รูปที่ 8.34) $K = H_0 = 1$ $m = C_4 / C_2$ $n = R_3 / R_1$ (รูปที่ 8.35)	$s^3 + s^2 \left( 3 + \frac{GB_n Q_0}{3Q_0 - 1} \right) + s \left( 1 + \frac{GB_n}{3Q_0 - 1} \right) + \frac{GB_n Q_0}{3Q_0 - 1}$  $s^3 + s^2 \left( GB_n + \frac{1}{Q_0} + 2Q_0 \right) + s \left( 1 + \frac{GB_n}{Q_0} \right) + GB_n$
Band-pass (รูปที่ 8.14)	$C_3 = C_5 = C$ $R_1 = R_2 = R_4 = R$ (รูปที่ 8.36)	$s^3 + s^2 \left( 2\sqrt{2} + \frac{GB_n Q_0}{4Q_0 - \sqrt{2}} \right) + s \left( 1 + \frac{GB_n}{4Q_0 - \sqrt{2}} \right) + \frac{GB_n Q_0}{4Q_0 - \sqrt{2}}$
Band-pass (รูปที่ 8.16)	$R_2 = R_4 = R$ $C_1 = C_3 = C$ (รูปที่ 8.34) $K = H_0 = 1$ $n = R_4 / R_2 = 1$ $m = C_3 / C_1$ (รูปที่ 8.35)	เท่ากับกรณีตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน ที่ใช้ความต้านทานเท่ากัน ตัวเก็บประจุเท่ากัน  เท่ากับกรณีตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน ที่ใช้อัตราขยายเท่ากับ 1

บทที่ 8 ตัวกรองแอกทีฟที่ใช้วงจรมายเดียว



รูปที่ 8.35 ผลกระทบของ  $GB$  ต่อโพลของตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน หรือ ความถี่สูงผ่านอันดับสองแบบ Sallen and Key อัตราขยายเท่ากับ 1 (การออกแบบที่ 2)



รูปที่ 8.36 ผลกระทบของ  $GB$  ต่อโพลของตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่านแบบ Sallen and Key โดยใช้  $R$  เท่ากัน (การออกแบบที่ 1)

ดังนั้นค่า Normalized  $\omega_n$  และ  $Q$  มีค่าเท่ากับ  $87.7 \times 2\pi$  krad/s และ 1.096 ตามลำดับ ในกรณีนี้มีการแกว่งตัวเล็กน้อย ซึ่งอาจจะทำการปรับค่าตัวแปรบางตัวได้ ในบางวงจรมันการปรับค่า

อุปกรณ์บางตัวก็ไม่สามารถทำได้ ในการวิเคราะห์ตัวกรองชนิดวงจขยายเดี่ยว สามารถทำได้จากหลักการที่ได้ระบุ ผลของวิธีการวิเคราะห์ต่างๆ ดังตารางที่ 8.3 การเลื่อนของโพล  $p_i$  สำหรับการวิเคราะห์ต่างๆ เหล่านี้ได้แสดงไว้ดังรูปที่ 8.34 ถึง 8.36

#### 8.6.4 ผลกระทบจากอัตราขยายแบนด์วิดท์ต่อตัวกรองที่ใช้วงจรขยายอนันต์เดี่ยว

เทคนิคที่ใช้สำหรับแสดงผลกระทบ ของอัตราขยายแบนด์วิดท์ ที่ได้กล่าวถึงมาก่อนหน้านี้ สามารถใช้กับตัวกรองที่มีโครงสร้างแบบวงจขยายอนันต์เดี่ยว ในกรณีนี้ สำหรับวงจรที่แสดงในรูป 8.16 เริ่มต้นโดยกำหนดให้ออปแอมป์ มีอัตราขยาย  $A(s) = -GB/s$  ต่อไปคือการประยุกต์วิธีการบังคับในรูปที่ 8.1 เพื่อวิเคราะห์วงจร ฟังก์ชันถ่ายโอน ที่ได้เป็น

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{-Y_1 Y_3}{[Y_6(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_5) + Y_2 Y_3] + (s/GB)[(Y_1 + Y_2 + Y_5)(Y_3 + Y_6)] + Y_3 Y_6} \quad (8.113)$$

ถ้าเราประเมินค่าเหล่านี้สำหรับตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน ความถี่ที่ต้องการผ่าน และ ตัวกรองความถี่สูงผ่าน ที่กล่าวในหัวข้อที่ 8.4 เราจะได้ตัวสวนที่เป็นพหุนามอันดับสามที่ให้ในตารางที่ 8.4

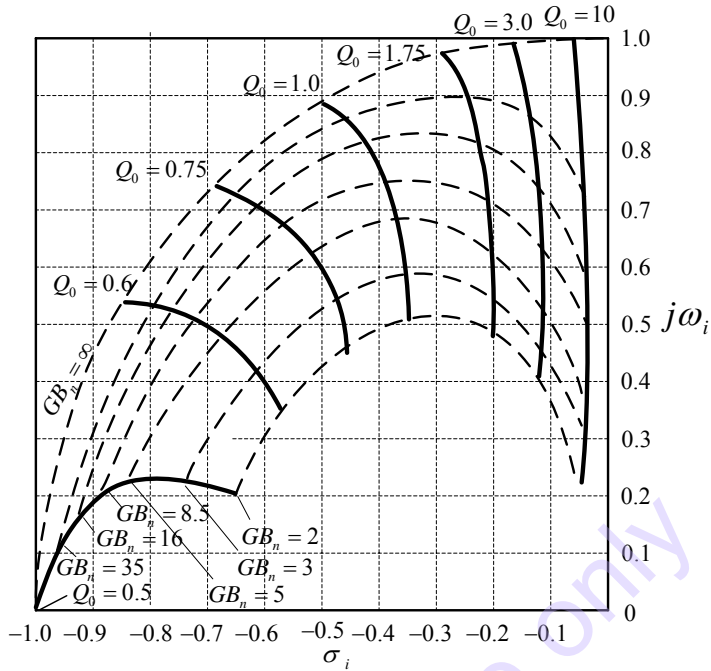
$$\omega_{n(\text{design})} = \omega_{n0} = 1 \quad Q_{(\text{design})} = Q_0 \quad (8.114)$$

ตารางที่ 8.4 พหุนามส่วนของตัวกรองที่ใช้วงจรขยายอนันต์เดี่ยว

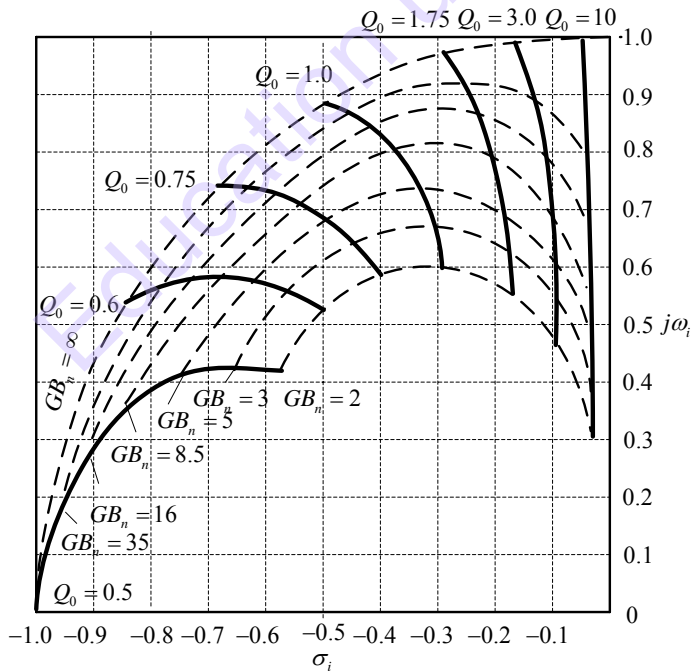
FUNCTION	DESIGN	Denominator polynomials
Low pass (รูปที่ 8.18)	$R_1 = R_2 = R_3 = R$ (รูปที่ 8.37)	$s^3 + s^2 \left( GB_n + \frac{1}{Q_o} + 3Q_o \right) + s \left( \frac{GB_n}{Q_o} + 2 \right) + GB_n$
Band pass (รูปที่ 8.20)	$C_2 = C_3 = C$ (รูปที่ 8.38)	$s^3 + s^2 \left( GB_n + \frac{1}{Q_o} + 2Q_o \right) + s \left( \frac{GB_n}{Q_o} + 1 \right) + GB_n$
High pass (รูปที่ 8.21)	$C_1 = C_2 = C_3 = 1$ (รูปที่ 8.39)	$2s^3 + s^2 \left( GB_n + \frac{1}{Q_o} + 3Q_o \right) + s \left( \frac{GB_n}{Q_o} + 1 \right) + GB_n$

ค่าที่ได้จริงของ  $\omega_n$  และ  $Q$  ของตัวกรอง หาได้จากแก้สมการพหุนาม โดยกราฟที่แสดง ตำแหน่งของโพลเชิงซ้อนสังยุคหลักในครึ่งบนของระนาบ ในช่วงของค่าของ  $Q_0$  และ  $GB_n$  แสดงไว้ดังรูปที่ 8.37-8.39

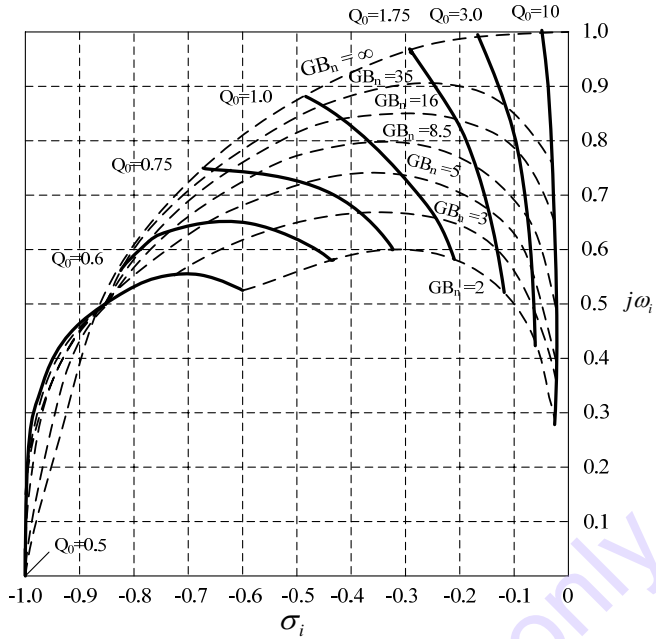
บทที่ 8 ตัวกรองแอกทีฟที่ใช้วงจรมายเดี่ยว



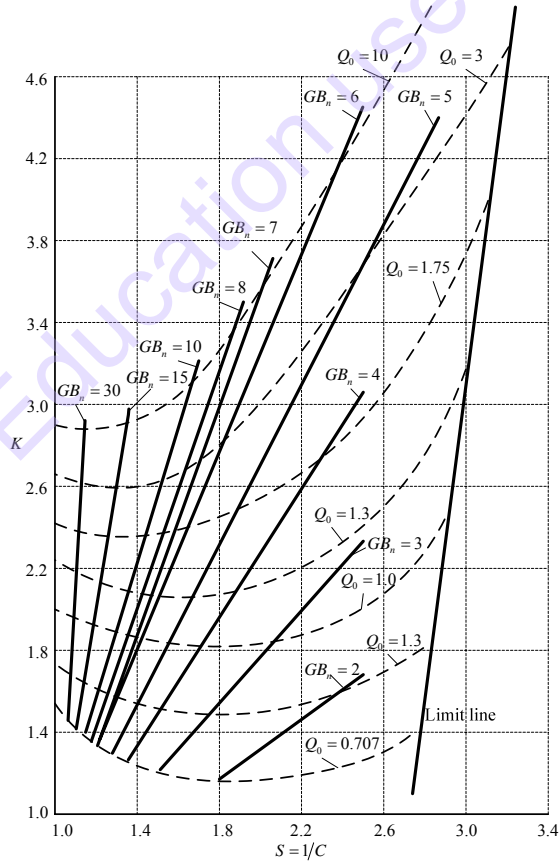
รูปที่ 8.37 ผลกระทบของ GB ต่อโพลของตัวกรองความถี่ต่ำผ่านอันดับสองชนิดวงจรมายเดี่ยว



รูปที่ 8.38 ผลกระทบของ GB ต่อโพลตัวกรองความถี่ต่ำผ่านอันดับสองด้วยวงจรมายเดี่ยว



รูปที่ 8.39 ผลกระทบของ  $GB$  ต่อโพลตัวกรองความถี่สูงผ่านอันดับสองด้วยวงจรมายาอันต์เดียว



รูปที่ 8.40 การชดเชยสำหรับผลกระทบ  $GB$  ในวงจร Sallen and Key เมื่อ  $R$  เท่ากัน  $C$  เท่ากัน

(การออกแบบที่ 1)

## บทที่ 8 ตัวกรองแอกทีฟที่ใช้วงจรรขยายเดี่ยว

### 8.7 การชดเชย

ในที่ได้อธิบายมาก่อนหน้านี้ ได้แสดงถึงผลกระทบของข้อจำกัดด้านอัตราขยายแบนด์วิดท์ของออปแอมป์ ซึ่งเป็นผลให้ตำแหน่งของโพลที่ออกแบบเลื่อนไปจากตำแหน่งที่ควรจะเป็น ซึ่งหมายถึงคุณสมบัติของอัตราขยายแบนด์วิดท์จะส่งผลอย่างมากต่อคุณสมบัติตัวกรอง โดยจะมีค่าเป็นจริงเมื่อต้องการค่าของ  $Q_0$  สูง โดยที่ค่า  $GB_n$  มีค่าต่ำ ผลกระทบเหล่านี้จะชัดเจนมากในตัวกรองอันดับสูงแบบไล่ลำดับซึ่ง  $Q$  ก็มีค่าสูง อย่างไรก็ตามผลกระทบจากอัตราขยายแบนด์วิดท์สามารถทำให้มีค่าน้อยลง โดยกระบวนการที่เรียกว่า การชดเชยโดยการเปลี่ยนตัวแปรบางตัวของตัวกรองเพื่อชดเชยกับค่าอัตราขยายแบนด์วิดท์ วิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้แก้ปัญหาเรียกว่าการ “Optimization” ซึ่งคล้ายกับกระบวนการหาค่าตัวปรับแต่งการหน่วงเวลาโดยใช้ตัวอย่างตัวกรอง Sallen and Key (การออกแบบที่ 1)

การชดเชยสำหรับอัตราขยายแบนด์วิดท์ เราอาจจะปรับค่าอัตราขยาย  $K$  จากค่าที่ให้โดยสมการที่ (8.108) และ ตัวเก็บประจุ  $C$  ที่มีค่าเป็นหนึ่ง เป้าหมายคือการแก้ไขกลับคืนทำให้  $\omega_n = \omega_{n0} = 1$  และ  $Q = Q_0$  สังเกตได้ว่ามันไปไม่ได้ในการใช้ความถี่ Denormalized อย่างง่ายเป็นส่วนหนึ่งของการชดเชย เนื่องจากอัตราขยายแบนด์วิดท์มีค่าคงที่ไม่สามารถทำการ Denormalized ได้ ผลจากการทำกระบวนการนี้ สำหรับช่วงค่า  $Q_0$  และที่  $GB_n$  ต่างๆ แสดงโดยกราฟดังรูปที่ 8.40 จุดตัดที่เหมาะสมของเส้นค่าคงที่  $Q_0$  และ  $GB_n$  โดยกำหนดค่า  $K$  และ  $S (=1/C)$  สังเกตได้ว่า กราฟดังกล่าวมีข้อจำกัด โดยในบางจุดตัดไม่สามารถใช้ได้กับบางค่าของ  $Q_0$  และ  $GB_n$

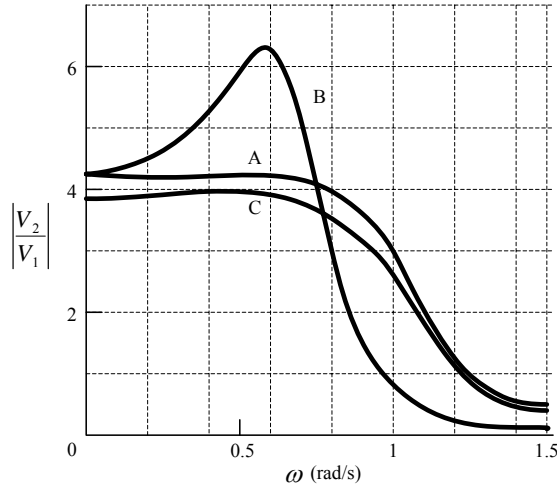
#### ตัวอย่างที่ 8.7-1 (การชดเชยอัตราขยายแบนด์วิดท์ในตัวกรอง Sallen and Key แบบไล่ลำดับ)

จากการออกแบบตัวกรอง Sallen and Key อันดับหก จากการไล่ลำดับกัน 3 ชุด โดยออปแอมป์มี  $GB_n=5$  โดยมีสมการดังสมการที่ (8.108) และมีตัวแปรในอุดมคติดังนี้

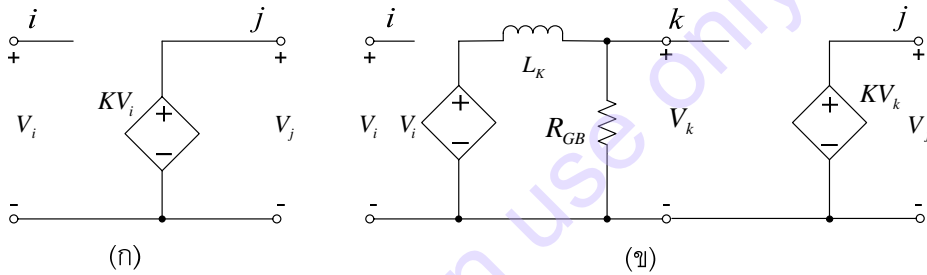
	Stage1	Stage2	Stage3
$Q_0$	0.518	0.707	1.932
$K_0$	1.068	1.586	2.482
$R$	1	1	1
$C$	1	1	1

ค่าอัตราขยายไฟตรง  $H_0 = 1.068 \times 1.586 \times 2.482 = 4.204$  กราฟแสดงค่าขนาดของฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดันภายใต้เงื่อนไขอุดมคติซึ่งอัตราขยายแบนด์วิดท์เป็นอนันต์แสดงไว้ดังเส้น A ในรูปที่ 8.40 โดยทำการวิเคราะห์ใหม่โดยใช้ค่า  $GB_n=5$  ตัวอย่างของแบบจำลอง SPICE ทำได้โดยการแทนที่ VCVS อัตราขยายแบนด์วิดท์อนันต์ดังรูปที่ 8.42(ก) ด้วยชุดฟังก์ชัน  $K(s)$  จากสมการที่ (8.104) ดังรูปที่ 8.42(ข) จะได้

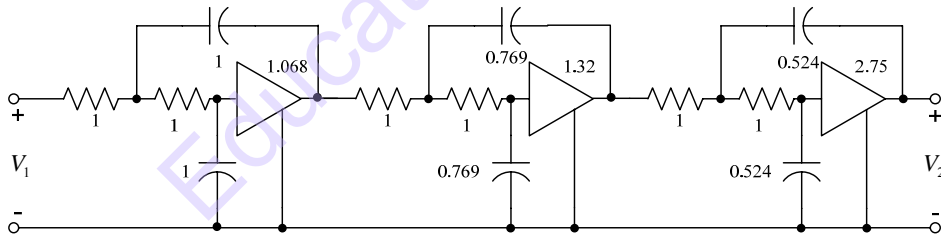
$$\frac{R_{GB}}{L_K} = \frac{GB_n}{K_0} \quad \text{ซึ่งจะได้} \quad R_{GB} = GB_n \quad \text{เมื่อให้} \quad L_K = K_0$$



รูปที่ 8.41 Effect of GB on a sixth-order Butterworth filter



รูปที่ 8.42 แบบจำลอง SPICE สำหรับ VCVS ไม่กลับเฟส: (a) ไม่มี GB; (b) มี GB



รูปที่ 8.43 ตัวกรอง Butterworth อันดับหกที่ทำการชดเชยแล้ว

ผลกระทบของอัตราขยายแบนด์วิดท์ที่ใน กราฟเส้น B ที่แสดงในรูป 8.41 โดยมีวิธีชัดเจนว่ามีความคล้ายคลึงเล็กน้อยเฉพาะในส่วนค่าความราบเรียบสูงสุด ถ้าเราจะใช้ข้อมูลการชดเชยที่ให้ในรูป 8.40 แทรกระหว่างเส้นโค้งเหล่านี้ เราจะได้ (โดยที่ ใช้ชุดที่ 1 มี  $Q$  ต่ำ จึงไม่จำเป็นต้องชดเชยในชุดที่ 1)

	Stage1	Stage2	Stage3
$Q_0$	1.068	1.32	2.75
$K_0$	1	1	1
$R$	1	1.30	1.91
$C$	1	0.769	0.524

## บทที่ 8 ตัวกรองแอดทีฟที่ใช้วงจรรายเดียว

---

ตัวกรองบัตเตอร์เวิร์ทอันดับหกที่ทำการชดเชยแล้วแสดงดังรูปที่ 8.43 อุปกรณ์ VCVS ถูกแทนด้วยอัตราขยายแบนด์วิดท์ของออปแอมป์  $GB_n=5$  ดังนั้นค่า อัตราขยายไฟตรงทั้งหมดคือ  $H_0=1.068 \times 1.32 \times 2.75=3.877$  ผลลัพธ์คือเป็นกราฟเส้น C ที่แสดงในรูปที่ 8.41

Education use only

แบบฝึกหัดท้ายบท

8.1. จงหาค่าความไว  $S_{|K|}^{N(j\omega)}$  จากฟังก์ชันโครงข่ายต่อไปนี้  $N(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{|K|}{s^2 + 4s + (2 + |K|)}$

และ จากค่าความไวอัตราขยายจะมีค่ามากกว่าหรือน้อยกว่าความไวอัตราขยายของตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน Sallen and Key หรือไม่จึงเป็นเช่นนั้น

8.2. (ก) จงวิเคราะห์ตัวกรองความถี่ต่ำผ่านจากรูปที่ 8.8 โดยหาค่าฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดันเมื่อ  $R_1=R_3=1\Omega$ ,  $C_2=C_4=1F$  และ ความต้านทาน  $R_O$  เป็นความต้านทานอนุกรมกับเอาท์พุทของ VCVS

(ข) จากโครงข่ายข้อ (ก) จงหาค่า  $K$  ซึ่งเป็นค่าจำนวนจริง ของตำแหน่งโพลคงที่เป็นอิสระต่อค่า  $R_O$

8.3. (ก) จงออกแบบ BPF แบบ Sallen and Key โดยใช้โครงสร้าดังรูปที่ 8.13 โดยใช้การออกแบบที่ 1 ด้วยเงื่อนไขความประสงค์ดังต่อไปนี้  $f_n = 5\text{kHz}$ ,  $Q = 5$  และ  $C = 10^{-8}F$

(ข) ทำอีกครั้งโดยใช้การ การออกแบบที่ 2

8.4. (ก) จงออกแบบ HPF แบบ Sallen and Key โดยใช้โครงสร้าดังรูปที่ 8.15 โดยใช้การออกแบบที่ 1 ด้วยเงื่อนไขความประสงค์ดังต่อไปนี้  $f_n = 5\text{kHz}$ ,  $Q = 1/\sqrt{2}$  และ  $C = 10^{-8}F$

(ข) ทำอีกครั้งโดยใช้การ การออกแบบที่ 2 โดยใช้  $m=1$

(ค) ทำอีกครั้งโดยใช้การ การออกแบบที่ 3

8.5. จงออกแบบ BPF แบบวงจรรายยอนันต์เดี่ยวด้วยเงื่อนไขความประสงค์ดังต่อไปนี้  $f_n = 10\text{kHz}$ ,  $Q = 10$  เลือก  $|H_0|$  ด้วย  $R_5$  มีค่าเป็นอนันต์ จากรูปที่ 8.20 และ ใช้  $C = 1\text{nF}$

8.6. จงออกแบบ HPF แบบวงจรรายยอนันต์เดี่ยวด้วยเงื่อนไขความประสงค์ดังต่อไปนี้  $f_n = 1\text{kHz}$ ,  $Q = 1/\sqrt{2}$ ,  $|H_0| = 5$  และ ใช้  $C = 0.01\mu F$

8.7. ใช้โครงสร้าตัวกรองไปควอดในรูปที่ 8.24 เป็นตัวกรองผ่านทุกความถี่อันดับสองด้วยการประมาณค่าเบสเซล โดยมีค่าการหน่วงเวลา  $2\text{ms}$  ที่ความถี่ไฟตรง โดยเลือกอิมพีแดนซ์ Denormalized กับตัวเก็บประจุทั้งหมดด้วยค่า  $0.01 \mu F$  โดยใช้ขั้นตอนตามข้อสรุปที่ 8.5.2 โดยเลือก  $K = 0.1$  และ  $y_1 = 0$  และ ปรับอัตราขยาย  $x_2 = 1$

## บทที่ 8 ตัวกรองแอกทีฟที่ใช้วงจรรขยายเดียว

---

8.8. จงออกแบบ LPF อันดับสี่โดยใช้โครงสร้างรูปที่ 8.8 ด้วย การออกแบบที่ 1 เพื่อให้ขนาดมีคุณสมบัติราบเรียบด้วยค่า  $-3\text{dB}$  ที่ความถี่  $2 \text{ rad/s}$  โดยค่าตัวเก็บประจุที่ใช้ทั้งหมดกำหนดให้มีค่าเป็น  $2\text{F}$

8.9. จากตัวกรอง LPF แบบ Sallen and Key (การออกแบบที่ 1) ถูกออกแบบให้มีค่า  $\omega_n = 10^4 \text{ rad/s}$  ด้วยออปแอมป์ที่ไม่เป็นอุดมคติ ( $GB_n \neq \infty$ ) มี  $GB$  ที่ไม่ทราบค่า และมีค่าฟังก์ชันถ่ายโอนเท่ากับ

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{1.37 \times 10^8}{s^2 + 0.74 \times 10^4 s + 0.685 \times 10^8}$$

จงหาฟังก์ชันถ่ายโอนที่ค่า  $GB$  ที่ไม่ทราบค่าถูกแทนที่ด้วย  $GB_n = 30$

Education use only

# 9 ตัวกรองแบบที่ใช้วงจรมายาวหลายตัว

เทคโนโลยีด้านอุปกรณ์แอกทีฟ ได้ก้าวหน้ามาถึงจุดหนึ่ง หลักการเก่าๆ ก็ไม่มีผลอีกต่อไป เช่น การลดจำนวนของอุปกรณ์แอกทีฟ ซึ่งก็เป็นแนวทางตรงกันข้ามกับทฤษฎีในบทก่อนๆ ซึ่งกล่าวถึงตัวกรองที่ใช้วงจรมายาวเพียงตัวเดียว (Single Amplifier) ในด้านการออกแบบวงจรมวมสมัยใหม่ก็จะมีผลตัวอย่างเดียวก็คือการใช้อุปกรณ์น้อย แต่เมื่อใช้วงจรมายาวหลายตัว (Multiple Amplifier) ในการสร้างก็จะทำให้ได้ประสิทธิภาพที่สูงกว่าหลายๆ อย่าง โดยมีโครงสร้างการต่อในลักษณะไล่ลำดับ (Cascade) ซึ่งจะได้กล่าวถึงต่อไปในบทนี้

## 9.1 ตัวกรอง State-Variable หรือ KHN

การสังเคราะห์ตัวกรอง State-variable เรียกอีกชื่อหนึ่งว่า วงจร KHN (Kerwin-Huelsman-Newcomb) ซึ่งมาจากชื่อของผู้ริเริ่ม [2] โดยมีความยืดหยุ่นสูง ประสิทธิภาพดี และ มีความไวต่อคุณสมบัตินี้ทำให้ตัวกรองทำงานได้อย่างดี สามารถสร้างเป็นตัวกรองในเชิงพาณิชย์ได้

### 9.1.1 ทฤษฎีของตัวกรอง State-variable

คำว่า State-variable มาจากการหาค่าตัวแปร State ประกอบด้วยตัวสมการดิฟเฟอเรนเชียล สามารถนำมาสร้างเป็นวงจรจริงได้ ซึ่งเริ่มต้นจากการพิจารณาฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวกรอง ความถี่ที่ต้องการผ่านแบบกลับเฟสอันดับสองดังสมการที่ (9.1)

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{-|H|s}{s^2 + a_1s + a_0} \quad (9.1)$$

จากสมการข้างต้น เป็นสมการเชิงความถี่ (Frequency Domain) โดยทำการคูณสมการที่ (9.1) ด้วยตัวแปร  $\frac{X(s)}{s^2}$  ได้เป็น

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{-|H| \frac{X(s)}{s}}{X(s) + \frac{a_1 X(s)}{s} + \frac{a_0 X(s)}{s^2}} \quad (9.2)$$

แยกสมการโดยแบ่งเศษ และ ส่วนเป็น 2 สมการจะได้ดังนี้

$$X(s) = V_1(s) - \frac{a_1 X(s)}{s} - \frac{a_0 X(s)}{s^2} \quad (9.3a)$$

**บทที่ 9** ตัวกรองแบบที่ใช้วงจรรยายหลายตัว

$$V_2(s) = -|H| \frac{X(s)}{s} \quad (9.3ข)$$

ทำการแปลงกลับลาปลาซเข้าไปทั้งสองข้าง ในสมการที่ (3) เราจะได้ สมการเชิงเวลา (Time Domain) ในรูปอินทิกรัล

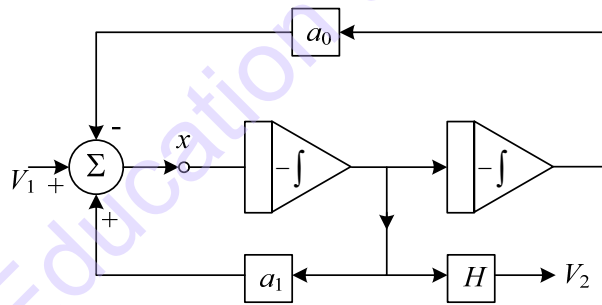
$$x(t) = v_1(t) - a_1 \int x(t) dt - a_0 \int \left[ \int x(t) dt \right] dt \quad (9.4ก)$$

$$v_2(t) = -|H| \int x(t) dt \quad (9.4ข)$$

โดยที่  $x(t) = \mathcal{L}^{-1}[X(s)]$  ซึ่งตัวแปรเหล่านี้ได้แก่  $x(t)$ ,  $\int x(t) dt$  และ  $\int \left[ \int x(t) dt \right] dt$  เรียกว่าตัวแปร State (State-variable) สำหรับการคำนวณออกแบบตัวกรองต่อไป ส่วนรูปบล็อกไดอะแกรมของสมการที่ (9.4) แสดงให้เห็นในรูปที่ 9.1

**9.1.2 การสร้างตัวกรอง State-variable**

บล็อกไดอะแกรมตามรูปที่ 9.1 เป็นสร้างตัวกรองขึ้นอินทิเกรเตอร์แบบกลับเฟส และ วงจรจริงได้แสดงไว้ในรูป 9.2 โดยสร้างขึ้นจากออปแอมป์ โดยฟังก์ชันแถบความถี่ผ่านของวงจรถจะเป็นไปตามสมการที่ (9.5)



รูปที่ 9.1 โครงสร้างทั่วไปของตัวกรอง State-variable

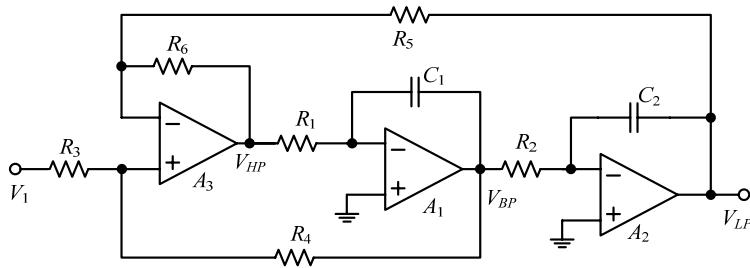
$$V_{LP}(s) = \frac{V_{BP}(s)}{sR_2C_2} \quad V_{BP}(s) = \frac{V_{HP}(s)}{sR_1C_1} \quad (9.5)$$

โดยที่  $V_{LP}(s)$ ,  $V_{BP}(s)$ , และ  $V_{HP}(s)$  คือเอาต์พุตของ LPF, BPF และ HPF ตามลำดับโดยสมการ HPF จะมีค่าเท่ากับ

$$V_{HP}(s) = -\frac{R_6}{R_5} V_{LP}(s) + \left( \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) \left( \frac{R_5 + R_6}{R_5} \right) V_1(s) + \left( \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right) \left( \frac{R_5 + R_6}{R_5} \right) V_{BP}(s) \quad (9.6)$$

ใช้สมการ (9.5) แทนค่า  $V_{LP}(s)$  และ  $V_{BP}(s)$  จะได้

$$V_{BP}(s) = -\frac{1}{sR_1C_1} \left[ \frac{R_6}{R_5} \frac{V_{BP}(s)}{sR_2C_2} + \frac{1+R_6/R_5}{1+R_3/R_4} V_1(s) + \frac{1+R_6/R_5}{1+R_3/R_4} V_{BP}(s) \right] \quad (9.7)$$



รูปที่ 9.2 วงจรกรองความถี่แบบ State-variable

สำหรับการหาค่า  $\frac{V_{BP}(s)}{V_1(s)}$  โดยใช้สมการที่ (9.5) เราสามารถหาค่าสมการถ่ายโอนของ BPF, LPF และ HPF ดังนี้

$$\frac{V_{BP}(s)}{V_1(s)} = -\frac{\left( \frac{1+R_6/R_5}{1+R_3/R_4} \frac{s}{R_1C_1} \right)}{D(s)} \quad (9.8ก)$$

$$\frac{V_{LP}(s)}{V_1(s)} = \frac{\frac{1+R_6/R_5}{1+R_3/R_4} \frac{1}{R_1C_1R_2C_2}}{D(s)} \quad (9.8ข)$$

$$\frac{V_{HP}(s)}{V_1(s)} = \frac{\frac{1+R_6/R_5}{1+R_3/R_4} s^2}{D(s)} \quad (9.8ค)$$

$$D(s) = s^2 + \frac{s}{R_1C_1} \frac{1+R_6/R_5}{1+R_4/R_3} + \frac{R_6/R_5}{R_1R_2C_1C_2} \quad (9.8ง)$$

จากสมการข้างต้นพบว่าตัวกรอง LPF และ HPF จะเป็นแบบไม่กลับเฟส ส่วน BPF จะเป็นแบบกลับเฟส ค่าของ  $\omega_n$  และ  $Q$  จะหาได้จาก

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{R_6/R_5}{R_1C_1R_2C_2}} \quad (9.9ก)$$

$$\frac{1}{Q} = \frac{1+R_6/R_5}{1+R_4/R_3} \sqrt{\frac{R_2R_5C_2}{R_1R_6C_1}} \quad (9.9ข)$$

ค่าของ  $H_0$  จะแตกต่างกันไปสำหรับ LPF, HPF และ BPF ซึ่งมีค่าเท่ากับ

Low-pass: 
$$H_0 = \frac{1+R_5/R_6}{1+R_3/R_4} \quad (9.10ก)$$

## บทที่ 9 ตัวกรองแบบที่ใช้วงจรรขยายหลายตัว

$$\text{Band-pass:} \quad H_0 = -\frac{R_4}{R_3} \quad (9.10\text{ข})$$

$$\text{High-pass} \quad H_0 = \frac{1+R_6/R_5}{1+R_3/R_4} \quad (9.10\text{ค})$$

สำหรับกรณีของตัวกรอง LPF ค่า  $H_0$  คือ อัตราขยายไฟตรง สำหรับกรณีของ BPF ค่า  $H_0$  อัตราขยายที่ความถี่เรโซแนนซ์ และ สำหรับกรณีของ HPF ค่า  $H_0$  คืออัตราขยายความถี่สูงมาก

### การออกแบบที่ 1

สำหรับกรณีของ ตัวกรองแบบที่ใช้วงจรรขยายตัวเดียว ซึ่งสามารถจะออกแบบให้ปรับค่า อุปกรณ์ได้ ตัวอย่างเช่น  $R_5=R_6$ ,  $R_1=R_2=R$  และ  $C_1=C_2=C$  จากสมการ (9.9)

$$\omega_n = \frac{1}{RC} \quad (9.11\text{ก})$$

$$\frac{1}{Q} = \frac{2}{1+R_4/R_3} \quad (9.11\text{ข})$$

สำหรับกรณีข้างล่างนี้อ้างอิงมาจาก (การออกแบบที่ 1) อาจจะใช้ดังนี้

1. กำหนดค่า  $\omega_n$  และ  $Q$
2. กำหนดค่าตัวแปรเพื่อง่ายต่อการคำนวณ ดังนี้  $C_1=C_2=C$  และ  $R_3=R_5=R_6$
3. ทำการคำนวณ

$$R_1=R_2 = \frac{1}{\omega_n C} \quad (9.12\text{ก})$$

$$R_4 = (2Q-1)R_3 \quad (9.12\text{ข})$$

4.  $H_0$  ก็จะกลายเป็น

$$\text{Low pass และ high pass:} \quad H_0 = \frac{2Q-1}{Q} \quad (9.13\text{ก})$$

$$\text{Band pass:} \quad H_0 = 1-2Q \quad (9.13\text{ข})$$

ตัวอย่างที่ 9.1-1 (การออกแบบตัวกรอง State-variable band-pass filter โดยใช้การออกแบบที่ 1)

ตัวกรองความถี่ State-variable band-pass filter ที่ต้องการมีคุณสมบัติดังนี้  $Q=20$  และ  $f_n=1\text{kHz}$  ด้วยการเลือกค่าตัวเก็บประจุ  $C_1=C_2=0.01\mu\text{F}$  และ  $R_3=R_5=R_6=10\text{k}\Omega$  ดังนั้นจากสมการที่ (9.12) เราจึงได้ค่า  $R_1=R_2=15.9\text{ k}\Omega$  และ  $R_4=390\text{ k}\Omega$  และ จากสมการที่ (9.10) หรือ (9.13) สามารถหาค่า  $H_0 = -39.0$  ด้วยการออกแบบในครั้งเดียวกันนี้ เราก็จะได้ฟังก์ชันของตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน และ ตัวกรองความถี่สูงผ่าน ที่  $Q=20$  และ  $f_n=1\text{kHz}$  ด้วย ในแต่ละเอาต์พุตดังรูปที่ 9.2 โดยมีค่า  $H_0=1.95$

สำหรับกรณีความถี่ Normalized เมื่อ  $\omega_n = 1$  rad/s ลดความยุ่งยากในกระบวนการออกแบบ จะทำการกำหนดค่าตัวต้านทาน และ ค่าตัวเก็บประจุให้มีค่าเท่ากับ 1 ยกเว้นตัวต้านทาน  $R_4$  จากค่าของตัวต้านทาน  $R_4$  จะใช้กำหนดค่า  $Q$  จากความสัมพันธ์  $R_4=2Q-1$

หนึ่งในคุณสมบัติหลักของการออกแบบคือ ค่าคงที่เวลา (Time constant) กำหนดโดย  $\omega_1 = \frac{1}{R_1 C_1}$  และ  $\omega_2 = \frac{1}{R_2 C_2}$  ซึ่งสามารถเลือกค่าทั้งสองให้เท่ากัน ณ ความถี่ธรรมชาติ  $\omega_n$  ดังนั้น  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_n$

## การออกแบบที่ 2

ตัวอย่างการออกแบบอีกวิธีหนึ่งซึ่งแตกต่างกับกระบวนการแรก ทั้ง 2 กรณีนี้ก็ได้อีกกำหนดขอบเขตของค่าคงที่เวลาของ  $\omega_1 = \frac{1}{R_1 C_1}$  และ  $\omega_2 = \frac{1}{R_2 C_2}$  ให้มากกว่าจุดไม่ยกตัว เราจะเลือก  $\omega_1 = \omega_2 = \sqrt{10}\omega_n$  ซึ่งในหัวข้อต่อไป จะกล่าวถึงการปรับปรุงคุณภาพของตัวกรองตามขั้นตอนดังกล่าว ขั้นตอนการออกแบบแสดงไว้ดังต่อไปนี้

1. กำหนดค่าตัวแปรเพื่อง่ายต่อการคำนวณดังนี้  $C_1=C_2=C$
2. ทำการคำนวณ

$$R = R_1 = R_2 = \frac{1}{\sqrt{10}\omega_n C} \quad (9.14ก)$$

$$R_3 = R_6 = R \text{ และ } R_5 = 10R \quad (9.14ข)$$

$$R_4 = R(1.1\sqrt{10}Q - 1) \quad (9.14ค)$$

3. ผลที่ได้ออกมาของ  $H_0$  คือ

$$\text{Low pass: } H_0 = \frac{11Q - \sqrt{10}}{Q} \quad (9.15ก)$$

$$\text{Band pass: } H_0 = 1 - 1.1\sqrt{10}Q \quad (9.15ข)$$

$$\text{และ High pass: } H_0 = \frac{1.1Q - 1/\sqrt{10}}{Q} \quad (9.15ค)$$

สำหรับ กรณีของความถี่ Normalized เมื่อ  $\omega_n = 1$  rad/s กระบวนการจะลดลงเป็นดังนี้

$$C_1 = C_2 = 1 \quad R_1 = R_2 = R_3 = R_6 = \frac{1}{\sqrt{10}} \quad (9.16ก)$$

$$R_5 = \sqrt{10} \quad R_4 = 1.1Q - \frac{1}{\sqrt{10}} \quad (9.16ข)$$

ตัวอย่างที่ 9.1-2 (การออกแบบตัวกรองตัวกรองแถบความถี่ที่ต้องการผ่านแบบ State-variable โดยใช้การออกแบบที่ 2)

## บทที่ 9 ตัวกรองแบบที่ใช้วงจรถายหลายตัว

ตัวกรองแถบความถี่ที่ต้องการผ่านแบบ State-variable ที่ต้องการมีคุณสมบัติเหมือนกับตัวอย่างที่ 9.1-1 ( $Q=20$  และ  $f_n=1\text{kHz}$ ) ถ้าเลือกค่าตัวเก็บประจุ  $C_1=C_2=0.005\mu\text{F}$  จากสมการที่ (9.14) เราได้ค่าความต้านทาน  $R_1=R_2=R_3=R_6=10.1\text{k}\Omega$  และ  $R_4=690\text{k}\Omega$  และ จากสมการที่ (9.15) สามารถหาค่า  $H_0=68.57$  ด้วยการออกแบบในครั้งเดียวกันนี้ เราก็จะได้ฟังก์ชันของตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน และตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน ที่มีค่า  $H_0=68.57$  และ  $1.084$  ตามลำดับ

### 9.1.3 ความไวของระบบ

หนึ่งในเหตุผลของความนิยมในตัวกรอง State-variable คือ ประสิทธิภาพด้านความไวต่ำจากนิยามให้หัวข้อที่ 6.1 และ ความสัมพันธ์ในสมการที่ (6.11) กรณีทั่วไปสามารถหาค่าได้ดังนี้

$$S_{R_1, C_1}^Q = -S_{R_2, C_2}^Q = \frac{1}{2} \quad (9.17ก)$$

$$S_{R_3}^Q = -S_{R_4}^Q = \frac{-1}{1 + R_3/R_4} \quad (9.17ข)$$

$$S_{R_5}^Q = -S_{R_6}^Q = -\frac{Q}{2} \frac{R_5 - R_6}{1 + R_4/R_3} \sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_5 R_6 R_1 C_1}} \quad (9.17ค)$$

$$S_{R_1, R_2, R_5, C_1, C_2}^{\omega_n} = -S_{R_6}^{\omega_n} = -\frac{1}{2} \text{ และ } S_{R_3, R_4}^{\omega_n} = 0 \quad (9.17ง)$$

จากความสัมพันธ์นี้ สามารถใช้ได้กับการออกแบบทั้งสอง สำหรับการออกแบบที่ 1 สมการที่ (9.17ข) และ สมการ (9.17ค) กลายเป็น

$$S_{R_3}^Q = -S_{R_4}^Q = \frac{1-2Q}{2Q} \approx -1 \quad (9.18ก)$$

$$S_{R_5}^Q = -S_{R_6}^Q = 0 \quad (9.18ข)$$

การประมาณค่าสำหรับกรณี  $Q$  สูง ทำนองเดียวกัน การออกแบบที่ 2 จะได้

$$S_{R_3}^Q = -S_{R_4}^Q = \frac{1-1.1\sqrt{10}Q}{1.1\sqrt{10}Q} \approx -1 \quad (9.19ก)$$

$$S_{R_5}^Q = -S_{R_6}^Q = 0.4091 \quad (9.19ข)$$

ความไวต่อระบบนั้นมีค่าน้อยกว่า  $|1|$  และ ตัวแปรหลายตัวมีค่าความไวเท่ากับ 0.5 หรือน้อยกว่า ค่าความไว  $Q$  ต่ออัตราขยายของออปแอมป์จะมีค่าน้อย ด้วยความสัมพันธ์  $Q/A$  โดยที่  $A_0$  เป็นอัตราขยายเปิดของออปแอมป์ ด้วยค่าความไวของระบบที่ต่ำ จึงสามารถออกแบบตัวกรอง State-variable ให้  $Q$  มีค่าสูงได้เป็นหลักร้อย

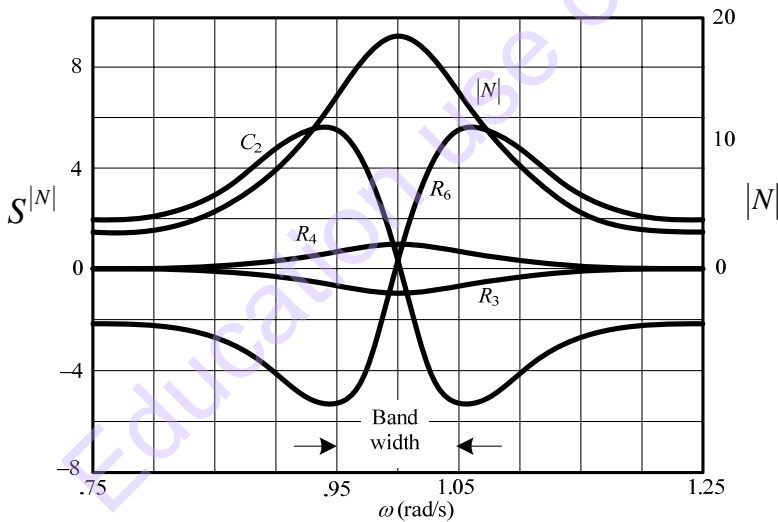
ด้วยคุณสมบัติความไวที่ดีของตัวกรองแบบนี้ บ่งบอกได้จากค่าความไวสำหรับ  $Q$  และ  $\omega_n$  ที่ต่ำ โดยทั่วไปเมื่อออกแบบให้ค่า  $Q$  สูงๆ ค่าความไวสำหรับความถี่ที่จตุรีไซแนส (ขนาดมีค่าสูงสุด) จะมีค่าต่ำมากๆ และ ที่เมื่อขอบของแถบความถี่ก็จะมีค่าความไวสูงขึ้น ดังตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 9.1-3 (ฟังก์ชันความไวของตัวกรอง State-variable)

จากสมการถ่ายโอนรูปแบบแรงดันของตัวกรอง State-variable band-pass filter ในสมการที่ (9.8) ด้วยการออกแบบที่ 1 ด้วยการสมมติค่าความถี่ และ อิมพีแดนซ์ทั้งหมด เป็นค่า Normalized ซึ่ง  $\omega_n = 1 \text{ rad/s}$  และ  $Q=10$  อุปกรณ์ต่างๆ มีค่าดังนี้  $C_1=C_2=1\text{F}$  และ  $R_1=R_2=R_3=R_5=R_6= 1\Omega$  และ  $R_4=19\Omega$  ฟังก์ชันถ่ายโอนรูปแบบแรงดันมีค่าเท่ากับ

$$\frac{V_{BP}(s)}{V_1(s)} = \frac{-1.9s}{s^2 + 0.1s + 1}$$

ผลลัพธ์บางตัวสามารถหาได้จากฟังก์ชันความไว ซึ่งกรณีนี้กำหนดให้ช่วงความถี่ที่ใช้พิจารณาเท่ากับ  $0.75 \leq \omega \leq 1.25 \text{ rad/s}$  แสดงไว้ดังรูปที่ 9.3 แสดงถึงค่าขนาดของความไวสำหรับ  $R_3, R_4, R_6$  และ  $C_2$  และ ในกรณีของฟังก์ชันโครงข่าย ส่วนกรณีค่าขนาดของความไวสำหรับ  $R_1, R_2, R_5$  และ  $C_1$  จะมีค่าใกล้เคียงกับค่าของความไวสำหรับ  $C_2$



รูปที่ 9.3 ฟังก์ชันความไวของตัวกรอง State-variable

จากกราฟความไวของฟังก์ชันดังแสดงในรูปที่ 9.3 อธิบายข้อดีเพิ่มเติม โดยความไวของ  $R_3, R_4$  จะมีค่าต่ำมาก แต่ก็มีขนาดสูงสุดที่ความถี่ไอเซนช  $\omega_n = 1 \text{ rad/s}$  คุณสมบัติของอุปกรณอื่นก็มีค่าความไวแตกต่างอยู่พอสมควร กล่าวคือมีค่าเป็นศูนย์ที่ความถี่ไอเซนช และ มีขนาดใหญ่สุดที่ขอบของแถบความถี่ผ่าน ซึ่งเราจะพบค่าความไวในลักษณะเช่นนี้กับตัวกรองที่ใช้วงจรขยายหลายตัวอื่นๆ ด้วยเช่นกัน จากกราฟรูปที่ 9.3 จะเห็นได้จากการเป็นไปได้ในการหักล้างกันของค่าความไวสามารถเกิดขึ้นได้ ดังตัวอย่างเช่น  $S_{R_3}^{|N(j\omega)} = -S_{R_4}^{|N(j\omega)}$  และ  $S_{R_5}^{|N(j\omega)} = -S_{R_6}^{|N(j\omega)}$  ด้วยเหตุนี้ในการเปลี่ยนของแปลงขนาดของ  $N(j\omega)$  ด้วยความต้านทานเหล่านี้ ก็สามารถหักล้างกันได้ หรือมีค่าเป็นศูนย์ อีก

## บทที่ 9 ตัวกรองแบบที่ใช้วงจรถายหลายตัว

ตัวอย่างหนึ่งจากกราฟความไว สำหรับ  $R_1, R_2, C_1$  และ  $C_2$  ซึ่งมีค่าใกล้เคียงกันมากๆ นั่นก็จะสามารถหักล้างกันในการเปลี่ยนแปลงค่าทางตรงกันข้ามของตัวเก็บประจุและความต้านทานนั้นๆ

### ตัวอย่างที่ 9.1-4 (การหักล้างความไวของตัวกรอง State-variable)

ใช้คุณสมบัติทางเทคนิค และ ฟังก์ชันความไว เช่นเดียวกับตัวอย่างที่ 9.3 อุปกรณ์ที่ใช้ในการออกแบบมีค่าดังต่อไปนี้

$$R_1=R_2=R_3=R_5=R_6= 1.01\Omega \text{ และ } R_4= 19.19\Omega \text{ และ } C_1=C_2=1.01F$$

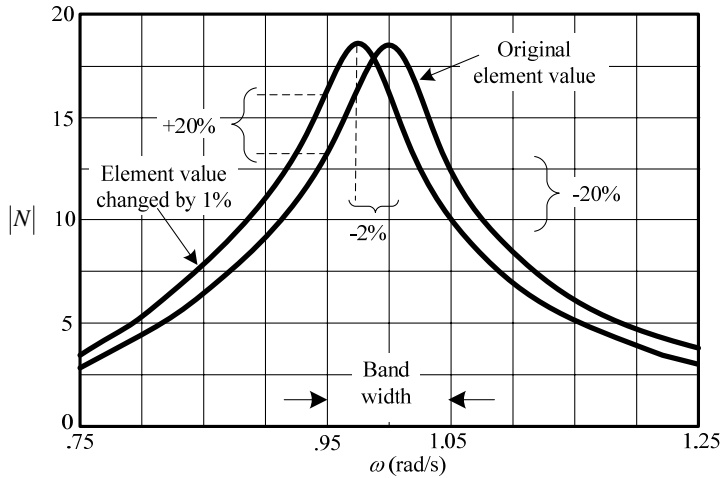
อุปกรณ์ข้างต้นมีการเปลี่ยนแปลงไป 1% จากค่าที่ได้ในตัวอย่างที่ 9.1-3 จากรูปที่ 9.3 ในด้านขอบ pass-band ด้านต่ำ จะได้

$$\begin{aligned} \frac{\Delta|N|}{|N|} &= S_{R_1}^{|N|} \frac{\Delta R_1}{R_1} + S_{R_2}^{|N|} \frac{\Delta R_2}{R_2} + S_{C_1}^{|N|} \frac{\Delta C_1}{C_1} + S_{C_2}^{|N|} \frac{\Delta C_2}{C_2} \\ &\quad + S_{R_3}^{|N|} \frac{\Delta R_3}{R_3} + S_{R_4}^{|N|} \frac{\Delta R_4}{R_4} + S_{R_5}^{|N|} \frac{\Delta R_5}{R_5} + S_{R_6}^{|N|} \frac{\Delta R_6}{R_6} \\ &= (5 \times 0.01) + (5 \times 0.01) + (5 \times 0.01) + (5 \times 0.01) \\ &\quad + (-0.4 \times 0.01) + (0.4 \times 0.01) + (5 \times 0.01) + (-5 \times 0.01) = 0.2 \end{aligned}$$

ค่าของผลกระทบทั้งหมด เมื่ออุปกรณ์ทุกตัวเปลี่ยนแปลงไป 1% จะทำให้ขนาดของฟังก์ชันตัวกรองเปลี่ยนแปลงไป 20% ในด้านขอบของแถบความถี่ผ่าน ด้านสูงก็คำนวณในหลักการเดียวกันก็จะมี การเปลี่ยนแปลงทางขนาดของฟังก์ชันตัวกรองไป -20% ผลกระทบอีกเรื่องหนึ่งคือ มีการเลื่อนลดลงของความถี่ไป ซึ่งสามารถตรวจสอบค่าความไวเมื่อความถี่รีโซแนนซ์เท่ากับ

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \omega_n}{\omega_n} &= S_{R_1}^{\omega_n} \frac{\Delta R_1}{R_1} + S_{R_2}^{\omega_n} \frac{\Delta R_2}{R_2} + S_{C_1}^{\omega_n} \frac{\Delta C_1}{C_1} + S_{C_2}^{\omega_n} \frac{\Delta C_2}{C_2} \\ &\quad + S_{R_3}^{\omega_n} \frac{\Delta R_3}{R_3} + S_{R_4}^{\omega_n} \frac{\Delta R_4}{R_4} + S_{R_5}^{\omega_n} \frac{\Delta R_5}{R_5} + S_{R_6}^{\omega_n} \frac{\Delta R_6}{R_6} \\ &= (-0.5 \times 0.01) + (-0.5 \times 0.01) + (-0.5 \times 0.01) + (-0.5 \times 0.01) \\ &\quad + (0 \times 0.01) + (0 \times 0.01) + (-0.5 \times 0.01) + (0.5 \times 0.01) = -0.02 \end{aligned}$$

ในกรณีนี้พบว่าเมื่ออุปกรณ์มีการเปลี่ยนแปลงไป 1% ก็จะมีผลทำให้ความถี่รีโซแนนซ์ เปลี่ยนไป -2% แสดงได้โดยการพล็อตกราฟคุณสมบัติทางขนาดของค่าต้นแบบ จากตัวอย่างที่ 9.1-3 และ ผลที่ได้ จากตัวอย่างนี้ แสดงในรูปที่ 9.4 พบว่าเมื่อฟังก์ชัน  $|N(j\omega)|$  เปลี่ยนไป  $\pm 20\%$  ความถี่รีโซแนนซ์จะ เปลี่ยนไป -2% และ กรณีค่าความต้านทานก็จะใช้การวิเคราะห์เหมือนกัน แต่กรณีการค่าตัวเก็บประจุ เปลี่ยนไป 0.99 (หรือ -1%) ค่าทางขนาดดูเหมือนกับไม่มีการเปลี่ยนแปลงเลย เนื่องมาจากการหักล้างกัน ของค่าความไว

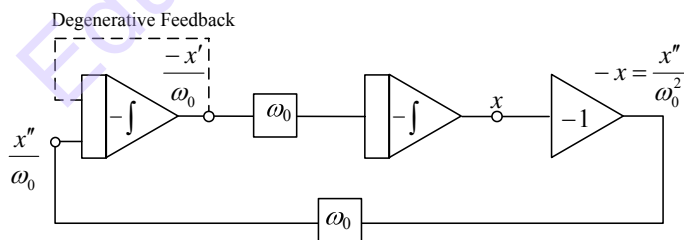


รูปที่ 9.4 ผลกระทบเมื่อค่าอุปกรณ์เปลี่ยนไปของตัวกรอง State-variable

ตัวกรอง State-variable ได้อธิบายในหัวข้อนี้ สามารถสร้างขึ้นเป็นฟังก์ชันตัวกรองชนิด LPF, BPF และ HPF ได้พร้อมๆ กัน ด้วยคุณลักษณะนี้สามารถนำไปขยายผลสู่การประยุกต์ใช้งานในรูปแบบของฟังก์ชันไมโครเดรติกได้หลายแบบ โดยจะแสดงไว้ในหัวข้อ 9.3 และ แสดงการสร้างขึ้นเชิงพาณิชย์ในหัวข้อ 9.4

## 9.2 ตัวกรองแบบใช้วงจรขยายหลายตัวชนิดอื่นๆ

ในหัวข้อก่อนหน้านี้นี้ได้กล่าวถึงตัวกรองแบบ State-variable มาแล้ว แต่ก็ไม่ได้มีแค่นั้น ได้มีผู้นำเสนอบทความเกี่ยวกับตัวกรองแบบใช้วงจรขยายหลายตัวชนิดอื่นๆ ในหัวข้อนี้จะนำเสนอตัวกรองที่รู้จักกันดีอีกตัวหนึ่งคือ ตัวกรอง Tow-Thomas ซึ่งมีความคล้ายคลึงกับตัวกรองแบบ Åkerberg-Mossberg



รูปที่ 9.5 โครงสร้างทั่วไปของตัวกรอง Tow-Thomas

### 9.2.1 ตัวกรอง Tow-Thomas

แนวทางพื้นฐานเพื่อจะพัฒนาตัวกรองโดยใช้วงจรกำเนิดสัญญาณ RC ด้วยการทำการป้อนกลับแบบลบ เพื่อย้ายความถี่ธรรมชาติออกไปจากแกน  $j\omega$  ไปยังครึ่งซ้ายของระนาบ  $s$  โดยบล็อกไดโอะแกรมได้แสดงไว้ในรูป 9.5 โดยไม่มีส่วนของการป้อนกลับแบบลบ ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการดิฟเฟอเรนเชียลได้ดังนี้

**บทที่ 9** ตัวกรองแบบที่ใช้วงจรรายหลายตัว

$$x''(t) + \omega_0^2 x(t) = 0 \quad (9.20)$$

ผลลัพธ์ได้เท่ากับ

$$x(t) = A \sin \omega_0 t \quad (9.21)$$

จากรูปที่ 9.5 เมื่อสร้างขึ้นจากออปแอมป์จะได้เป็นดังรูปที่ 9.6 เรียกว่าตัวกรอง Tow – Thomas โดย  $R_1$  เป็นตัวลดอัตราขยายแบบป้อนกลับ (Degenerate feedback path) สัญญาณอินพุต  $V_1$  ป้อนเข้ามาโดยผ่าน  $R_4$  การวิเคราะห์ตัวกรองนี้ เริ่มต้นด้วยการหา  $V_{BP}(s)/V_1(s)$  สัญญาณ  $V_{BP}(s)$  หาได้จาก

$$V_{BP}(s) = -\frac{-s/R_4 C_1}{s+1/R_1 C_1} V_1(s) - \frac{1/R_3 C_1}{s+1/R_1 C_1} V_x(s) \quad (9.22)$$

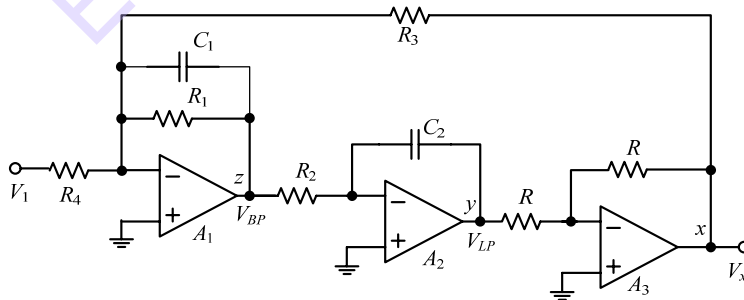
จากรูปพบว่า

$$V_x(s) = -V_{LP}(s) = -\frac{V_{BP}(s)}{sR_2 C_2} \quad (9.23)$$

แทนสมการที่ (23) ในสมการที่ (22) สมการถ่ายโอนของตัวกรอง Tow – Thomas ได้เป็น

$$\frac{V_{BP}(s)}{V_1(s)} = -\frac{-s/R_4 C_1}{s^2 + s/R_1 C_1 + 1/R_2 R_3 C_1 C_2} \quad (9.24ก)$$

$$\frac{V_{LP}(s)}{V_1(s)} = \frac{1/R_2 R_4 C_1 C_2}{s^2 + s/R_1 C_1 + 1/R_2 R_3 C_1 C_2} \quad (9.24ข)$$



รูปที่ 9.6 ตัวกรองแบบ Tow-Thomas

ถ้าเอาต์พุตของ Low-pass มาจากเอาต์พุตของวงจรรายหลายเฟส ซึ่งก็ได้เป็นคุณสมบัติของตัวกรองความถี่ต่ำผ่านแบบกลับเฟส ด้วยเช่นกัน เมื่ออินพุตที่เกเรตทางอุดมคติระหว่าง z กับ y จึงทำให้เราได้ฟังก์ชัน Bandpass ที่ z แต่ด้วยหลักการนี้ วงจรไม่สามารถกำหนดฟังก์ชัน High-pass ได้โดยตรง

### 9.2.2 การออกแบบ

ถ้าเราทำให้ส่วนเท่ากับฟังก์ชันตัวกรองแถบความถี่ที่ต้องการผ่านอันดับสองมาตรฐาน ในหัวข้อที่ 8.3 เราจะได้

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{R_2 R_3 C_1 C_2}} \quad (9.25ก)$$

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{R_1} \sqrt{\frac{R_2 R_3 C_2}{C_1}} \quad (9.25ข)$$

ค่าเกน  $H_0$  มีค่าเท่ากับ

สำหรับ LPF: 
$$H_0 = \frac{R_3}{R_4} \quad (9.26ก)$$

สำหรับ BPF: 
$$|H_0| = \frac{R_1}{R_4} \quad (9.26ข)$$

การออกแบบวิธีปฏิบัติสามารถพัฒนาโดยการสมมติ  $R_2=R_3=R$  และ  $C_1=C_2=C$  และดำเนินการดังต่อไปนี้

1. สมมติ  $\omega_n$ ,  $Q$  และ  $H_0$  ตามต้องการ
2. ให้  $R_2=R_3=R$  และ  $C_1=C_2=C$
3. เลือก  $R$  หรือ  $C$  อย่างใดอย่างหนึ่ง โดยใช้สมการ

$$\omega_n = \frac{1}{RC} \quad (9.27ก)$$

4. คำนวณ 
$$R_1 = QR \quad (9.27ข)$$

Low pass 
$$R_4 = \frac{R}{H_0} \quad (9.27ค)$$

Bandpass 
$$R_4 = \frac{R_1}{|H_0|} \quad (9.27ง)$$

สำหรับการหาความถี่ และ Impedance ให้กำหนด  $R = C = 1$

$$\omega_n = 1, \quad Q = R_1, \quad H_0(LP) = \frac{1}{R_4}, \quad H_0(BP) = -\frac{R_1}{R_4} \quad (9.28)$$

ตัวอย่างที่ 9.2-1 (ตัวกรอง Tow-Thomas)

ออกแบบตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน และ ตัวกรองแถบความถี่ที่ต้องการผ่านแบบ Tow-Thomas โดยมีคุณสมบัติดังนี้  $Q=20$ ,  $f_n=1\text{kHz}$  และ  $|H_0|=1$  โดยกำหนดให้  $C_1=C_2=C=0.01\mu\text{F}$  ดังนั้น  $R=15.915 \text{ k}\Omega$  และ  $R_1=318.31 \text{ k}\Omega$  สำหรับกรณี LPF  $R_4=15.915 \text{ k}\Omega$  และ สำหรับกรณี BPF  $R_4=318.31 \text{ k}\Omega$

ความไวสำหรับ  $Q$  และ  $\omega_n$  ของตัวกรอง Tow-Thomas สามารถหาค่าได้โดยใช้สมการที่ (9.25) และ หลักการในหัวข้อ 6.1 ได้เป็น

**บทที่ 9** ตัวกรองแบบที่ใช้วงจรถายหลายตัว

$$S_{R_1}^Q = 1 \quad S_{R_2, R_3, C_2}^Q = -S_{C_1}^Q = -\frac{1}{2} \quad S_{R_4}^Q = 0 \quad (9.29ก)$$

$$S_{R_2, R_3, C_1, C_2}^{\omega_n} = -\frac{1}{2} \quad S_{R_1, R_4}^{\omega_n} = 0 \quad (9.29ข)$$

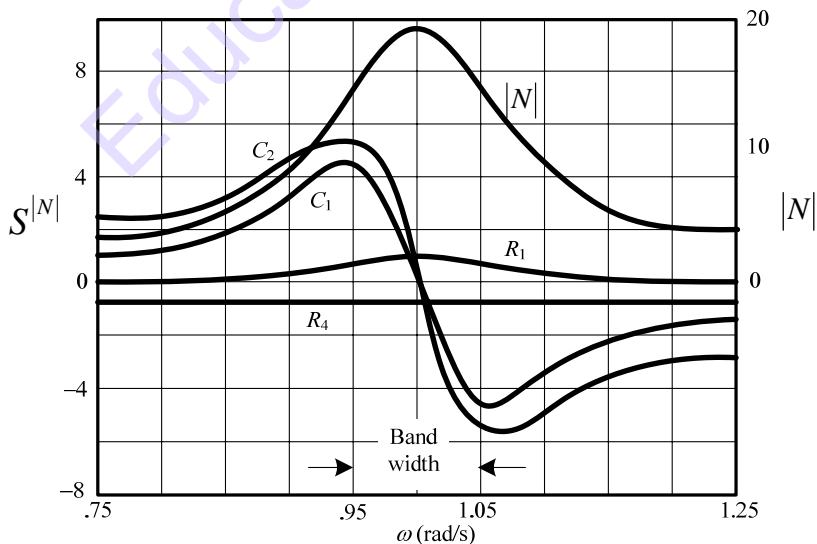
จากค่าความไวที่ได้พบว่ามีคุณสมบัติที่ดี คือมีความไวต่ำนั่นเอง

ตัวอย่างที่ 9.2-2 (ฟังก์ชันความไวสำหรับตัวกรอง Tow-Thomas)

จากฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดันของ ตัวกรอง Tow-Thomas ในสมการที่ (9.24) สามารถนำมาใช้หาค่าความไวของฟังก์ชัน ด้วยการกำหนดคุณสมบัติของตัวกรองโดยใช้ความถี่ และ อิมพีแดนซ์ที่เกี่ยวข้องของแบบ Normalized ดังนี้  $\omega_n = 1 \text{ rad/s}$ ,  $Q=10$  และ  $|H_0|=19$  ส่วนอุปกรณ์ต่างๆ มีค่าดังนี้  $C_1=C_2=1\text{F}$  และ  $R_2=R_3=1\Omega$  และ  $R_4=1/1.9=0.5263\Omega$ ,  $R_1=10\Omega$  ฟังก์ชันแรงดันถ่ายโอนมีค่าเท่ากับ

$$\frac{V_{BP}(s)}{V_1(s)} = -\frac{1.9s}{s^2 + 0.1s + 1}$$

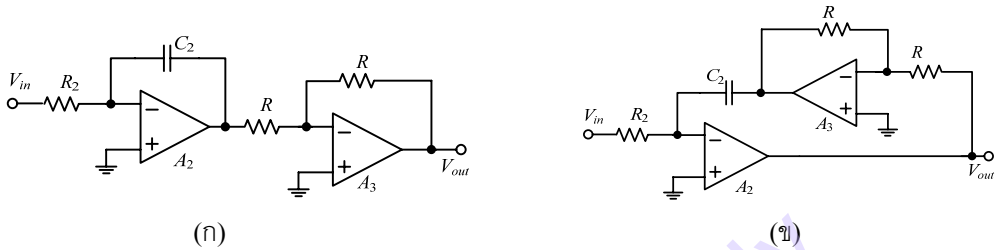
ในผลลัพธ์บางตัวที่ได้จากการหาค่าฟังก์ชันความไว และ ประเมินค่าในช่วง  $0 \leq \omega \leq 2 \text{ rad/s}$  ดังแสดงในรูปที่ 9.7 เส้นโค้งความไวของ  $R_2$  และ  $R_3$  มีค่าเท่ากับค่าความไวของ  $C_2$  สังเกตได้ว่าเส้นโค้งความไว  $R_4$  เป็นเส้นตรง ไม่ขึ้นกับความถี่ที่เปลี่ยนไป ซึ่งก็หมายถึงความค่านานาตัวนี้จะเป็นตัวคุณคงที่ ทำนองเดียวกันกับกรณีของตัวกรอง State-variable ในตัวอย่างที่ 9.1-3 และ 9.1-4 สามารถสร้างโดยใช้เส้นโค้งเหล่านี้



รูปที่ 9.7 ฟังก์ชันความไวของตัวกรอง Tow-Thomas

9.2.3 ตัวกรอง Åkerberg-Mossberg

ตัวกรอง Tow-Thomas ที่ได้กล่าวไว้ก่อนหน้านี้อาจจะกล่าวได้ว่าเป็นการต่อแบบไล่ลำดับระหว่างของอินทิเกรเตอร์แบบสูญเสีย (Lossy Integrator) แบบกลับเฟสกับ อินทิเกรเตอร์แบบไม่สูญเสีย (Lossless Integrator) แบบไม่กลับเฟสดังรูป โดยที่อินทิเกรเตอร์ แบบไม่กลับเฟสแสดงดังรูปที่ 9.8(ก) สามารถออกแบบแทนด้วย วงจรรีบบนที่ที่มีการป้อนกลับด้วยออปแอมป์ แทนการต่อแบบป้อนเดินหน้า ดังแสดงไว้ในรูปที่รูป 9.8 (ข)

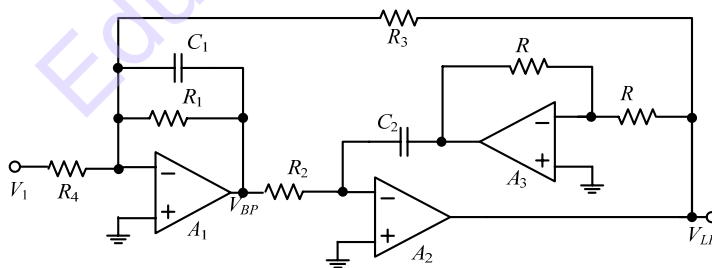


รูปที่ 9.8 วงจรรีบบนที่อินทิเกรเตอร์แบบไม่กลับเฟส

สำหรับวงจรรูป 9.8 จะได้ Voltage transfer function เป็น

$$\frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \frac{1}{sR_2C_2} \tag{30}$$

จากรูปแบบใหม่จะทำให้มีการชดเชยด้านเฟสที่ดีขึ้น ในกรณีความถี่สูง เช่นในกรณี Gain Bandwidth ของออปแอมป์ และ ตัวกรอง Åkerberg-Mossberg ที่สมบูรณ์ได้แสดงไว้ดังรูปที่ 9.9 ด้านคุณสมบัติถ่ายโอนแรงดัน และ ความไวจะมีค่าเหมือนกับค่าของตัวกรอง Tow-Thomas ในสมการที่ (9.24)-(9.29)



รูปที่ 9.9 ตัวกรองแบบ Åkerberg-Mossberg

9.3 ตัวกรองไบควอดเรติกที่ใช้วงจรรขยายหลายตัว

ในหัวข้อก่อนหน้านี้ของบทนี้ ที่ได้กล่าวถึงการสังเคราะห์ตัวกรองด้วยวงจรรขยายหลายตัว ในเวลาเดียวกันสามารถทำหน้าที่เป็นตัวกรองได้หลายแบบ ตัวอย่างเช่น สำหรับตัวกรอง State-variable สามารถให้คุณสมบัติเป็น LPF, BPF และ HPF ส่วนตัวกรอง Tow-Thomas และ Åkerberg-

## บทที่ 9 ตัวกรองแบบที่ใช้วงจรถ่ายหลายตัว

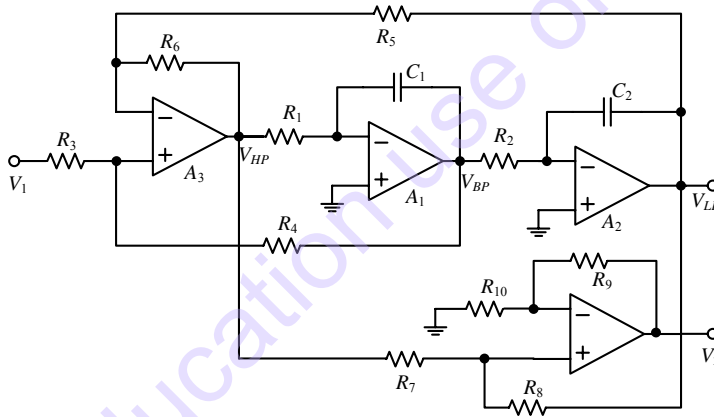
Mossberg จะให้คุณสมบัติเป็น LPF และ BPF ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงการในตัวกรองเหล่านี้มาขยายผลไปสู่ฟังก์ชันโครงข่ายแบบไบควอดเรติกต่อไป

### 9.3.1 ตัวกรอง State-Variable Biquadratic ทัวไป

ฟังก์ชันโครงข่ายไบควอดเรติกทัวไป สามารถเขียนอยู่ในรูปแบบดังนี้

$$\frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = H \frac{s^2 + b_1s + b_0}{s^2 + a_1s + a_0} = H \frac{s^2 + (\omega_z/Q_z)s + \omega_z^2}{s^2 + (\omega_p/Q_p)s + \omega_p^2} \quad (9.29)$$

สมการที่สอง บางครั้งจะถูกเรียกว่าฟังก์ชันไบควอดเรติกมาตรฐาน ในการสร้างฟังก์ชันใหม่จะทำการเพิ่มส่วนรวมสัญญาณด้วยออปแอมป์ตัวที่สี่ และ ตัวต้านทานอีกเล็กน้อย การสังเคราะห์ฟังก์ชันในสมการที่ (9.31) สัมประสิทธิ์  $H_0$ ,  $b_0$  และ  $b_1$  จะต้องมีค่ามากกว่าศูนย์ โดยจะใช้โครงสร้างในรูป 9.2 มาปรับเป็นโครงสร้างดังรูปที่ 9.3-1 ซึ่งจะทำการเพิ่มออปแอมป์  $A_4$  เข้าไป ซึ่งเอาต์พุตของ LPF และ HPF โดยปกติจะมีเกนเป็นบวกอยู่แล้ว ซึ่งจะทำการรวมทั้งสองอินพุตที่ขาบวกของออปแอมป์



รูปที่ 9.10 ฟังก์ชันไบควอดเรติกสร้างจากตัวกรอง State-variable

เราสามารถเปลี่ยนแปลงค่าในรูปที่ 9.2 โดยการเพิ่มส่วนขยายในรูป 9.10 เข้าไป ซึ่งจะทำให้เอาต์พุตของ LPF และ HPF นั้นเป็นแบบไม่กลับเฟสส่วนเอาต์พุตของ BPF ที่เป็น แบบกลับเฟส จะต้องเปลี่ยนให้เป็นแบบไม่กลับเฟสโดยการรวมเข้าที่อินพุตขาลบของออปแอมป์ตัวที่ 4 ของ  $A_4$  เข้าไป เอาต์พุต  $V_2(s)$  ในรูป State-variable โดยใช้หลักการ Superposition สามารถเขียนได้ดังนี้

$$V_2(s) = \frac{1+R_9/R_{10}}{1+R_7/R_8} V_{HP}(s) - \frac{R_9}{R_{10}} V_{BP}(s) + \frac{1+R_9/R_{10}}{1+R_8/R_7} V_{LP}(s) \quad (9.32)$$

จากสมการที่ (9.8) ในหัวข้อ 9.1 และสมการที่ (9.32) เราจะได้ว่า

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \left( \frac{1+R_9/R_{10}}{1+R_7/R_8} \right) \left( \frac{1+R_6/R_5}{1+R_3/R_4} \right) \frac{s^2 + \frac{s}{R_1 C_1} \frac{1+R_7/R_8}{1+R_{10}/R_9} + \frac{R_7/R_8}{R_1 C_1 R_2 C_2}}{s^2 + \frac{s}{R_1 C_1} \frac{1+R_6/R_5}{1+R_4/R_3} + \frac{R_6/R_5}{R_1 C_1 R_2 C_2}} \quad (9.33)$$

เพื่อความสะดวกในการออกแบบ เมื่อเราให้  $R_1=R_2=R_3=R_5=R_8=R_9=1\Omega$  และ  $C_1=C_2=1F$  เราจะได้ว่า

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{R_4}{R_{10}} \frac{(1+R_6)(1+R_{10})}{(1+R_4)(1+R_7)} \frac{s^2 + s \frac{1+R_7}{1+R_{10}} + R_7}{s^2 + s \frac{1+R_6}{1+R_4} + R_6} \quad (9.34)$$

เทียบสมการที่ (9.31) กับ สมการที่ (9.34) พบว่า

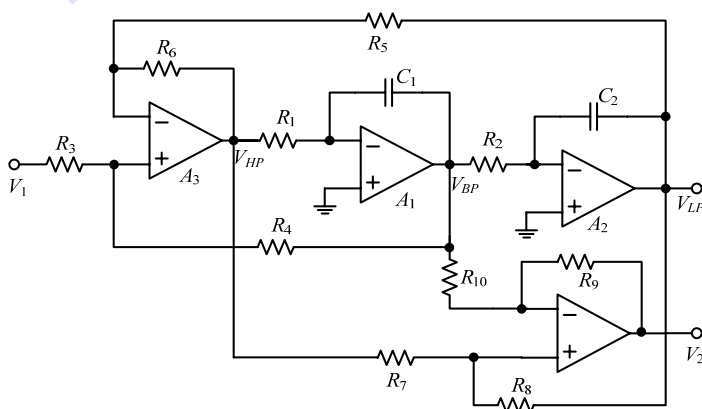
$$\omega_z = \sqrt{R_7} \quad Q_z = \sqrt{R_7} \frac{1+R_{10}}{1+R_7} \quad (9.35ก)$$

$$\omega_p = \sqrt{R_6} \quad Q_p = \sqrt{R_6} \frac{1+R_4}{1+R_6} \quad (9.35ข)$$

จากสมการด้านบนนี้เราจะเห็นได้ว่า ค่าซีโรบนแกน  $j\omega$  ของตัวกรองไปควอดเดรติก State-Variable อาจจะถูกออกแบบได้โดยใช้  $R_6$  และ  $R_7$  ไปควบคุม  $\omega_p$  และ  $\omega_z$  ส่วน  $R_4$  และ  $R_{10}$  ใช้ควบคุม  $Q_p$  และ  $Q_z$

### 9.3.2 ตัวกรอง State-variable แบบ zeros อยู่บนแกน $j\omega$

การดัดแปลงวงจรจะแสดงในรูปที่ 9.10 ที่อาจพบมากวิธีหนึ่งก็คือ การทำให้ค่าซีโรของโครงข่ายไปอยู่บนแกน  $j\omega$  ในการออกแบบประมาณค่าเชิพแบบอินเวอร์ส และ ซิลิปติก จะต้องกำหนดสมการที่ (9.31) ให้  $b_1=0$  และ  $Q_z=\infty$  และ จากรูปที่ 9.10 สุดท้ายพบว่า  $R_{10}$  จะไม่เชื่อมต่อกับ  $V_{BP}(s)$  และ จะต่อลงกราวด์แทน วงจรที่ได้ใหม่แสดงไว้ดังรูปที่ 9.11 และ สมการที่ (9.32) ก็จะกลายเป็น



รูปที่ 9.11 ตัวกรอง State-variable กับแกน  $j\omega$ -zeros

**บทที่ 9** ตัวกรองแบบที่ใช้วงจรขยายหลายตัว

$$V_2(s) = \frac{1+R_9/R_{10}}{1+R_7/R_8} V_{HP}(s) + \frac{1+R_9/R_{10}}{1+R_8/R_7} V_{LP}(s) \quad (9.36)$$

จากสมการที่ (9.8) ในหัวข้อ 9.1 และสมการที่ (34) เราจะได้

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \left( \frac{1+R_9/R_{10}}{1+R_7/R_8} \right) \left( \frac{1+R_6/R_5}{1+R_3/R_4} \right) \frac{s^2 + \frac{R_7/R_8}{R_1 C_1 R_2 C_2}}{s^2 + \frac{s}{R_1 C_1} \frac{1+R_6/R_5}{1+R_4/R_3} + \frac{R_6/R_5}{R_1 C_1 R_2 C_2}} \quad (9.37)$$

จากสมการเราจะทำให้เข้าใจง่ายขึ้นได้โดยให้  $R_1=R_2=R_3=R_5=R_8=R_9=1\Omega$  และ  $C_1=C_2=1F$  เราจะได้ว่า

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{R_4}{R_{10}} \frac{(1+R_6)(1+R_{10})}{(1+R_4)(1+R_7)} \frac{s^2 + R_7}{s^2 + s \frac{1+R_6}{1+R_4} + R_6} \quad (9.38)$$

จากสมการที่ (9.31) ถึง (9.38) จะได้ผลออกมาดังนี้

$$\omega_z = \sqrt{R_7} \quad Q_z = \infty \quad (9.39ก)$$

$$\omega_p = \sqrt{R_6} \quad Q_p = \sqrt{R_6} \frac{1+R_4}{1+R_6} \quad (9.39ข)$$

จากหลักการทำให้โรให้อยู่บนแกน  $j\omega$  ของตัวกรอง State-variable พบว่าเราอาจจะออกแบบโดยให้  $R_6$  และ  $R_7$  เป็นตัวควบคุมค่า  $\omega_p$  และ  $\omega_z$  และ  $R_4$  เป็นตัวควบคุมค่า  $Q_p$  ส่วน  $R_{10}$  ก็เป็นส่วนกำหนดอัตราขยายของออปแอมป์ที่เพิ่มเข้ามา

ตัวอย่างที่ 9.3-1 (State-variable ด้วยค่าซีโรบนแกน  $j\omega$ )

ต้องการออกแบบฟังก์ชันอิลิปติกอันดับสอง ที่มีการกระเพื่อม 1dB และมีแถบความถี่ผ่านระหว่าง  $0 \leq \omega \leq 1$  มีการลดทอนที่แถบความถี่หยุด ( $\omega \geq 2$  rad/s) ฟังก์ชันโครงข่ายจะได้เท่ากับ

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = H \frac{s^2 + 7.464102}{s^2 + 0.998942s + 1.170077}$$

ตัวแปรที่เกี่ยวข้องมีค่าเท่ากับ

$$\omega_z = 2.732051 \quad \omega_p = 1.081701 \quad Q_p = 1.082847$$

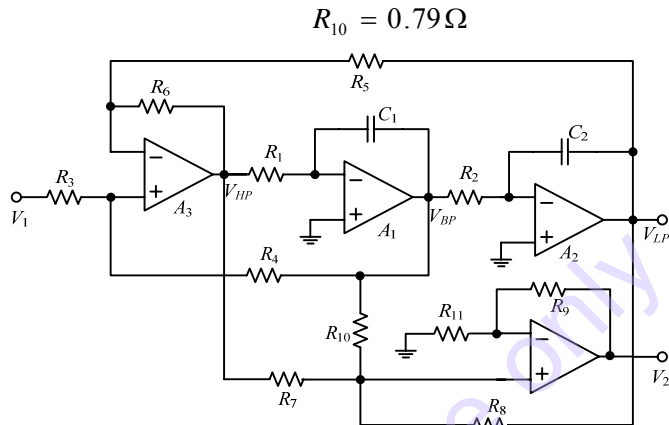
จากสมการที่ (9.39) และ ตัวแปรด้านบนเราได้

$$R_4 = 1.1724\Omega \quad R_6 = 1.1701\Omega \quad R_7 = 7.4641\Omega$$

จากสมการที่ (9.38) พบว่า  $H = 0.13836(1 + R_{10})/R_{10}$  ถ้าสมมุติให้อัตราขยายทางไฟตรงมีค่าเท่ากับ 2 ดังนั้นจากสมการถ่ายโอนข้างต้นจะกลายเป็น

$$2 = 0.13836 \left( \frac{1 + R_{10}}{R_{10}} \right) \frac{7.464102}{1.170077}$$

เพราะฉะนั้น



รูปที่ 9.12 ตัวกรอง State-variable แบบซีโรอยู่ด้านขวาของระนาบ  $s$

### 9.3.3 ตัวกรอง State-variable แบบซีโรอยู่ด้านขวาของระนาบ $s$

การดัดแปลงวงจรจะแสดงในรูปที่ 9.10 อีกแบบหนึ่งก็คือ การทำให้ค่า Zeros ของโครงข่ายไปอยู่ระนาบขวาของระนาบ  $s$  ในกรณีนี้ในสมการที่ (9.31) ค่าสัมประสิทธิ์  $b_1$  และ ค่าตัวแปรคุณภาพ  $Q_c$  มีค่าเป็นลบ การปรับเปลี่ยนวงจรจะทำได้โดยย้ายจุดต่อ  $R_{10}$  ที่ต่ออยู่ที่ขา inverting มาต่อที่ขา Non-inverting ของออปแอมป์ และ เพิ่มตัวต้านทาน  $R_{11}$  มาต่อแทน  $R_{10}$  โดยต่อลงกราวด์ข้างหนึ่งดังแสดงดังรูปที่ 9.12 และ สมการที่ (9.32) ก็จะกลายเป็น

$$V_2(s) = \frac{1 + R_9/R_{11}}{1 + R_7/R_8 \parallel R_{10}} V_{HP}(s) - \frac{1 + R_9/R_{11}}{1 + R_{10}/R_7 \parallel R_8} V_{BP}(s) + \frac{1 + R_9/R_{11}}{1 + R_8/R_7 \parallel R_{10}} V_{LP}(s) \quad (9.40)$$

สัญลักษณ์  $R_i \parallel R_j$  ได้มาจากการต่อขนานโดย  $R_i$  และ  $R_j$  จากสมการที่ (9.8) จากหัวข้อที่ 9.1 และสมการที่ (9.40) เราจะได้

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{(1 + R_9/R_{11})(1 + R_6/R_5)}{1 + R_3/R_4} \times \frac{s^2 + \frac{s}{R_1 C_1} + \frac{1}{1 + R_{10}/R_7 \parallel R_8} + \frac{1}{1 + R_8/R_7 \parallel R_{10}} + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}{s^2 + \frac{s}{R_1 C_1} + \frac{1 + R_6/R_5}{1 + R_4/R_3} + \frac{R_6/R_5}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (9.41)$$

### บทที่ 9 ตัวกรองแบบที่ใช้วงจรถ่ายหลายตัว

เพื่อให้สะดวกในการออกแบบ กำหนดให้  $R_1=R_2=R_3=R_5=R_9=R_{10}=R_{11}=1\Omega$  และ  $C_1=C_2=1F$  สำหรับค่าที่ได้จะออกมาเป็น

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{2R_8(1+R_6)}{\left(1 + \frac{1}{R_4}\right)(R_8 + R_7R_8 + R_7)s^2 + s\frac{1+R_6}{1+R_4} + R_6} s^2 - R_7s + R_7/R_8 \quad (9.42)$$

จากสมการที่ (31) ถึง (42) ผลที่ได้ออกมาจะเป็น

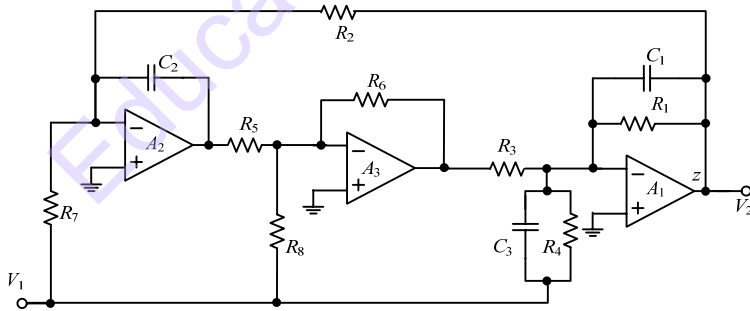
$$\omega_z = \sqrt{\frac{R_7}{R_8}} \quad Q_z = \sqrt{\frac{1}{R_7R_8}} \quad (9.43ก)$$

$$\omega_p = \sqrt{R_6} \quad Q_p = \sqrt{R_6} \frac{1+R_4}{1+R_6} \quad (9.43ข)$$

#### 9.3.4 ตัวกรองไบควอดแบบ Tow-Thomas

จากหลักการของตัวกรอง Tow-Thomas ในหัวข้อ 9.2 สามารถนำมาดัดแปลงเป็นฟังก์ชันตัวกรองไบควอดเดอริก เริ่มต้นด้วยการหมุนเพื่อให้เอาท์พุทมาออกที่ออปแอมป์  $A_1$  ในด้านขวาสุด และเพิ่มตัวเก็บประจุ  $C_3$  รวมทั้งป้อนสัญญาณอินพุท พร้อมกันดังรูปที่ 9.13 สมการถ่ายโอนสามารถเขียนได้เป็น

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{-C_3 s^2 + s\left(\frac{1}{R_4} - \frac{R_6}{R_5R_3}\right)\frac{1}{C_3} + \frac{R_6}{R_5R_3R_7C_2C_3}}{s^2 + s\frac{1}{R_1C_1} + \frac{R_6}{R_2R_3R_5C_1C_2}} \quad (9.44)$$



รูปที่ 9.13 ตัวกรอง Tow-Thomas สำหรับฟังก์ชันไบควอดเดอริก

เทียบสมการที่ (9.31) กับ (9.44) จะได้

$$\omega_z = \sqrt{\frac{R_6}{R_3R_5R_7C_2C_3}} \quad \frac{1}{Q_z} = \left(\frac{1}{R_4} - \frac{R_6}{R_5R_3}\right) \sqrt{\frac{R_3R_5R_7C_2}{R_6C_3}} \quad (9.45ก)$$

$$\omega_p = \sqrt{\frac{R_6}{R_2R_3R_5C_1C_2}} \quad \frac{1}{Q_p} = \frac{1}{R_1} \sqrt{\frac{R_2R_3R_5C_2}{R_6C_1}} \quad (9.45ข)$$

ด้วยการออกแบบตัวกรองดังรูปที่ 9.13 สามารถให้คุณสมบัติเป็น HPF ได้อีกด้วย ซึ่งโครงสร้างแบบพื้นฐาน (รูปที่ 9.6) ไม่สามารถทำได้

## 9.4 ผลกระทบแฝงของออปแอมป์ Gain-Bandwidth

ผลกระทบของออปแอมป์ Gain-Bandwidth เป็นตัวกำหนดข้อจำกัดด้านประสิทธิภาพของตัวกรอง ซึ่งได้เคยกล่าวถึงไว้แล้วในหัวข้อ 5.7 สำหรับตัวกรองที่ใช้ออปแอมป์ตัวเดียว แน่นนอนว่า Gain-Bandwidth ก็จะมีจำกัดประสิทธิภาพของตัวกรองที่ใช้ออปแอมป์หลายตัว ซึ่งจะกล่าวถึงดังต่อไปนี้

### 9.4.1 ตัวกรอง State-variable กับ Gain-Bandwidth

ในหัวข้อ 5.7 นั้น แบบจำลองของเกนแบบรูปเปิด  $A(s)$  ของออปแอมป์ ในรูปของ Gain-Bandwidth  $GB=A_0\omega_u$  โดยที่  $A_0$  เป็นอัตราขยายรูปเปิดไฟตรง และ  $\omega_u$  เป็นตำแหน่งของโพลเด่นชัดตั้งแสดงด้วย

$$A(s) = \frac{GB}{s} \quad (9.46)$$

$$\begin{aligned} D(s) = & s^5 \frac{1+m}{GB^3} + s^4 \left[ \frac{(1+m)(\omega_1 + \omega_2)}{GB^3} + \frac{3+2m}{GB^2} \right] \\ & + s^3 \left[ \frac{(1+m)\omega_1\omega_2}{GB^3} + \frac{(2+m)(\omega_1 + \omega_2)}{GB^2} + \frac{3+m}{GB} \right] \\ & + s^2 \left[ \frac{\omega_1\omega_2}{GB^2} + \frac{\omega_1 + \omega_2 + \omega_n/Q}{GB} + 1 \right] + s \left[ \frac{\omega_n}{Q} \left( \frac{\omega_2}{GB} + 1 \right) \right] + \omega_n^2 \end{aligned} \quad (9.47)$$

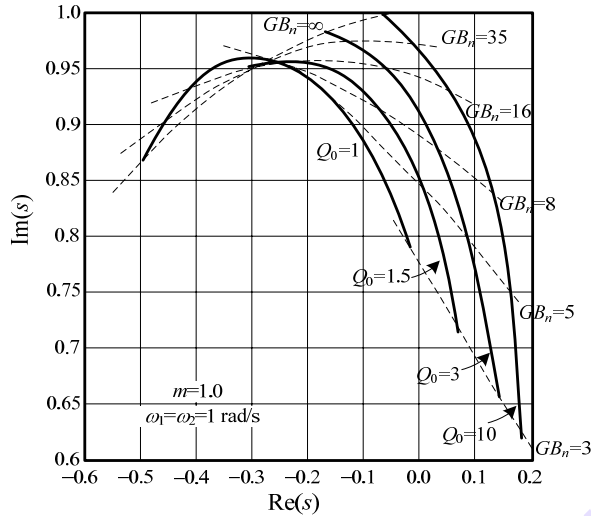
โดยสมมติให้ออปแอมป์ทุกตัวมี Gain-Bandwidth เท่ากัน และ กำหนดให้

$$m = \frac{R_6}{R_5}, \quad \omega_1 = \frac{1}{R_1C_1}, \quad \omega_2 = \frac{1}{R_2C_2}, \quad \omega_n^2 = m\omega_1\omega_2, \quad \frac{\omega_n}{Q} = \frac{1+m}{1+R_4/R_3}\omega_1 \quad (9.48)$$

จากสมการที่ (9.47) เป็นสมการกำลังห้า ซึ่งเป็นผลมาจากตัวเก็บประจุ 2 ตัว และ ออปแอมป์ 3 ตัว เนื่องด้วยค่าของควมถี่ Gain-Bandwidth จะมีค่าเข้าใกล้อนันต์ จากสมการที่ (9.47) จึงสามารถลดรูปมาอยู่ในรูปโพลีโนเมียลกำลังสองดังนี้

$$D(s) = s^2 + \frac{\omega_n}{Q}s + \omega_n^2 \quad (9.49)$$

บทที่ 9 ตัวกรองแบบที่ใช้วงจรถ่ายหลายตัว



รูปที่ 9.14 ผลกระทบของ GB ต่อโพลเด่นในตัวกรอง State-variable (การออกแบบที่ 1)

9.4.2 ผลกระทบของ Gain-Bandwidth ต่อตัวกรอง State-variable (การออกแบบที่ 1)

พิจารณารูปแบบกรณีนี Normalized ซึ่งตัวแปรของตัวกรองมีค่าดังนี้

$$\omega_{n(design)} = \omega_{n0} = 1 \quad Q_{(design)} = Q_0 \quad (9.50)$$

เพื่อการสะดวกในการออกแบบ ใช้การออกแบบที่ 1 จากหัวข้อที่ 9.1 ดังนี้

$$R_1=R_2=R_3=R_5=R_6= 1\Omega \quad C_1=C_2=1F \quad Q_0 = \frac{1}{2}(1+ R_4) \quad (9.51)$$

จากสมการที่ (9.48) ทำให้  $m = 1$  และ  $\omega_1 = \omega_2 = 1$  rad/s แทนลงในสมการที่ (9.47) และ Gain-Bandwidth แทนด้วยค่า Normalized ได้เป็น

$$D(s) = s^5 \frac{2}{GB_n^3} + s^4 \left[ \frac{4}{GB_n^3} + \frac{5}{GB_n^2} \right] + s^3 \left[ \frac{2}{GB_n^3} + \frac{6}{GB_n^2} + \frac{4}{GB_n} \right] + s^2 \left[ \frac{1}{GB_n^2} + \frac{2+1/Q_0}{GB_n} + 1 \right] + s \left[ \frac{1}{Q_0} \left( \frac{1}{GB_n} + 1 \right) \right] + 1 \quad (9.52)$$

แยกตัวประกอบโพลิโนเมียลให้ผลลัพธ์อยู่ในรูป

$$D(s) = \frac{1}{GB_n^3 X(s)} \left[ (s + g_1)(s + g_2)(s + g_3) \left( s^2 + s \frac{\omega_n}{Q} + \omega_n^2 \right) \right] \quad (9.53)$$

โดยที่  $Q$  และ  $\omega_n$  เป็นตัวแปรคุณสมบัติของโพลเด่นทางปฏิบัติที่ได้จากตัวกรอง ตำแหน่งของโพลที่  $s = -g_1, -g_2, -g_3$  อยู่ห่างไปทางด้านลบบนแกนจริง ซึ่งได้รับผลกระทบต่อประสิทธิภาพของตัว

กรองน้อยมาก ในส่วนของ  $X(s)$  แทนองค์ประกอบร่วมแยกออกมาเพื่อทำให้  $s$  ในวงเล็บมีอันดับที่สูงสุด ค่าของโพลเด่นซึ่งเป็นลักษณะเชิงซ้อนสังยุคดังสมการที่ (9.53) ซึ่งได้ระบุค่า  $\omega_n$  และ  $Q$  อาจแตกต่างจากที่ได้ออกแบบไว้ เมื่อกำหนด  $Q_0$  และ  $GB_n$  รากของเชิงซ้อนสังยุคในสมการที่ (9.53) หาค่าได้จาก การใช้วิธีการหารากของโพลิโนเมียลอันดับห้า โดยกราฟได้แสดงตำแหน่งของโพลเป็นฟังก์ชันอยู่ในขอบเขตของ  $Q_0$  และ  $GB_n$  กำหนดโดยการพล็อตในด้านครึ่งบนของระนาบเชิงซ้อน ดังแสดงในรูปที่ 9.14 และ กรณีที่ออกแบบโดยใช้การ Normalized เส้นการเคลื่อนที่จะใช้บน  $GB_n = \infty$

ตัวอย่างที่ 9.4-1 (ค่า  $Q$  และ  $\omega_n$  ของตัวกรอง State-variable (การออกแบบที่ 1))

ค่าที่ต้องการจริงของ  $Q$  และ  $\omega_n$  ในตัวกรอง State-variable เป็นดังนี้  $\omega_n = 100 \times 2\pi$  krad/s (100kHz) และ  $Q = 3$  ตัวกรองถูกออกแบบด้วยออปแอมป์ที่มี Gain-bandwidth เท่ากับ 1.6MHz เริ่มต้นด้วยการคุณสมบัติ Normalized ต่างๆ ดังนี้  $\omega_{n0} = 1$ ,  $Q_0 = 3$  และ  $GB_n = 16$  จากรูปที่ 9.14 ค่าโพลจริงที่ได้อยู่ที่ตำแหน่ง  $-0.05 \pm j0.95$  ค่าส่วนในรูปตัวแปรควอดเรติกที่เกี่ยวข้อง คือ  $s^2 + 0.1s + 0.905$  ซึ่งก็คือ  $\omega_n = 0.951$ ,  $Q = 9.51$  ทำการ Denormalized ค่า  $\omega_n = 95.1 \times 2\pi$  krad/s (95.1kHz) และ  $Q = 9.51$  จากการคำนวณพบว่าค่า  $\omega_n$  มีการเปลี่ยนแปลงไป -4.9% ส่วนค่า  $Q$  มีการเปลี่ยนแปลงไป 217% ซึ่งเป็นที่ชัดเจนว่าข้อจำกัดด้าน Gain-bandwidth ของออปแอมป์ มีผลกระทบต่อประสิทธิภาพของตัวกรองอย่างมีนัยสำคัญเลยทีเดียว

### 9.4.3 ผลกระทบของ Gain-Bandwidth ต่อตัวกรอง State-variable (การออกแบบที่ 2)

ตัวเลือกในการออกแบบตัวกรอง State-variable มีอิทธิพลอย่างมากต่อผลกระทบจาก Gain-Bandwidth ของออปแอมป์ ในตัวอย่างนี้จะใช้ออกแบบด้วยการ Normalized จากสมการที่ (9.50) โดยเลือกตัวแปรจากสมการที่ (9.48) ดังนี้  $m = 0.1$  และ  $\omega_1 = \omega_2 = \sqrt{10}$  rad/s (แนวการออกแบบที่ 2 ในหัวข้อที่ 9.1) โดยทำการแทนค่าตัวแปรต่างๆ ในสมการที่ (9.47) และ แทนค่า Gain-Bandwidth (GB) ด้วยค่าความถี่ Normalized Gain-Bandwidth ( $GB_n$ ) เราได้

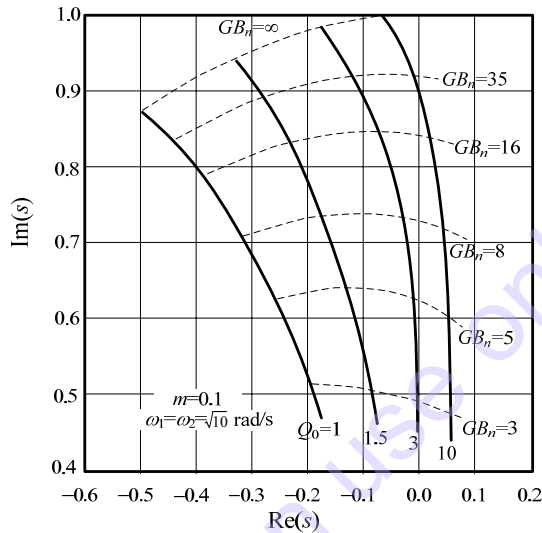
$$D(s) = s^5 \left[ \frac{1.1}{GB_n^3} \right] + s^4 \left[ \frac{2.2\sqrt{10}}{GB_n^3} + \frac{3.2}{GB_n^2} \right] + s^3 \left[ \frac{11}{GB_n^3} + \frac{4.2\sqrt{10}}{GB_n^2} + \frac{3.1}{GB_n} \right] + s^2 \left[ \frac{10}{GB_n^2} + \frac{2\sqrt{10} + 1/Q_0}{GB_n} + 1 \right] + s \left[ \frac{1}{Q_0} \left( \frac{\sqrt{10}}{GB_n} + 1 \right) \right] + 1 \quad (9.54)$$

ในด้านครึ่งบนของระนาบ  $s$  นัยสำคัญของรากเชิงซ้อนสังยุคในสมการที่ (9.54) สามารถหาได้ โดยใช้เทคนิคด้วยการในช่วงของค่า  $Q_0$  และ  $GB_n$  ในรูปที่ 9.15 โดยค่าเริ่มต้นในการออกแบบด้วยค่า Normalized จะปรากฏบนเส้นทางตำแหน่งของ  $GB_n = \infty$

ตัวอย่างที่ 9.4-2 (ค่า  $Q$  และ  $\omega_n$  ของตัวกรอง State-variable (การออกแบบที่ 2)) ด้วยคุณสมบัติทางเทคนิคดังนี้  $\omega_n = 100 \times 2\pi$  krad/s (100kHz) และ  $Q = 3$  ตัวกรองออกแบบด้วยออปแอมป์ที่มีแบนด์วิดท์ที่ 1.6 MHz ด้วยการคุณสมบัติ Normalized ต่างๆ ดังนี้  $\omega_{n0} = 1$ ,  $Q_0 = 3$  และ  $GB_n = 16$

## บทที่ 9 ตัวกรองแบบที่ใช้วงจรถายหลายตัว

จากรูปที่ 9.15 พบว่าค่าโพล normalized จริงๆ จะอยู่ที่  $-0.08 \pm j0.84$  ค่าส่วนตัวแปรควอดเรติกที่เกี่ยวข้อง คือ  $s^2 + 0.16s + 0.712$  ซึ่งก็คือ  $\omega_n = 0.844$ ,  $Q=5.27$  ทำการ Denormalized ค่า  $\omega_n = 84.4 \times 2\pi$  krad/s (84.4kHz) และ  $Q=5.27$  ค่าของตัวแปรต่างๆ เป็นการบอกถึง เมื่อค่า  $\omega_n$  มีการเปลี่ยนแปลงไป -15.6% ส่วนค่า  $Q$  มีการเปลี่ยนแปลงไป +76% เมื่อเปรียบเทียบกับกรอกแบบที่ 1 ด้วยค่าคุณสมบัติทางเทคนิคเดียวกัน จากตัวอย่างที่ 9.4-1 ซึ่งเป็นที่ชัดเจนว่าค่าความไวของ  $Q$  ต่อ Gain-bandwidth ของออปแอมป์ลดลง แต่อย่างไรก็ตามความไวของ  $\omega_n$  จะมีค่าสูงขึ้น



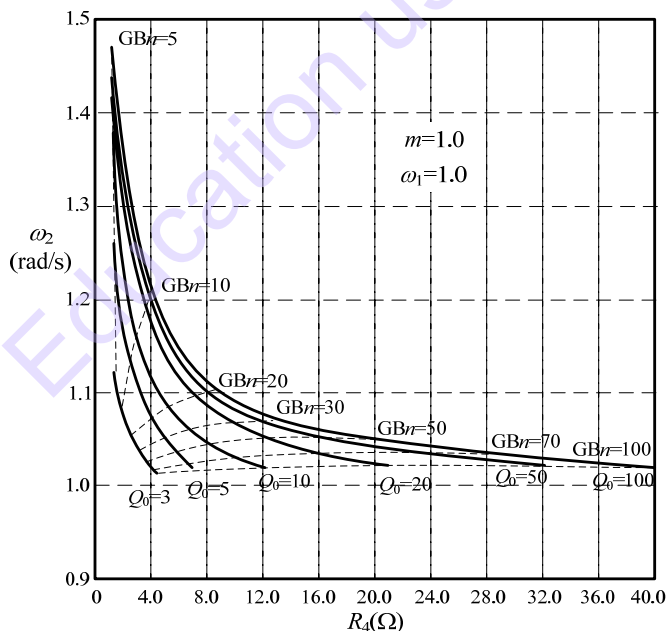
รูปที่ 9.15 ผลกระทบของ  $GB$  ต่อโพลเด่นในตัวกรอง State-variable (การออกแบบที่ 2)

### 9.4.4 การชดเชย

ผลกระทบของออปแอมป์ Gain-Bandwidth ต่อตัวกรอง State-variable ที่ได้แสดงไว้ในหัวข้อก่อนหน้านี้สามารถลดลงให้ต่ำที่สุดได้ด้วยการชดเชย โดยกระบวนการดังกล่าวเหมือนกับที่เคยกล่าวไว้ในหัวข้อที่ 8.7 แม้ว่าการคำนวณจะมีความยุ่งยากซับซ้อนบ้างเมื่อใช้กับตัวกรอง State-variable เนื่องจากฟังก์ชันโพลของตัวกรองมีอันดับที่สูงก็สามารถใช้ประโยชน์จากวิธีการนี้ได้เช่นกัน การใช้การออกแบบที่ 1 ของตัวกรอง State-variable จะเป็นการยกตัวอย่างที่ดีที่สุด โดยจะชดเชยด้วยค่าปรับตัวของ  $\omega_2/\omega_1$  และ อัตราส่วนของ  $R_4/R_3$  โดยคุณสมบัติทางเทคนิค เป็นไปตามสมการที่ (9.48) และ (9.50) โดย  $m=1$ ,  $\omega_1 = 1$  rad/s และ  $R_3=1\Omega$  โดยจะทำการปรับค่า  $\omega_2$  และ  $R_4$  เพื่อให้ได้ค่าชดเชยที่ต้องการ วิธีการนี้เป็นประโยชน์มากในการปรับค่า  $Q_0$  และ  $GB_n$  ที่กว้างๆ โดยค่าที่กำหนดไว้แบบ  $Q$  สูงและ  $Q$  ต่ำ แสดงไว้ดังตารางที่ 9.1 ผลที่ได้จากจากวิธีการนี้โดยค่า  $Q_0$  และ  $GB_n$  เป็นค่าต่างๆ แสดงไว้ดังกราฟรูปที่ 9.16 โดยจุดตัดต่างๆ ของเส้นในกราฟ แสดงถึงค่า  $\omega_2$  และ  $R_4$  ที่เหมาะสม เพื่อใช้ในการชดเชยตัวกรอง

ตารางที่ 9.1 การชดเชยตัวกรอง State-variable

GB <sub>n</sub>	Parameter	Before Compensation	After Compensation
<b>Low-Q Realization <math>\omega_{n0}=1, Q_0 = 0.707</math></b>			
5	R <sub>4</sub>	0.414	0.822
	$\omega_2$	1.0	0.357
	Poles	-0.376±j1.061	-0.707±j0.707
	Q	1.495	0.707
	$\omega_n$	1.125	1.0
100	R <sub>4</sub>	0.414	0.420
	$\omega_2$	1.0	0.977
	Poles	-0.710±j0.721	-0.707±j0.707
	Q	0.7124	0.707
	$\omega_n$	1.011	1.0
<b>Low-Q Realization <math>\omega_{n0}=1, Q_0 = 100</math></b>			
5	R <sub>4</sub>	199	1.319
	$\omega_2$	1.0	1.470
	Poles	0.187±j1.737	-0.005±j1.0
	Q	Unstable	99.8
	$\omega_n$	Unstable	1.0
100	R <sub>4</sub>	199	38.77
	$\omega_2$	1.0	1.02
	Poles	0.014±j0.989	-0.005±j1.0
	Q	Unstable	100
	$\omega_n$	Unstable	1.0



รูปที่ 9.16 การชดเชยสำหรับผลกระทบ GB ต่อตัวกรอง State-variable ในการออกแบบที่ 1

ตัวอย่างที่ 9.4-3 การชดเชยของตัวกรอง State-variable พิจารณาหาค่า  $\omega_2$  และ  $R_4$  เพื่อชดเชยในการออกแบบที่ 1 ของตัวกรอง State-variable โดยออกแบบด้วยค่า Normalized  $\omega_{n0}$  rad/s และ  $Q_0=3$  ถ้าตัวกรองถูกสร้างขึ้นจากออปแอมป์ที่มี  $GB_n = 16$  โดยอุปกรณ์ที่ได้จากการออกแบบ (ยังไม่ชดเชย) มีค่า

## บทที่ 9 ตัวกรองแบบที่ใช้วงจรขยายหลายตัว

ดังต่อไปนี้  $R_4=5\Omega$  จากรูปที่ 9.16 พบว่าค่าอุปกรณณ์และตัวแปรใหม่ที่ได้มีค่าเท่ากับ  $R_4=2.44\Omega$  และ  $\omega_2 = 1.06 \text{ rad/s}$  ในการชดเชยที่ต้องการ จากสมการที่ (9.48) ค่า  $\omega_2$  สามารถสังเคราะห์ได้โดยกำหนดให้  $R_2=1/1.06=0.943\Omega$  (ใช้  $C_2 = 1\text{F}$ )

ตัวอย่างที่ 9.4-4 หาค่า ขดเชย Normalized ( $\omega_{n0}=1 \text{ rad/s}$ ) ด้วย  $R_4$  และ  $\omega_2$  แต่ละค่าของ  $Q_0$  และ  $GB_n$

$Q_0$	$GB_n$	Answers	
		$R_4$	$\omega_2$
3	35	3.3	1.03
5	10	2.1	1.14
10	50	9.9	1.035

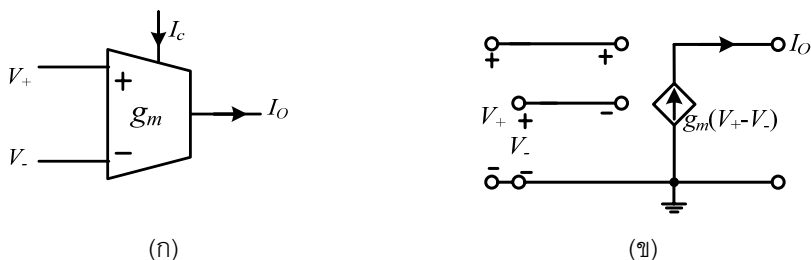
### 9.5 โอทีเอ (Operational Transconductance Amplifiers: OTA)

ออปแอมป์ เป็นอุปกรณ์แอกทีฟที่มีความสำคัญในการออกแบบเป็นตัวกรองแบบแอกทีฟ ซึ่งเป็นการประยุกต์ในรูปแบบของอุปกรณ์ดิสครีท ในการออกแบบวงจรรวมเพื่อให้ทำงานเป็นแบบชิปเดี่ยวก็เป็นแนวทางที่นิยมอีกรูปแบบหนึ่ง ซึ่งจะต้องใช้อุปกรณ์แอกทีฟอีกตัวหนึ่งซึ่งไม่ใช่ออปแอมป์ อุปกรณ์แอกทีฟที่ได้รับความนิยม เนื่องจากมีโครงสร้างง่ายไม่ซับซ้อน และ ปรับค่าได้ทางอิเล็กทรอนิกส์ด้วยก็คือ โอทีเอ (Operational Transconductance Amplifiers: OTA) ซึ่งอุปกรณ์ตัวนี้จะทำงานเป็นเสมือนกับแหล่งจ่ายกระแสที่ควบคุมด้วยแรงดัน (Voltage Controlled Current Source: VCCS) โดยจะให้เอาต์พุตเป็นกระแสจากอินพุตที่เป็นแรงดัน ข้อดีของอุปกรณ์ตัวนี้มีหลายอย่างเช่น สามารถออกแบบในรูปแบบ Monolithic การตอบสนองในด้านความถี่สูงกว่าออปแอมป์ อย่างมีนัยสำคัญ สามารถปรับค่าได้ทางอิเล็กทรอนิกส์ จึงสามารถนำมาออกแบบเป็นตัวกรองได้เป็นอย่างดี ในทางปฏิบัติยังสามารถออกแบบเป็นวงจรรวมได้ทั้งในไบโโพลาร์ หรือ ซีมอส เทคโนโลยี สามารถใช้งานในกรณีอินพุตให้มีย่านปฏิบัติงานกว้าง โอทีเอเชิงพาณิชย์ที่มีอยู่ในท้องตลาดสามารถหาได้อย่างกว้างขวาง และมีรูปแบบที่แตกต่างตามแต่บริษัทผู้ผลิต อาทิ Harris CA 3080 National Semiconductor LM 13700 Signetics NE 5517 EXAR XR-13600 ในหัวข้อนี้จะแนะนำถึงคุณลักษณะ และ การประยุกต์ออกแบบเป็นตัวกรอง

#### 9.5.1 แบบจำลองของโอทีเอ

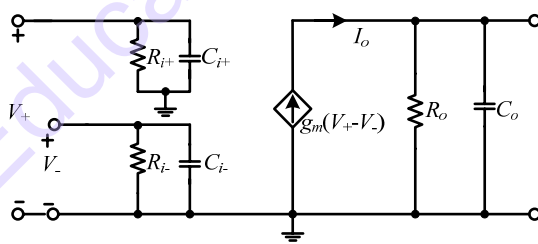
สัญลักษณ์โอทีเอที่แสดงอยู่ในรูป 9.17(ก) ส่วนแบบจำลองอธิบายในรูปแบบ VCCS และ มีสมการความสัมพันธ์ของอินพุตและเอาต์พุตดังสมการที่ (9.55)

$$I_o = g_m (V_+ - V_-) \quad (9.55)$$



รูปที่ 9.17 (ก) สัญลักษณ์ของโอทีเอ และ (ข) วงจรเสมือน

ด้วยคุณสมบัติอินพุท และ เอาท์พุทอิมพีแดนซ์สูงมาก โดยทั่วไป  $g_m$  จะมีค่าน้อยมาก และ จะสามารถปรับค่าได้แสดงด้วยกระแส  $I_c$  ในรูปที่ 9.17(ก) :ซึ่งในกรณีนี้สามารถเขียนได้เป็น  $g_m = KI_c$  ในการแสดงค่าของ  $g_m$  จะมีหน่วยเป็น  $\mu s$  และ กระแสควบคุม  $I_c$  มีหน่วยเป็น  $\mu A$  ค่า  $K$  พื้นฐานทั่วไปอาจมีค่าประมาณ 15 ความเป็นเชิงเส้นของ  $g_m$  ด้วยการปรับ  $I_c$  จะสามารถปรับค่าได้หลายสิบเท่า โดยจะได้ค่าประมาณจาก 0.001 ถึง  $1000 \mu A$  ขนาดของแบนด์วิดท์ จะแปรผันตามกระแสควบคุม  $I_c$  เราอาจจะให้ค่าถึงกว่า 100 MHz ตัวประกอบแฝงที่มีผลด้านแบนด์วิดท์ ที่สำคัญเห็นจะเป็นอินพุทและเอาท์พุทอิมพีแดนซ์ แบบจำลองดังกล่าวนี้จะมีความซับซ้อนขึ้นได้แสดงไว้ดังรูปที่ 9.18 โดยค่าความต้านทานอินพุทและเอาท์พุทจะมีค่าประมาณ  $R_i = 0.5 M\Omega$  และ  $R_o = 0.5 M\Omega$  ตามลำดับ ตัวเก็บประจุอินพุทและเอาท์พุท  $C_i$  และ  $C_o$  ปกติจะมีค่าเป็น Picofarads ในการออกแบบตัวกรองด้วยโอทีเอ ในทางปฏิบัติจะต้องพิจารณาในส่วนองค์ประกอบแฝงเหล่านี้ด้วย อีกข้อจำกัดหนึ่งของโอทีเอคือข้อจำกัดด้านขนาดของสัญญาณอินพุทในการทำงานแบบเชิงเส้น ซึ่งจะต้องคำนึงถึงในการออกแบบเชิงกระแสตรงสำหรับการไบอัสกระแสที่โหนดอินพุท



รูปที่ 9.18 แบบจำลองโอทีเอพร้อมอินพุทและเอาท์พุทอิมพีแดนซ์

### 9.5.2 การสังเคราะห์ความต้านทานจากโอทีเอ

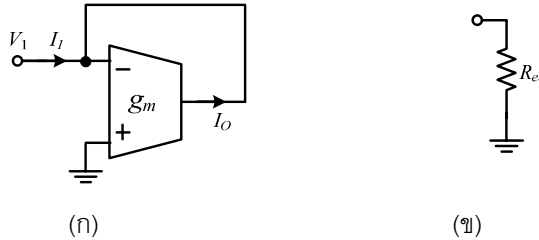
การประยุกต์ใช้ OTA ที่สำคัญคือ การเลียนแบบตัวต้านทานแบบต่อกราวด์ และ แบบลอยตัว ซึ่งสามารถสร้างตัวต้านทานขนาดใหญ่โดยใช้พื้นที่ของวงจรรวมขนาดเล็ก โดยถ้าสร้างตัวต้านทานโดยตรงจะไม่เหมาะสมในทางปฏิบัติเราจะใช้พื้นที่ที่ใหญ่มาก วงจรความต้านทานจากโอทีเอ แสดงไว้ดังรูปที่ 9.19 (ก) และ สามารถเขียนเป็นสมการได้ดังสมการที่ (9.56)

$$-I_1 = I_o = g_m(0 - V_-) = g_m(-V_1) \quad (9.56)$$

**บทที่ 9** ตัวกรองแบบที่ใช้วงจรขยายหลายตัว

หาค่าความต้านทานจากสมการ

$$R_{eq} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{1}{g_m} \quad (9.57)$$



รูปที่ 9.19 ความต้านทานแบบต่อกราวด์

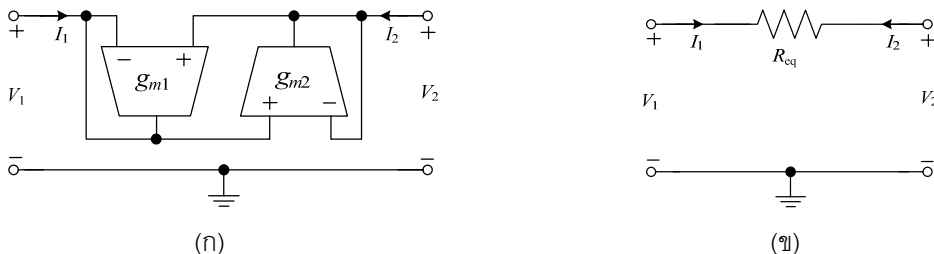
ค่าความต้านทานเสมือนแสดงไว้ดังรูป 9.19(ข) โดยยกตัวอย่างให้ค่า  $g_m = 10^{-5}$  S ความต้านทานอินพุตมีค่าเท่ากับ  $10^5 \Omega$  ซึ่งวงจรสามารถสร้างขึ้นได้จากเทคโนโลยีวงจรรวม เพื่อสร้างความต้านทานค่ามากๆ ก็จะใช้ค่าทรานสคอนดักแตนซ์ค่าน้อยๆ ซึ่งก็จะใช้พื้นที่ในไอซีน้อยลงตามไปด้วย ตัวอย่างที่ 9.5-1 หาค่าแบนด์วิดท์ (-3dB) ของตัวต้านทานแบบต่อกราวด์ ถ้าใช้แบบจำลองรูปที่ 9.18 วงจรความต้านทานแบบต่อกราวด์รูปที่ 9.19(ก) จะมีค่าเป็น

$$Z_{in}(s) = \frac{V_1(s)}{I_1(s)} = \frac{1}{g_m + (sC_i + G_i) + (sC_o + G_o)}$$

แบนด์วิดท์ของตัวต้านทานเสมือนคือ

$$\omega_{3dB}(s) = \frac{g_m + G_i + G_o}{C_i + C_o} \approx \frac{g_m}{C_i + C_o}$$

สมมติให้ค่า  $g_m = 20 \mu s$  และ  $C_i = C_o = 10 pF$ ,  $\omega_{3dB} = 100 krad/s$  หรือ ประมาณ 160 kHz โดยจากตัวอย่างนี้การสมมุติค่า  $g_m$  ไม่ได้เป็นฟังก์ชันของความถี่ ดังนั้นค่าของความต้านทานเสมือนก็จะใช้งานได้ในย่านความถี่เสียง ในช่วงความถี่ไม่เกิน 20 kHz



รูปที่ 9.20 ตัวต้านทานแบบลอยตัว

วงจรตัวต้านทานแบบต่อกราวด์ในรูป 9.19 สามารถนำมาดัดแปลงให้เป็นตัวต้านทานแบบลอยตัวดังรูปที่ 9.20 (ก) สมการที่เกี่ยวข้องมีค่าเท่ากับ

$$I_1 = -g_{m1}(V_2 - V_1) \text{ และ } I_2 = -g_{m2}(V_1 - V_2) \quad (9.58)$$

จากสมการข้างต้น ค่า  $y$  - parameters ในรูปโครงข่ายสองพอร์ทถูกกำหนดได้เป็น

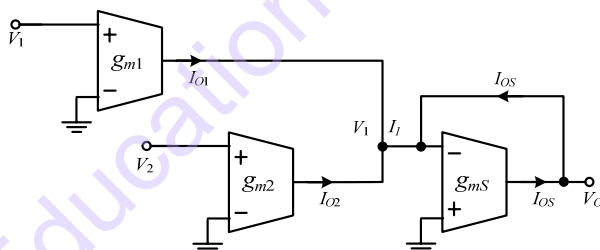
$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{m1} & -g_{m1} \\ -g_{m2} & g_{m2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (9.59)$$

ถ้ากำหนดให้ตัวแปรต่างๆ เท่ากันดังนี้  $g_m = g_{m1} = g_{m2}$  จากค่า  $y$  - parameters จะแสดงคุณสมบัติเป็นความต้านทานแบบลอยตัวดังรูป 9.20(ข) เท่ากับ

$$R_{eq} = \frac{1}{g_m} \quad (9.60)$$

ประโยชน์ของตัวต้านทานเสมือนคือการสร้างชุดรวมสัญญาณ ซึ่งจะต้องใช้โอทีเอในแต่ละอินพุต และ กระแสของโอทีเอจะอยู่ในรูปการบวก และ เอาท์พุตได้จากการรวมกระแสดังกล่าวด้วยความต้านทานแบบต่อกราวด์เสมือน ดังรูปที่ 9.19 โดยวงจรรวมสัญญาณแสดงไว้ดังรูปที่ 9.21 และมีสมการเป็น

$$V_o = -I_{os} \frac{1}{g_{ms}} = (I_{o1} + I_{o2}) \frac{1}{g_{ms}} = (V_1 g_{m1} + V_2 g_{m2}) \frac{1}{g_{ms}} = \frac{g_{m1}}{g_{ms}} V_1 + \frac{g_{m2}}{g_{ms}} V_2 \quad (9.61)$$



รูปที่ 9.21 วงจรรวมสัญญาณ

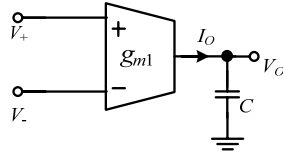
### 9.5.3 การสร้างวงจรต่างๆ ด้วยโอทีเอ

พิจารณาโอทีเอที่ต่อร่วมกับตัวเก็บประจุ ซึ่งอาจจะนำไปประยุกต์เป็นตัวกรองสัญญาณในโอกาสต่อไป วงจรแรกที่จะกล่าวถึงคือ วงจรอินทิเกรเตอร์แบบไม่มีการสูญเสีย (Lossless Integrator) โดยมีโครงสร้างดังรูปที่ 9.22 และมีสมการเอาท์พุตดังนี้

$$V_o(s) = I_o(s) \frac{1}{sC} = \frac{g_m}{sC} [V_+(s) - V_-(s)] \quad (9.62)$$

สมการถูกกำหนดให้เป็นอินทิเกรเตอร์แบบอินพุตแตกต่าง โดยมีค่าคงที่เวลาเท่ากับ  $C/g_m$  หรือ อาจแทนด้วยวงจรรวมสัญญาณอินพุต ในรูปที่ 9.21 ด้วยก็ได้

บทที่ 9 ตัวกรองแบบที่ใช้วงจรรขยายหลายตัว



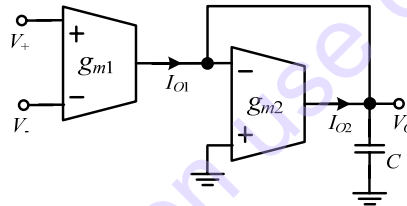
รูปที่ 9.22 วงจรอินทิเกรเตอร์แบบไม่สูญเสีย

วงจรที่สองที่นำมาพิจารณา คือ วงจรอินทิเกรเตอร์แบบมีการสูญเสีย (Lossy Integrator) ซึ่งอาจจะสร้างขึ้นโดยอินพุตแตกต่าง โดยแสดงไว้ดังรูปที่ 9.23 จะได้สมการ

$$V_o(s) = -I_{o2}(s) \frac{1}{g_{m2}} = \frac{I_{o1}(s) - V_o(s) sC}{g_{m2}} = \frac{g_{m1} [V_+(s) - V_-(s)] - V_o(s) sC}{g_{m2}} \quad (9.63)$$

ปรับสมการใหม่ได้เป็น

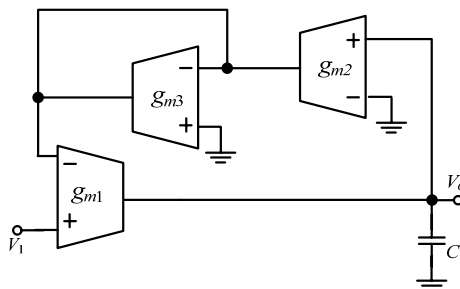
$$V_o(s) = \frac{g_{m1}}{sC + g_{m2}} [V_+(s) - V_-(s)] \quad (9.64)$$



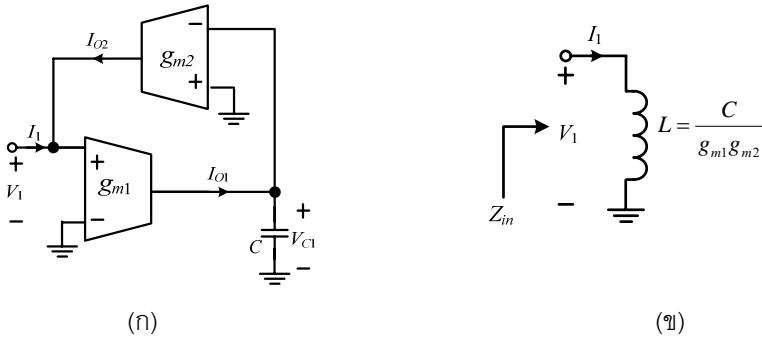
รูปที่ 9.23 วงจรอินทิเกรเตอร์ที่มีการสูญเสียแบบอินพุตแตกต่าง

สมการของวงจรอินทิเกรเตอร์ที่มีการสูญเสียแบบอินพุตต่างต่างนี้ โขทีเอ 1 ในรูป 9.23 อาจแทนด้วยวงจรรวมสัญญาณอินพุตชนิดกลับเฟส และ ไม่กลับเฟส วงจรอินทิเกรเตอร์แบบสูญเสียอีกวงจรหนึ่งออกแบบโดยใช้วงจรรวมสัญญาณรูปที่ 9.21 เป็นตัวป้อนกลับดังรูปที่ 9.24 และมีสมการถ่ายโอนเท่ากับ

$$\frac{V_o(s)}{V_1(s)} = \frac{g_{m1}}{sC + g_{m1}g_{m2}/g_{m3}} \quad (9.65)$$



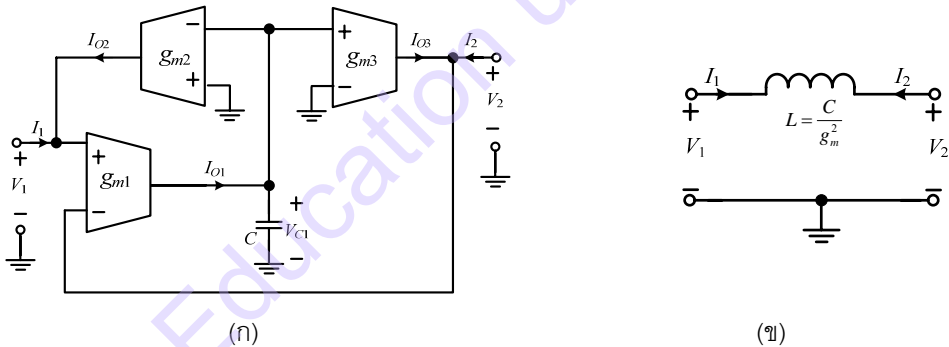
รูปที่ 9.24 วงจรอินทิเกรเตอร์สูญเสีย



รูปที่ 9.25 วงจรเลียนแบบอิมพีแดนซ์เป็นขดลวดแบบต่อกราวด์

อีกตัวอย่างหนึ่งที่เป็นประโยชน์ที่สร้างได้จากโอทีเอคือ วงจรแปลงอิมพีแดนซ์ โดยวงจรจะทำการแปลงกลับค่าอิมพีแดนซ์ที่ต้องการเช่น  $Z_m(s) \propto 1/Z_L(s)$  ซึ่งถ้า  $Z_L(s) = 1/sC$ ,  $Z_m(s)$  ก็จะได้เป็นอิมพีแดนซ์ของขดลวดแบบต่อกราวด์ ซึ่งก็หมายถึงเราสามารถสร้างขดลวดได้จากโอทีเอ และ ตัวเก็บประจุ ดังแสดงไว้ดังรูปที่ 9.25 นั้นเอง

$$I_1(s) = -I_{O2}(s) = -g_{m2}[-V_c(s)] = g_{m2}I_{O1}(s) \frac{1}{sC} g_{m1}g_{m2}V_1(s) \frac{1}{sC} \quad (9.66)$$



รูปที่ 9.26 วงจรเลียนแบบอิมพีแดนซ์เป็นขดลวดแบบลอยตัว

เราอาจจะอธิบายในรูปอินพุทอิมพีแดนซ์ได้โดย

$$Z_m(s) = \frac{V_1(s)}{I_1(s)} = \frac{sC}{g_{m1}g_{m2}} \quad (9.67)$$

เราจะเห็นวงจรนี้ทำหน้าที่เป็นขดลวดมีค่า  $L = C/(g_{m1}g_{m2})$  เหนือ วงจรดังกล่าวนี้สามารถดัดแปลงเพื่อแสดงคุณสมบัติเป็นขดลวดแบบลอยตัว แสดงไว้ดังรูปที่ 9.26 (ก) และ จากวงจรเราสามารถเขียนสมการได้เป็น

$$I_1(s) = -I_{O2}(s) = -(g_{m2})[-V_c(s)] = g_{m2}I_{O1}(s) \frac{1}{sC} = \frac{g_{m1}g_{m2}}{sC} [V_1(s) - V_2(s)] \quad (9.68ก)$$

**บทที่ 9 ตัวกรองแบบที่ใช้วงจรถ่ายหลายตัว**

$$I_2(s) = -I_{O3}(s) = -(g_{m3})[-V_C(s)] = g_{m3}I_{O1}(s) \frac{1}{sC} = \frac{g_{m1}g_{m3}}{sC} [-V_1(s) + V_2(s)] \quad (9.68ข)$$

จากสมการทั้งสอง ค่า y - parameters ในรูปโครงข่าย 2-port อธิบายได้ดังนี้

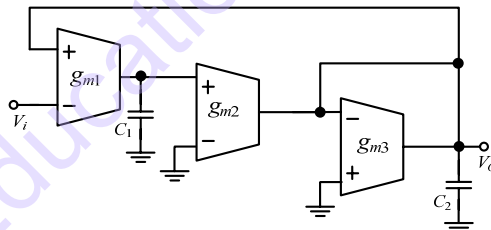
$$\begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix} = \frac{g_{m1}}{sC} \begin{bmatrix} g_{m2} & -g_{m2} \\ -g_{m3} & g_{m3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(s) \\ V_2(s) \end{bmatrix} \quad (9.69)$$

จากกำหนดให้ตัวแปรสมพจน์กันด้วย  $g_m = g_{m1} = g_{m2} = g_{m3}$  ค่าขดลวดลดยตัวแสดงไว้ในรูปที่ 9.26 (ข) จะมีค่า  $L = C/g_m^2$

**9.5.4 ตัวกรองโครงสร้างแบบลูกลับด้วยอินทิเกรเตอร์ 2 ตัว**

โอทีเอสามารถนำมาออกแบบเป็นฟังก์ชันตัวกรองอันดับ 2 โดยใช้บล็อก อินทิเกรเตอร์ทั้งสองแบบตามรูปที่ 9.22 ถึง 9.24 ในโครงสร้างแบบลูกลับอินทิเกรเตอร์ 2 ตัว เช่นในตัวกรองแบบ Tow-Thomas ในหัวข้อที่ 9.2 ซึ่งประกอบด้วยทั้งอินทิเกรเตอร์แบบไม่สูญเสีย และ แบบสูญเสีย และ อุปกรณ์ที่ใช้ป้อนกลับ ถ้าเราใช้รูปที่ 9.22 สำหรับอินทิเกรเตอร์แบบไม่สูญเสียและ รูปที่ 9.23 สำหรับอินทิเกรเตอร์แบบสูญเสีย เมื่อนำมาต่อแทนที่จะได้ดังรูปที่ 9.27 และ สมการถ่ายโอนจะมีค่าเท่ากับ

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{g_{m1}g_{m2}/C_1C_2}{s^2 + s(g_{m3}/C_2) + (g_{m1}g_{m2}/C_1C_2)} \quad (9.70)$$



รูปที่ 9.27 ตัวกรองความถี่ต่ำผ่านอันดับสอง

ตัวอย่างที่ 9.5-2 (ตัวกรองความถี่ต่ำผ่านด้วยโอทีเอ)

ออกแบบตัวกรองความถี่ต่ำผ่านอันดับสองแบบบัตเตอร์เวิร์ท มีความถี่ตอบสนองเท่ากับ 10kHz โดยใช้วงจรรูปที่ 9.27 โดยฟังก์ชันโครงข่ายมีค่าเท่ากับ (ให้อัตราขยาย DC = 1)

$$\frac{V_1(s)}{V_i(s)} = \frac{(2\pi \times 10^4)^2}{s^2 + s\sqrt{2}(2\pi \times 10^4) + (2\pi \times 10^4)^2}$$

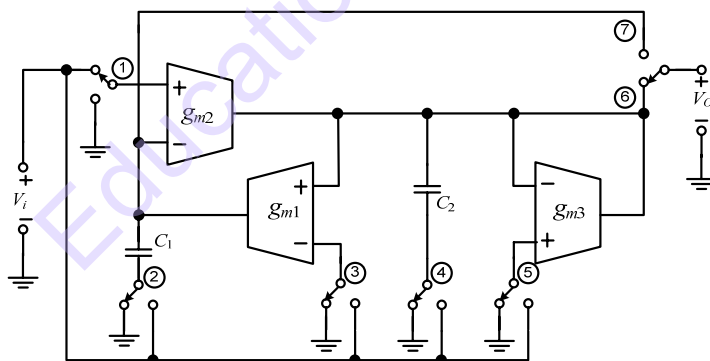
เปรียบเทียบสมการด้านบนกับสมการที่ (9.70) โดยเลือกค่าตัวเก็บประจุ  $C_1=C_2=318\text{pF}$ ,  $g_{m1}=g_{m2}=20\mu\text{S}$  และ  $g_{m3} = 20\sqrt{2}\mu\text{S}$

ตารางที่ 9.2 จุดเชื่อมต่อ และ ตัวเศษสำหรับตัวกรองรูปที่ 9.28

Filter type	Numerator Polynomial	Input nodes	Output nodes	Grounded nodes
Low pass I	$\frac{g_{m1}g_{m2}}{C_1C_2}$	3 หรือ 1	6 7	1, 2, 4, 5 2, 3, 4, 5
Low pass II	$\frac{g_{m1}g_{m2}}{C_1C_2}$	5	7	1, 2, 3, 4
Band pass I	$\frac{s g_{m2}}{C_2}$	1 หรือ 4	6 7	2, 3, 4, 5 1, 2, 3, 5
Band pass II	$\frac{s g_{m3}}{C_2}$	5	6	1, 2, 3, 4
High pass	$s^2$	4	6	1, 2, 3, 5
Notch	$s^2 + \frac{g_{m1}g_{m2}}{C_1C_2}$	3, 4 หรือ 1, 2, 3, 4	6 6	1, 2, 5 5

วงจรรูปที่ 9.27 สามารถเขียนใหม่โดยจะทำให้วงจรมายในรูปของตัวกรองอันดับสองทำงานได้หลากหลาย ซึ่งตัดขากาวด์ของ  $C_1$  และ  $C_2$  ดังรูปที่ 9.28 และ กำหนดโหนดด้วยตัวเลข (1)-(7) ใช้สวิทช์เชื่อมต่อที่โหนด (1)-(5) ระหว่าง  $V_{in}$  กับ กาวด์ สวิทช์ที่เหลือต่อระหว่างโหนด (6) และ (7) กับ เอาท์พุท โดยรูปแบบการเชื่อมต่อของสวิทช์และ ผลของตัวเศษของฟังก์ชันที่ได้แสดงไว้ดังตารางที่ 9.2 โดยตัวส่วนของฟังก์ชันมีค่าเท่ากับ

$$D(s) = s^2 + s \frac{g_{m3}}{C_2} + \frac{g_{m1}g_{m2}}{C_1C_2} \quad (9.71)$$



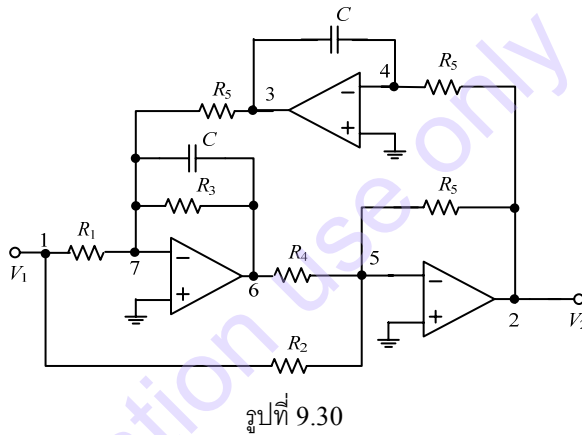
รูปที่ 9.28 ตัวกรองอันดับสองหลายหน้าที่

จากตารางที่ 9.2 ยกตัวอย่างเช่น กรณีแสดงตนเป็น ตัวกรองความถี่ต่ำผ่านแบบที่ 1 โดยโหนด (3) กำหนดเป็นอินพุท วงจรก็จะเป็นดังรูปที่ 9.27 นั่นเอง

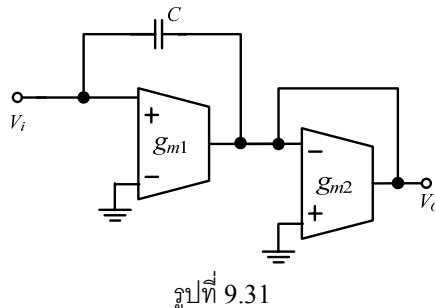
**บทที่ 9** ตัวกรองแบบที่ใช้วงจรถ่ายหลายตัว

**แบบฝึกหัดท้ายบท**

- 9.1. ตัวกรอง State-variable ดังรูปที่ 9.2 มีอุปกรณ์ดังต่อไปนี้  $R_1=R_2=R_3=R_5=R_6=10\text{k}\Omega$ ,  $R_4=190\text{k}\Omega$  และ  $C_1=C_2=0.01\mu\text{F}$  จงหาฟังก์ชันถ่ายโอน  $V_{LP}(s)/V_1(s)$
- 9.2. ออกแบบตัวกรอง BPF Tow-Thomas ดังรูปที่ 9.6 โดยมี  $Q=100$ , ความถี่รีโซแนนซ์  $f_n=100\text{Hz}$  กำหนดให้  $C_1=C_2=1\mu\text{F}$  และ  $R_2=R_3$
- 9.3. ออกแบบตัวกรอง BPF Åkerberg-Mossberg อันดับสอง ดังรูปที่ 9.9 โดยมี  $Q=100$ , ความถี่รีโซแนนซ์  $f_n=100\text{Hz}$  กำหนดให้  $C_1=C_2=1\mu\text{F}$  และ  $R_2=R_3$
- 9.4. จากวงจรรูปที่ 9.30 จงวิเคราะห์หาฟังก์ชันถ่ายโอน  $V_2(s)/V_1(s)$

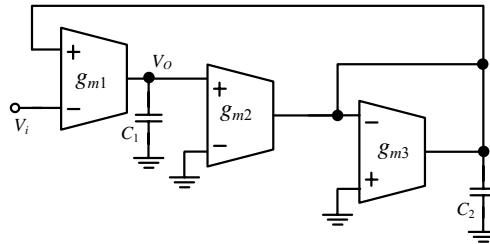


- 9.5. (ก) ตัวกรอง State-variable ที่ได้ออกแบบ (โดยสมมติให้ GB มีค่าเป็นอนันต์) โดยมี  $Q=10$  และ  $f_n=10\text{kHz}$  โดยใช้ Design 1 ในการหาค่าตัวต้านทาน กำหนดให้  $C_1=C_2=0.001\mu\text{F}$
- (ข) ทำเหมือนกับข้อ (ก) โดยใช้ Design 2
- (ค) ด้วย Design 1 จงหาค่า GB ค่าที่น้อยที่สุด ที่ทำให้ตัวกรองมีความเสถียร
- (ง) ด้วย Design 2 จงหาค่า GB ค่าที่น้อยที่สุด ที่ทำให้ตัวกรองมีความเสถียร
- 9.6. จงวิเคราะห์หาฟังก์ชันถ่ายโอน  $V_o(s)/V_i(s)$  จากรูปที่ 9.31



9.7. จากตารางที่ 9.2 จงพิสูจน์หาฟังก์ชันถ่ายโอนกรณี Band-pass I โดยที่ป้อนอินพุทโหนด 1

9.8. จงวิเคราะห์หาฟังก์ชันถ่ายโอน  $V_o(s)/V_i(s)$  จากรูปที่ 9.32



รูปที่ 9.32

Education use only

ปล่อยหน้าว่าง

Education use only

# 10

## วิธีการสังเคราะห์โดยตรง

ในบทก่อนหน้านี้ได้กล่าวถึง การสังเคราะห์โครงข่ายด้วยหลักการต่อไล่ลำดับ (Cascade) ซึ่งจะใช้ RC ต่อเพื่อให้ได้เป็นตัวกรองอันดับสูง แต่ในบทนี้จะกล่าวถึงการสังเคราะห์ฟังก์ชันโครงข่ายแบบที่สองด้วย RC ซึ่งจะเรียกว่า การสังเคราะห์โดยตรงจากคุณสมบัติตัวกรอง ในอันดับต่างๆ และ จะได้วงจรออกมาเพียงวงจรเดียว

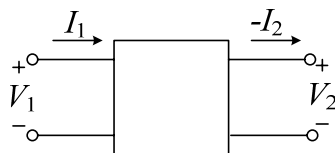
### 10.1 การสังเคราะห์โดยตรงโดยใช้โครงข่ายแอคทีฟ

วิธีการสังเคราะห์โดยตรงวิธีแรก จะทำการพิจารณาจากโครงข่ายแพสซีฟต้นแบบ โดยเลียนแบบด้วยวงจร RC ซึ่งเราจะเรียกว่า วิธีการเลียนแบบโครงข่ายแพสซีฟ ซึ่งมีข้อดีเรื่องมีความไวต่ำ โดยพื้นฐานจากความไวของโครงข่ายแพสซีฟต้นแบบ นอกจากนั้นการใช้ตารางโครงข่ายแพสซีฟก็สามารถทำได้ วิธีการสังเคราะห์เป็นไปแบบตรงไปตรงมา เราจะพบว่าทั้งข้อดีและข้อเสีย ซึ่งจะได้กล่าวไว้ในหัวข้อถัดไป

#### 10.1.1 ตัวแปรส่งผ่าน (Transmission Parameter ABCD)

คุณสมบัติของโครงข่าย RC ซึ่งใช้เลียนแบบอุปกรณ์ ซึ่งการใช้ตัวแปรโครงข่าย 2 พอร์ทแบบส่งผ่านเป็นแนวทางที่สะดวกที่สุด ซึ่งมีสมการเมตริกซ์ดังนี้

$$\begin{bmatrix} V_1(s) \\ I_1(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(s) & B(s) \\ C(s) & D(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2(s) \\ -I_2(s) \end{bmatrix} \quad (10.1)$$



รูปที่ 10.1 โครงข่าย 2-พอร์ท

โดยที่ตัวแปรแรงดันและกระแสของโครงข่าย 2 พอร์ทแสดงไว้ดังรูปที่ 10.1 และ จากสมการที่ (10.1) ตัวแปรต่างๆ มีค่าเท่ากับ

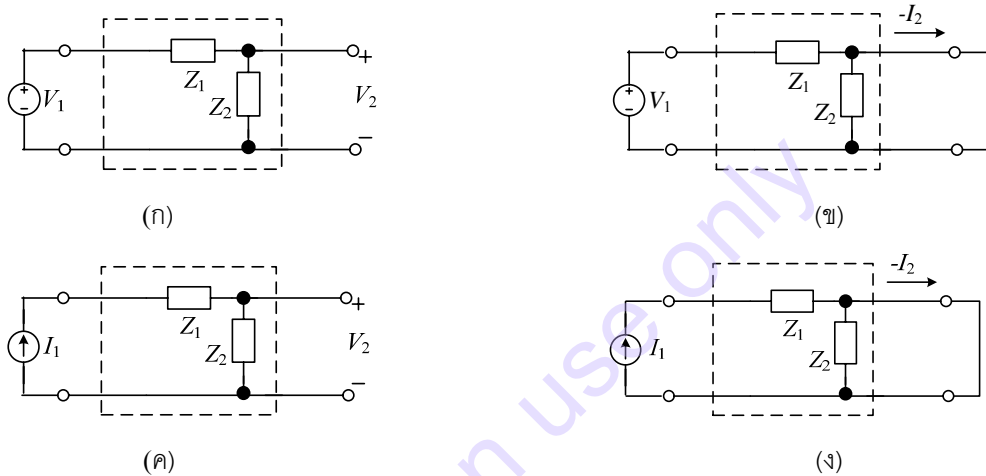
$$A(s) = \left. \frac{V_1(s)}{V_2(s)} \right|_{I_2(s)=0} \quad B(s) = \left. \frac{V_1(s)}{-I_2(s)} \right|_{V_2(s)=0} \quad (10.2ก)$$

$$C(s) = \left. \frac{I_1(s)}{V_2(s)} \right|_{I_2(s)=0} \quad D(s) = \left. \frac{I_1(s)}{-I_2(s)} \right|_{V_2(s)=0} \quad (10.2ข)$$

**บทที่ 10** วิธีการสังเคราะห์โดยตรง

โดยที่  $V_1(s)$  และ  $I_1(s)$  เป็นตัวแปรด้านอินพุต ส่วน  $V_2(s)$  และ  $-I_2(s)$  เป็นตัวแปรด้านเอาต์พุต สมการเหล่านี้จะใช้ตรวจสอบบนเงื่อนไขต่างๆ ได้บนโครงข่าย 2-พอร์ท ตัวอย่างเช่น เมื่อต้องการหาค่า  $A(s)$  โดยใช้สมการ (2ก) ด้วยการป้อนอินพุต  $V_1(s)$  ที่พอร์ท 1 และ หาแรงดัน  $V_2(s)$  ที่พอร์ท 2 ด้วยเงื่อนไขเปิดวงจร [ $I_2(s)=0$ ] ส่วนตัวแปรอื่นๆ ก็กระทำเช่นเดียวกัน

ตัวอย่างที่ 10.1-1 (ตัวแปร ABCD จากโครงข่ายอย่างง่าย) จากโครงข่ายแบบ 2-พอร์ท ดังรูปที่ 10.2 ประกอบด้วยอิมพีแดนซ์  $Z_1$  ออนุกรมและ  $Z_2$  ต่อลักษณะขนาน จงหาค่าตัวแปร ABCD



รูปที่ 10.2 ตัวอย่างการหาค่าตัวแปร ABCD

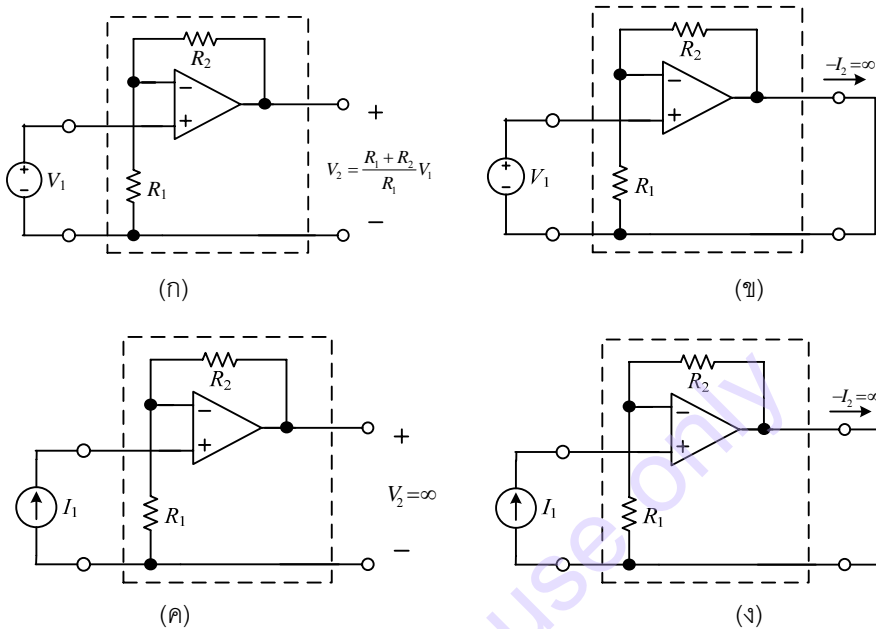
ในการหาค่าตัวแปร ABCD ในบางวงจร โดยเฉพาะวงจรที่ประกอบด้วย VCVSs อาจจะได้ค่าตัวแปรเป็นอนันต์ และ จากสมการที่ (10.2) ตัวแปร 2-พอร์ท จะแปรผันโดยตรงกับส่วนกลับของตัวแปรผลลัพธ์ซึ่งก็คือมีค่าเท่ากับศูนย์ เหตุการณ์ที่เกิดขึ้นบ่อยนี้มี 2 กรณีคือ 1) เมื่อต้องการทดสอบจะทำการลัดวงจรคร่อมแหล่งจ่ายแรงดัน (กระแสที่ได้จะมีค่าเป็นอนันต์) และ 2) เมื่อเป็นแหล่งจ่ายกระแสจะทำการเปิดวงจร (แรงดันที่ได้จะมีค่าเป็นอนันต์) ซึ่งจะทำให้ได้ผลลัพธ์ดังนี้

$$\begin{bmatrix} V_1(s) \\ I_1(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Z_1(s) + Z_2(s)}{Z_2(s)} & Z_1(s) \\ \frac{1}{Z_2(s)} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2(s) \\ -I_2(s) \end{bmatrix}$$

ตัวอย่างที่ 10.1-2 (ตัวแปร ABCD จากโครงข่ายที่ประกอบด้วย VCVS ชนิดไม่กลับเฟส) จงหาตัวแปร ABCD จากโครงข่ายแอมป์แบบไม่กลับเฟสดังรูปที่ 10.3

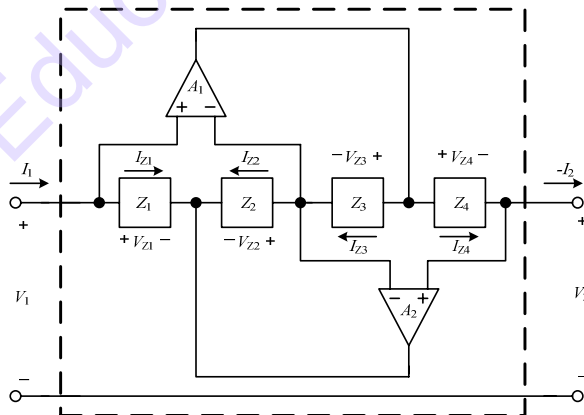
จากรูปที่ 10.3 ตัวแปรของโครงข่ายบางตัวจะได้ค่าเป็นอนันต์ เมื่อพิจารณาจากรูปที่ 10.3 (ข) เพื่อหาค่า  $B(s)$  แหล่งจ่ายแรงดันที่เอาต์พุตของออปแอมป์ จะถูกลัดวงจร [ $V_2(s)=0$ ] โดยที่  $-I_2(s)=0$  ถูกกำหนดขึ้น พบว่าค่าของ  $-I_2(s)=\infty$  ซึ่งทำให้ค่า  $B(s)=0$  และ ในทำนองเดียวกัน การหาค่า  $C(s)$  แสดง

ด้วยรูปที่ 10.3(ค) เอาท์พุทจะเป็นแบบเปิดวงจรขณะที่อินพุทเป็นแหล่งจ่ายกระแส  $I_1(s)$  พบว่าแรงดันเอาท์พุท  $V_2(s)=\infty$  จึงได้ค่า  $C(s)=0$  ในลักษณะเดียวกันค่าก็จะได้ค่า  $D(s)=0$  ด้วย จึงสามารถสรุปตัวแปร  $ABCD$  ในรูปเมทริกซ์ได้เป็น



รูปที่ 10.3 การหาค่าตัวแปร  $ABCD$  ของวงจรขยายไม่กลับเฟส

$$\begin{bmatrix} V_1(s) \\ I_1(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R_1}{R_1 + R_2} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2(s) \\ -I_2(s) \end{bmatrix}$$



รูปที่ 10.4 ตัวแปลงอิมพีแดนซ์ทั่วไป

### 10.1.2 ตัวแปลงอิมพีแดนซ์ทั่วไป (Generalized Impedance Converter)

การใช้โครงข่าย 2-พอร์ท ซึ่งสามารถใช้โครงข่าย RC เพื่อสร้างเป็นโครงข่ายเลียนแบบ เราเรียกว่า ตัวแปลงอิมพีแดนซ์ทั่วไป (Generalized Impedance Converter: GIC) โครงสร้างวงจรแสดงไว้

**บทที่ 10** วิธีการสังเคราะห์โดยตรง

ดังรูปที่ 10.4 ในการวิเคราะห์วงจรเราจะใช้หลักการวิเคราะห์ของออปแอมป์ด้วยแรงดันตกคร่อมอินพุทของออปแอมป์ (อุดมคติ) พบว่า

$$V_{z1}(s) - V_{z2}(s) = 0 \rightarrow V_{z1}(s) = V_{z2}(s) \quad (10.3ก)$$

$$V_{z3}(s) - V_{z4}(s) = 0 \rightarrow V_{z3}(s) = V_{z4}(s) \quad (10.3ข)$$

จะพบว่า  $V_1(s) = V_2(s)$  และ  $A(s) = 1$  และ  $B(s) = 0$  เพื่อใช้ในการหาค่า  $C(s)$  และ  $D(s)$  เริ่มต้นจากด้านขวาของโครงข่ายโดยมีกระบวนการดังต่อไปนี้

**ขั้นตอนที่ 1**  $V_{z4} = Z_4 I_{z4} = Z_4 (-I_2)$

**ขั้นตอนที่ 2**  $V_{z3} = Z_3 I_{z3} = V_{z4} = Z_4 (-I_2)$  (จากสมการที่ (10.3ข) และ ขั้นตอนที่ 1)

**ขั้นตอนที่ 3**  $I_{z3} = \frac{Z_4}{Z_3} (-I_2)$  (จาก ขั้นตอนที่ 2)

**ขั้นตอนที่ 4**  $I_{z2} = I_{z3} = \frac{Z_4}{Z_3} (-I_2)$  (ไม่มีกระแสไหลในอินพุทของออปแอมป์)

**ขั้นตอนที่ 5**  $V_{z2} = Z_2 I_{z2} = \frac{Z_2 Z_4}{Z_3} (-I_2)$  (จาก ขั้นตอนที่ 4)

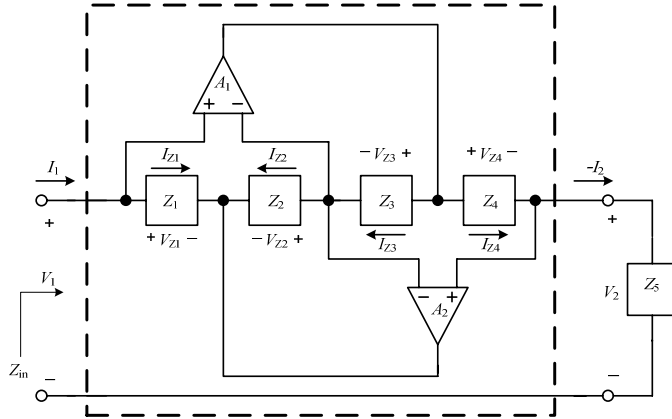
**ขั้นตอนที่ 6**  $V_{z1} = Z_1 I_{z2} = V_{z2} = \frac{Z_2 Z_4}{Z_3} (-I_2)$  (จากสมการที่ (10.3ก) และ ขั้นตอนที่ 5)

**ขั้นตอนที่ 7**  $I_1 = I_{z1} = \frac{Z_2 Z_4}{Z_1 Z_3} (-I_2)$  (จากขั้นตอนที่ 6)

ในขั้นตอนที่ 7 ที่สรุปได้ข้างต้น พบว่า  $I_1(s)$  เป็นฟังก์ชันของตัวแปร  $-I_2(s)$  และ ไม่เป็นฟังก์ชันของ  $V_2(s)$  ดังนั้นเราสามารถสรุปได้ค่าตัวแปร  $C(s) = 0$  และ  $D(s) = Z_2(s)Z_4(s)/Z_1(s)Z_3(s)$  และ สามารถเขียนในรูปเมทริกซ์ ABCD ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{Z_2(s)Z_4(s)}{Z_1(s)Z_3(s)} \end{bmatrix} \quad (10.4)$$

วงจร GIC นั้น VCVS เป็นส่วนประกอบในเอาต์พุทของออปแอมป์ ซึ่งขาหนึ่งต่อกับกราวด์ ซึ่งผลที่ได้คือ จุดอ้างอิงขั้วลบของแรงดัน  $V_1(s)$  และ  $V_2(s)$  ซึ่งเป็นจุดกราวด์ ซึ่งทำให้วงจร GIC ไม่สามารถใช้งานแบบลอยตัว (โดยไม่มีกราวด์) ได้



รูปที่ 10.5 โครงข่ายการแปลงอิมพีแดนซ์ทั่วไป (GIN)

### 10.1.3 โครงข่ายอิมพีแดนซ์ทั่วไป (Generalized Impedance Network)

ถ้าทำการต่ออิมพีแดนซ์  $Z_5(s)$  ในพอร์ทด้านขวา (พอร์ท 2) ของโครงข่าย 2-พอร์ท ดังแสดงในรูปที่ 10.5 เราจะได้เป็นโครงข่าย 1-พอร์ท ค่าอิมพีแดนซ์อินพุท  $Z_{in}(s) = V_1(s)/I_1(s)$  ค่าอิมพีแดนซ์อินพุทรูปตัวแปร ABCD ของโครงข่าย 2-พอร์ท ได้จากการแทนแบบแยกเศษและส่วนในสมการที่ (1) โดยใช้ความสัมพันธ์  $V_2(s) = Z_5(s)[-I_2(s)]$  เราจะได้เป็น

$$Z_{in}(s) = \frac{V_1(s)}{I_1(s)} = \frac{A(s)V_2(s) - B(s)I_2(s)}{C(s)V_2(s) - D(s)I_2(s)} = \frac{A(s)Z_5(s) + B(s)}{C(s)Z_5(s) + D(s)} \quad (10.5)$$

จากรูปที่ 10.5 เมื่อพิจารณาตัวแปร ABCD ของโครงข่าย GIC ในรูปที่ 10.4 โดยแทนสมการที่ (10.4) ลงในสมการอิมพีแดนซ์ (10.5) จะได้

$$Z_{in}(s) = \frac{Z_1(s)Z_3(s)Z_5(s)}{Z_2(s)Z_4(s)} \quad (10.6)$$

และ สามารถเขียนในรูปแอดมิตแตนซ์ได้เช่นเดียวกัน โดยใช้เงื่อนไขดังนี้  $Y_{in}(s) = 1/Z_{in}(s)$  และ  $Y_i(s) = 1/Z_i(s)$  เมื่อ  $(i = 1, 2, 3, \dots, 5)$

$$Y_{in}(s) = \frac{Y_1(s)Y_3(s)Y_5(s)}{Y_2(s)Y_4(s)} \quad (10.7)$$

## 10.2 การเลียนแบบขดลวดเหนี่ยวนำ

แนวทางที่ง่ายสำหรับการสร้างโครงข่ายแอดคทีฟ RC ด้วยวิธีการสังเคราะห์โดยตรงด้วยการสังเคราะห์จากหลักการเลียนแบบอุปกรณ์แพสซีฟ สามารถนำมาแทนในโครงข่ายแพสซีฟ RLC โดยที่อุปกรณ์ที่เป็นขดลวดจะถูกแทนที่ด้วยโครงข่ายแอดคทีฟ RC ซึ่งจะกล่าวถึงต่อไป

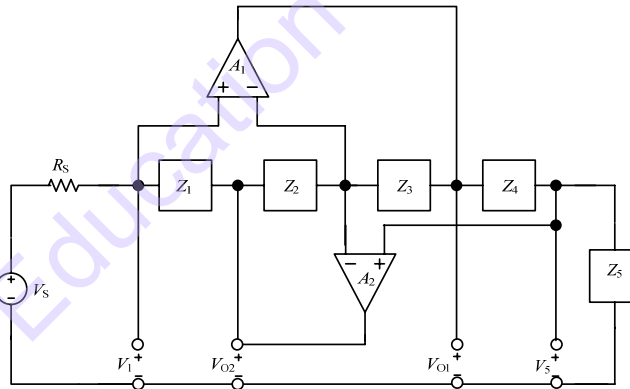
10.2.1 ขดลวดเหนี่ยวนำสังเคราะห์ (Synthetic Inductor)

จากหลักการของ GIN เป็นวิธีที่เหมาะสมในการสังเคราะห์ขดลวดเหนี่ยวนำ โดยการแทน  $Z_4(s)$  ด้วยตัวเก็บประจุ  $C_4$  ส่วนอุปกรณ์ที่เหลือ  $Z_i$  ( $i=1, 2, 3, 5$ ) ด้วยความต้านทาน  $R_i$  จากสมการที่ (10.6) เราได้

$$Z_{in}(s) = \frac{sR_1R_3C_4R_5}{R_2} \tag{10.8}$$

$$\therefore L_{eq} = \frac{R_1R_3C_4R_5}{R_2} \tag{10.9}$$

ขดลวดเหนี่ยวนำสังเคราะห์นี้จะมีคุณสมบัติที่ดีมาก ถ้าออปแอมป์  $A_1$  และ  $A_2$  สมพงษ์กันทุกประการ ค่าผลกระทบของความไม่เป็นอุดมคติจะมีค่าต่ำมาก เนื่องจาก  $Z_1(s)$  ต้องเป็นความต้านทานเสมอ กระแสที่ไหลผ่านอินพุทจะไหลได้ดี ส่วนข้อเสียของขดลวดเหนี่ยวนำสังเคราะห์นี้ก็มีเช่นจะต้องมีจุดต่อกราวด์ที่ขาหนึ่งเสมอ ซึ่งก็หมายถึงจะเป็นขดลวดเหนี่ยวนำแบบต่อกราวด์ ซึ่งก็จะเป็นข้อจำกัดโดยสามารถสร้างเป็นตัวกรองความถี่สูงผ่านได้เท่านั้น อย่างไรก็ตามการใช้เทคนิคของ FDNR ก็สามารรถสร้างเป็นตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน ตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่านได้เช่นเดียวกัน ซึ่งจะกล่าวในอันดับต่อไป การสังเคราะห์ขดลวดเหนี่ยวนำแบบลอยตัวก็สามารถสร้างได้ แต่ประสิทธิภาพจะไม่ได้และ มีความซับซ้อนกว่าแบบต่อกราวด์



รูปที่ 10.6 การป้อนอินพุทด้วยแรงดันในวงจร GIN

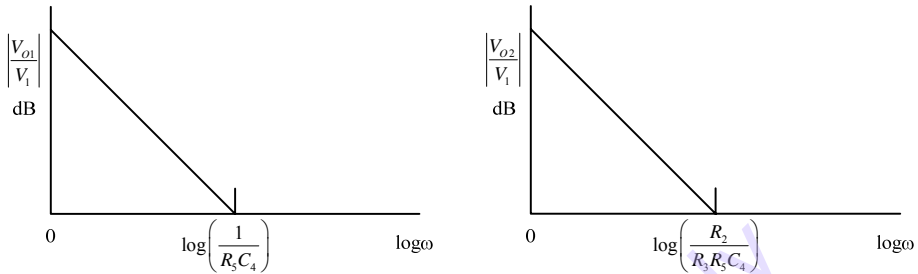
ในกรณีที่ต้องการทดสอบคุณสมบัติของขดลวดเหนี่ยวนำสังเคราะห์ เราสามารถใช้หลักการทดสอบของ GIN โดยป้อนแหล่งจ่ายแรงดันที่มีความต้านทานภายใน  $R_s$  เข้าไปดังรูปที่ 10.6 ซึ่งจะมีจุดเอาต์พุททดสอบคือ  $V_{O1}$  และ  $V_{O2}$  และ ซึ่งในการหาค่าแรงดันเอาต์พุทเทียบกับอินพุท  $V_1(s)$  ทั้งนี้จะได้เป็น

$$\frac{V_{O1}(s)}{V_1(s)} = 1 + \frac{Z_4(s)}{Z_5(s)} \quad \frac{V_{O2}(s)}{V_1(s)} = 1 - \frac{Z_2(s)Z_4(s)}{Z_3(s)Z_5(s)} \tag{10.10}$$

ใช้ตัวแปรความต้านทาน และ ตัวเก็บประจุในสมการที่ (10.8) แทนในสมการที่ (10.10) ได้เป็น

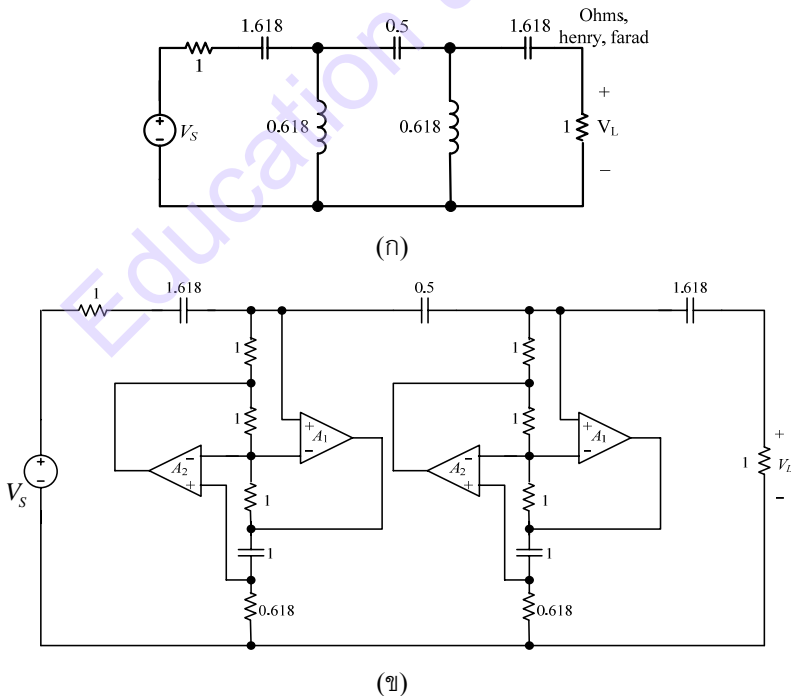
$$\frac{V_{o1}(s)}{V_1(s)} = 1 + \frac{1}{sR_5C_4} = \frac{s + 1/R_5C_4}{s} \quad (10.11)$$

$$\frac{V_{o2}(s)}{V_1(s)} = 1 - \frac{R_2}{sR_3R_5C_4} = \frac{s - R_2/(R_3R_5C_4)}{s} \quad (10.12)$$



รูปที่ 10.7 การพล็อต Bode ของ (ก) สมการที่ (11) Plot (ข) สมการที่ (12)

การพล็อตฟังก์ชันต่างๆ ในรูปการพล็อต Bode แสดงไว้ดังรูปที่ 10.7 รูปแรกเป็นการพล็อตเอาท์พุทจะตกลงเมื่อความถี่สูงขึ้น ส่วนรูปที่สองจะคล้ายกับรูปแรก แต่สามารถปรับแต่งความถี่ได้ ซึ่งความถี่จะขึ้นอยู่กัค่าขดลวดเหนี่ยวนำสังเคราะห์นั่นเอง

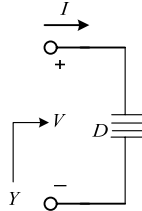


รูปที่ 10.8 (ก) ตัวกรองความถี่สูงผ่านต้นแบบ (ข) ตัวกรองความถี่สูงผ่านด้วยขดลวดเหนี่ยวนำสังเคราะห์แบบ Normalized

**บทที่ 10** วิธีการสังเคราะห์โดยตรง

ตัวอย่างที่ 10.2-1 จงออกแบบตัวกรองความถี่สูงผ่านแบบบัตเตอร์เวิร์ท ด้วยขดลวดเหนี่ยวนำสังเคราะห์ (Synthetic Inductor) โดยมีรูปต้นแบบดังรูป 10.8 (ก) มีความถี่ตัดเท่ากับ  $10^4$  rad/s

จากสมการที่ (8) กำหนดให้  $R_1=R_2=R_3=1\Omega$ ,  $C_4=1F$  และ  $R_5=0.618\Omega$  รูปวงจรแบบ Normalized ที่ได้จากการออกแบบแสดงไว้ดังรูปที่ 10.8(ข) ถ้าต้องการ Denormalized ทำได้โดยคูณตัวเก็บประจุทุกตัวด้วย  $10^{-7}$  และ คูณความต้านทานทุกตัวด้วย  $10^3$  และ ขดลวดสังเคราะห์ทั้งสองตัวสามารถปรับค่าได้ตามที่กล่าวไว้ก่อนหน้านี้



รูปที่ 10.9 สัญลักษณ์ของ FDNR

**10.3 ความต้านทานแบบลบเปลี่ยนค่าตามความถี่ (Frequency-Dependent Negative Resistors: FDNR)**

อุปกรณ์ที่น่าสนใจอีกตัวหนึ่งในการเลียนแบบสร้างโครงข่ายแพสซีฟ ก็คือ ความต้านทานแบบลบเปลี่ยนค่าตามความถี่ (Frequency-Dependent Negative Resistors: FDNR) เป็นอุปกรณ์ชนิด 1-พอร์ท มีสัญลักษณ์ดังรูปที่ 10.9 และมีสมการแอดมิตแตนซ์ดังนี้

$$Y(s) = \frac{I(s)}{V(s)} = s^2 D \tag{10.13}$$

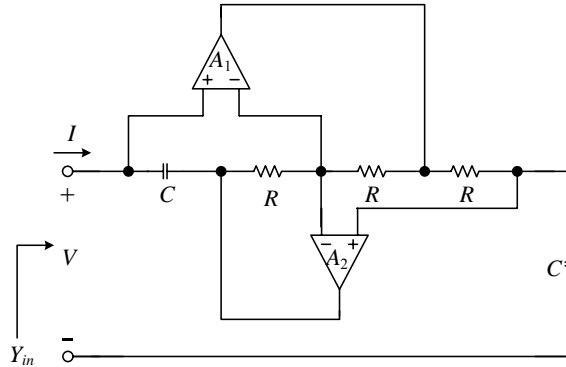
โดยที่  $D$  เป็นค่าคงที่จำนวนจริงบวก มีหน่วยเป็น ฟาร์ัดวินาที ( $Fs$ ) จากสมการที่ (13) ถ้ากำหนดให้  $s = j\omega$  เราจะได้  $Y(j\omega) = -\omega^2 D$  ซึ่งก็หมายถึงค่าของความต้านทานแบบลบ และเป็นฟังก์ชันของความถี่ และ เป็นจำนวนจริง นั่นหมายถึงเป็นความต้านทานตามธรรมชาติ แต่ปรับเปลี่ยนค่าตามความถี่ วงจร FDNR สามารถสร้างขึ้นได้โดย GIN สมการในรูปแอดมิตแตนซ์ของวงจรสามารถเขียนได้เป็น

$$Y_{in}(s) = \frac{Y_1(s)Y_3(s)Y_5(s)}{Y_2(s)Y_4(s)} \tag{10.14}$$

โดยที่  $Y_i(s) = 1/Z_i(s)$  ในการสร้าง FDNR อุปกรณ์ 2 ตัวภายใต้  $Y_1(s)$ ,  $Y_3(s)$  และ  $Y_5(s)$  ต้องถูกเลือกเป็นตัวเก็บประจุ ส่วนอุปกรณ์ที่เหลือเป็นตัวต้านทาน โดยทั่วไปนิยมใช้  $Y_1(s) = Y_5(s) = sC$  และ  $Y_2(s) = Y_3(s) = Y_4(s) = G$  สมการที่ (14) เขียนใหม่ได้เป็น

$$Y_{in}(s) = \left( \frac{C^2}{G} \right) s^2 = Ds^2 \tag{10.15}$$

วงจร FDNR แสดงไว้ดังรูปที่ 10.10



รูปที่ 10.10 การใช้ GIN สร้างเป็น FDNR

### 10.3.1 คุณลักษณะของ FDNR

ในหัวข้อนี้กล่าวถึงการพิจารณาคุณลักษณะบางอย่างของ FDNR เนื่องจากมีตัวแปรที่เป็นค่าจำนวนจริงเป็นลบสำหรับ  $s = j\omega$  ซึ่งจะเป็นการไม่เสถียรสำหรับโครงข่าย 1-พอร์ต พิจารณาจากรูปที่ 10.6 ซึ่ง GIN ที่ถูกขับด้วยแหล่งจ่ายแรงดัน  $V_S(s)$  โดยมีความต้านทานภายใน  $R_S$  ซึ่งแรงดันอินพุตตกคร่อมอินพุตของออปแอมป์มีค่าเป็น 0 หรือ  $V_1(s) = V_S(s)$  พังกั้นถ่ายโอนจาก  $V_S$  ไปยัง  $V_1$  หรือ  $V_S$  เท่ากับ

$$\frac{V_1(s)}{V_S(s)} = \frac{V_5(s)}{V_S(s)} = \frac{1}{1 + \frac{R_S Z_2(s) Z_4(s)}{Z_1(s) Z_3(s) Z_5(s)}} \quad (10.16)$$

สำหรับการออกแบบทำได้โดยกำหนด  $Z_1(s) = 1/sC_1$ ,  $Z_2(s) = R_2$ ,  $Z_3(s) = R_3$ ,  $Z_4(s) = R_4$  และ  $Z_5(s) = 1/sC_5$  สมการที่ (10.16) กลายเป็น

$$\frac{V_1(s)}{V_S(s)} = \frac{R_3/R_S R_2 R_4 C_1 C_5}{s^2 + R_3/R_S R_2 R_4 C_1 C_5} = \frac{\omega_0^2}{s^2 + \omega_0^2} \quad (10.17)$$

โดยที่ 
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{R_3}{R_S R_2 R_4 C_1 C_5}} \quad (10.18)$$

ความถี่  $\omega_0$  เป็นความถี่เรโซแนนซ์ของ FDNR กับความต้านทานภายในแหล่งจ่าย  $R_S$  ซึ่งเป็นความถี่ที่ไม่เสถียร ในทางปฏิบัติเมื่อสังเกตจากสมการที่ (10.17) พบว่าความไม่เสถียรอาจจะไม่เกิดขึ้นเมื่ออัตราขยายของออปแอมป์  $A_1$  และ  $A_2$  มีค่าไม่เป็นอนันต์ นั่นหมายความว่าโพลจะถูกขยับไปทางซ้ายของแกน  $j\omega$  แต่เมื่อสังเกตจากสมการที่ (10.17) ก็ยังเห็นว่าค่า  $Q$  ของวงจรจะมีค่าสูงมาก

## บทที่ 10 วิธีการสังเคราะห์โดยตรง

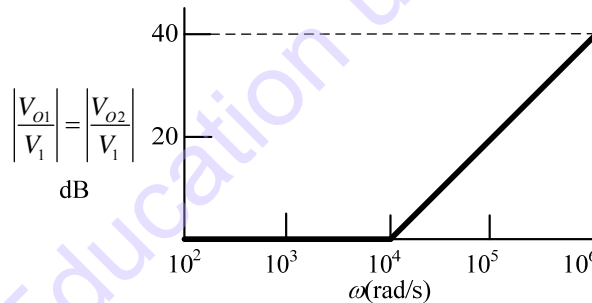
เนื่องจากอัตราขยายของออปแอมป์ ซึ่งไม่สามารถวัดได้ ยังมีอีกหลายคุณสมบัติที่สังเกตเห็นได้เมื่อพิจารณาจากฟังก์ชันถ่ายโอนจาก  $V_1(s)$  ไปยัง  $V_{O1}(s)$  และ  $V_{O2}(s)$  พิจารณาโดยใช้สมการที่ (10) สำหรับตัวเลือกของอุปกรณ์ที่เราได้

$$\frac{V_{O1}(s)}{V_1(s)} = 1 + sR_4C_5 = \frac{s + \omega_0\sqrt{R_5R_2C_1/R_3R_4C_5}}{\omega_0\sqrt{R_5R_2C_1/R_3R_4C_5}} \quad (10.19ก)$$

$$\frac{V_{O2}(s)}{V_1(s)} = - \left[ \frac{s - \omega_0\sqrt{R_5R_3C_1/R_2R_4C_5}}{\omega_0\sqrt{R_5R_3C_1/R_2R_4C_5}} \right] \quad (10.19ข)$$

จากที่กล่าวมาข้างต้น หัวข้อใดหัวข้อหนึ่งเป็นประโยชน์สำหรับการทดลองเพื่อพิสูจน์ประสิทธิภาพของ FDNR

ตัวอย่างที่ 10.3-1 (การนำฟังก์ชันถ่ายโอนของ FDNR มาพล็อต Bode) จากสมการที่ (10.19) เมื่อกำหนดให้  $C_1 = C_2 = 0.01\mu F$  และ  $R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 10k\Omega$  จากค่าที่กำหนดให้พบว่า  $D = 10^{-12} F s$  และ มี  $\omega_0 = 10^4 \text{ rad/s}$  เมื่อทำการพล็อตกราฟเชิงขนาด ในรูปการพล็อต Bode จากฟังก์ชันถ่ายโอนในสมการที่ (10.19) แสดงไว้ดังรูปที่ 10.11



รูปที่ 10.11 การพล็อต Bode ของสมการที่ (10.19)

### 10.3.2 การสังเคราะห์ตัวกรองความถี่ต่ำผ่านโดยใช้ FDNR

ในการประยุกต์ใช้ FDNR ในการทำเป็นตัวกรอง สิ่งแรกที่ต้องทำคือการทำการแปลงรูป (Transformation) การแปลงรูปดังกล่าวนี้มีชื่อเรียกว่า *RLC-CRD Transformation* การจัดรูปจะจัดอยู่ในรูปของอิมพีแดนซ์พื้นฐาน ซึ่งค่าคงที่อิมพีแดนซ์ Normalize อยู่ในรูปของฟังก์ชัน  $s$  โดยกำหนดให้  $z_n = 1/s$  ซึ่งเขียนเป็นสมการได้เป็น

$$Z(s) = z_n Z_n(s) = \frac{Z_n(s)}{s} \quad Y(s) = \frac{1}{z_n} Y_n(s) = s Y_n(s) \quad (10.20)$$

ตัวอย่างเช่น เมื่อพิจารณากรณีแอตมิตแดนซ์ของ Passive *RLC* แบบขนานทั่วไป เขียนสมการได้เป็น

$$Y_{RLC}(s) = G + \frac{1}{sL} + sC \quad (10.21)$$

เมื่อทำการแปลงรูป RLC-CRD Transformation เราจะได้

$$Y_{CRD}(s) = sG + \frac{1}{L} + s^2C \quad (10.22)$$

ตารางที่ 10.1 ตารางการแปลงรูป RLC-CRD Transformation

RLC network	CRD network
$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} A & B/s \\ sC & D \end{bmatrix}$

จากสมการที่ (22) จะประกอบด้วย ตัวเก็บประจุ ความต้านทาน และ FDNR ขนานกัน โดย  $G$  มีหน่วยเป็นฟาร์ด  $L$  มีหน่วยเป็นโอห์ม และ  $C = D$  มีหน่วยเป็นฟาร์ดวินาที อุปกรณ์ที่เป็น VCVS จะไม่ได้รับผลกระทบจากการแปลงรูป ในกรณีคล้ายๆกันกับการแปลง RLC-CRD ในโครงข่าย 2-พอร์ทแบบตัวแปร Transmission (ABCD) ซึ่งทำให้ตัวแปร  $A(s)$  และ  $D(s)$  จะไม่ได้รับผลกระทบจากการ

## บทที่ 10 วิธีการสังเคราะห์โดยตรง

แปลงรูป แต่  $B(s)$  และ  $C(s)$  ซึ่งอยู่ในรูปของอิมพีแดนซ์ และ แอดมิตแตนซ์ จะถูกคูณด้วย  $1/s$  และ  $s$  ตามลำดับ ผลสรุปการแปลง  $RLC-CRD$  แสดงไว้ดังตารางที่ 10.1

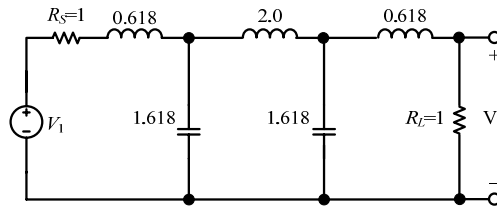
เนื่องจาก FDNR เป็นอุปกรณ์แอคทีฟ ดังนั้นจึงต้องใช้ไฟเลี้ยง ซึ่งข้างหนึ่งจะต้องต่อกราวด์เสมอ ซึ่งก็แน่นอนว่าอุปกรณ์ที่แปลง  $RLC-CRD$  จะต้องต่อกับกราวด์ข้างหนึ่งด้วยเสมอ อุปกรณ์ FDNR นี้เหมาะสำหรับการออกแบบตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน ซึ่งสามารถสรุปวิธีการได้ดังนี้

1. ออกแบบตัวกรองความถี่ต่ำผ่านแบบแพสซีฟ  $RLC$  Normalized
2. แปลงรูป  $RLC-CRD$  โดยใช้ตารางที่ 10.1
3. ออกแบบ FDNR ตามที่ต้องการโดยใช้  $R$  และ  $C$
4. เพิ่มส่วนที่ให้กระแสไหลจากออปแอมป์ลงกราวด์ ถ้าวงจรมี (กรณีวงจรถูกเปลี่ยนรูปจาก  $R$  เป็น  $C$  จำเป็นต้องมีความต้านทานโหลดต่อขนานกับ  $C$  ด้วย)
5. ทำการ Denormalized อุปกรณ์ทั้งหมด

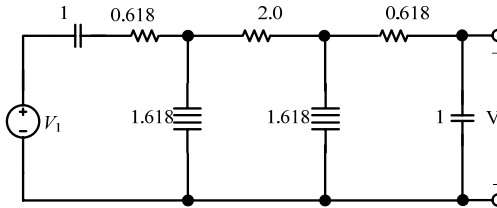
ตัวอย่างที่ 10.3-2 ออกแบบตัวกรองความถี่ต่ำผ่านแบบบัตเตอร์เวิร์ทอันดับห้า โดยมีความถี่ตัดเท่ากับ  $10^4$  rad/s ความต้านทานโหลด และ อินพุท เท่ากับ  $1000\Omega$  รูปวงจรถิ่นแบบแสดงดังรูปที่ 10.12(ก) ใช้การแปลง  $RLC-CRD$  ไปเป็นวงจรถิ่นรูปที่ 10.12(ข) ใช้ FDNR โดยกำหนดให้  $Z_1(s) = 1/sC$ ,  $Z_2(s) = Z_3(s) = R$ ,  $Z_4(s) = R_4$  และ  $Z_5(s) = 1/sC$  ดังนั้น  $D = C^2 R_4$  เลือก  $C$  ทุกตัวเท่ากับ  $1F$  ค่าความต้านทาน  $R$  ใช้เท่าไรก็ได้ เพราะในที่สุดจะหักล้างกันเนื่องจากสมการที่ (14) โดยในที่นี้เลือก  $R = 1\Omega$  ส่วน  $R_4$  ใช้เป็นตัวปรับค่า FDNR ซึ่งในที่นี้  $D = 1.618Fs$  ซึ่งทำให้ค่า  $R_4 = 1.618\Omega$  วงจรที่ผ่านการออกแบบโดยใช้ FDNR แสดงไว้ดังรูปที่ 10.12(ค) สังเกตว่าในวงจรมีจะเพิ่มความต้านทาน  $R_A$  และ  $R_B$  เพื่อเป็นเส้นทางให้กระแสตรงไหลจากขั้วบวกของออปแอมป์  $A_{11}$  และ  $A_{21}$  ลงกราวด์ เมื่อพิจารณาในรูปกระแสตรงเราจะได้

$$\frac{V_2(0)}{V_1(0)} = \frac{R_B}{R_A + R_B + 3.236} \quad (10.23)$$

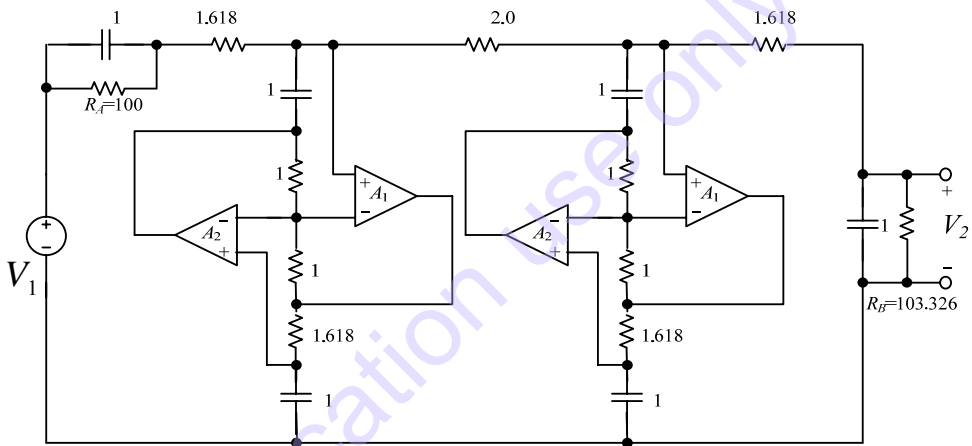
ค่า 3.236 คือค่าความต้านทานอนุกรมรวมที่อยู่ระหว่าง  $R_A$  และ  $R_B$  ถ้าสมการที่ (10.23) เท่ากับ  $R_L / (R_S + R_L)$  วงจรรูปที่ 10.12(ค) จะมีการตอบสนองเหมือนกับวงจรถิ่นแบบในรูปที่ 10.12(ก) นี่คือการสัมพันธ์อันแรกของ  $R_A$  และ  $R_B$  ความสัมพันธ์อื่นนั้น กำหนดให้  $R_A$  หรือ  $R_B \gg R_L$  และ  $R_S$  ซึ่งจะทำให้ค่าความถี่ Normalized เท่ากับ 1 rad/s ซึ่ง  $R_A$  และ  $R_B$  จะไม่ไปกระทบต่อค่า  $C_S$  และ  $C_L$  ตามลำดับ ดังนั้นเมื่อให้สมการที่ (10.23) เท่ากับ 0.5 โดยให้  $R_A = 100\Omega$  เราจะได้  $R_B = 103.24\Omega$  ดังรูปที่ 10.12(ค) และ ขั้นตอนสุดท้ายคือทำการ Denormalized โดยคูณตัวเก็บประจุทั้งหมดด้วย  $10^{-7}$  และ คูณความต้านทานทุกตัวด้วย  $10^3$



(ก)



(ข)



(ค)

รูปที่ 10.12 ตัวกรองความถี่ต่ำผ่านอันดับห้าโดยใช้ FDNR

### 10.3.3 การสังเคราะห์ฟังก์ชันตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่านโดยใช้ FDNR

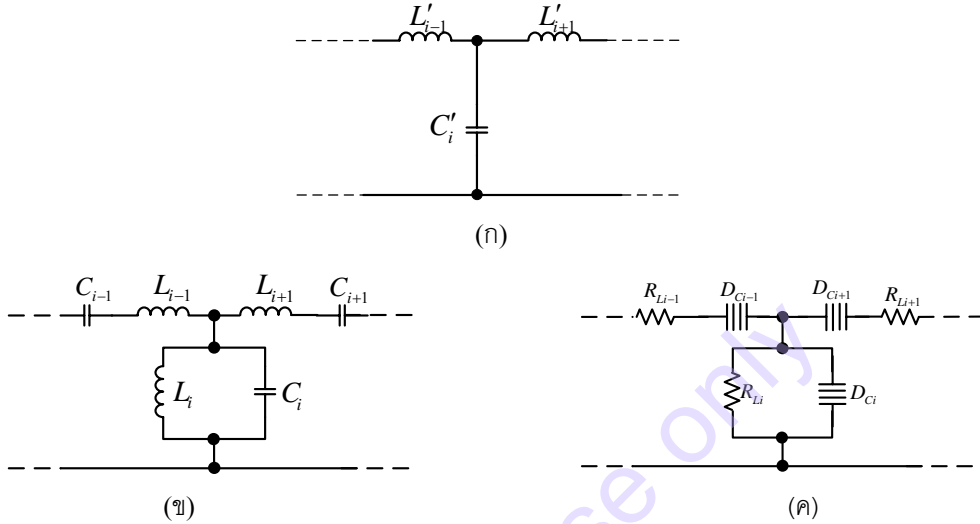
ในหัวข้อต่อไปนี้จะกล่าวถึงการใช้ FDNR สร้างเป็นแบบตัวกรองแถบความถี่ที่ต้องการผ่าน ซึ่งอาจจะมีควมยุ่งยากกว่าในหัวข้อที่แล้วอยู่บ้าง ในรูปที่ 10.13 แสดงตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่าน ต้นแบบชนิดแพสซีฟ ดังรูปที่ 10.13(ก) จากนั้นแปลงรูปโดยใช้การแปลงจาก LPF มาเป็น BPF ดังรูปที่ 10.13(ข) และ ใช้การแปลง  $RLC-CRD$  เป็นดังรูปที่ 10.13(ค) วงจรนี้จะประกอบด้วย FDNR แบบ ลอยตัว 2 ตัว และ FDNR ต่อกวารดอีก 1 ตัว เนื่องจากวงจร FDNR แบบลอยตัวจริงๆ ไม่สามารถทำได้จึงต้องดัดแปลงวงจรให้เป็ดังรูปที่ 10.14 ซึ่งมีการทำงานเหมือนกัน ประกอบด้วย GIC และ โครงข่ายแพสซีฟ โดยสามารถเขียนสมการเมตริกซ์ของ GIC ตัวแรกในรูปตัวแปรการส่งผ่านได้เป็น

$$T_{GIC1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{Z_2(s)Z_4(s)}{Z_1(s)Z_3(s)} \end{bmatrix} \quad (10.24)$$

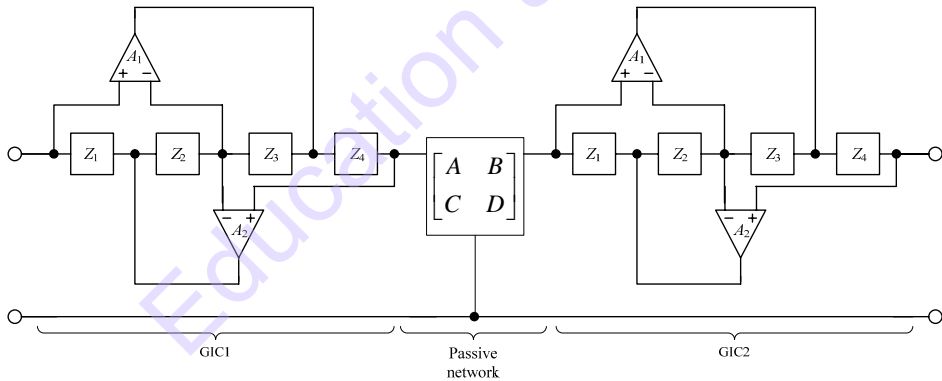
บทที่ 10 วิธีการสังเคราะห์โดยตรง

และ ตัวแปร Transmission ของโครงข่าย Passive เท่ากับ

$$T_{Passive} = \begin{bmatrix} A(s) & B(s) \\ C(s) & D(s) \end{bmatrix} \quad (10.25)$$



รูปที่ 10.13 การใช้ FDNR สร้างเป็นแบบตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่าน



รูปที่ 10.14 การต่อไล่ลำดับ GIC 2 ตัว กับโครงข่ายแพสซีฟ

เขียนสมการเมตริกซ์ของ GIC ตัวที่สองในรูปตัวแปรการส่งผ่านได้เป็น

$$T_{GIC2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{Z_2(s)Z_4(s)}{Z_1(s)Z_3(s)} \end{bmatrix} \quad (10.26)$$

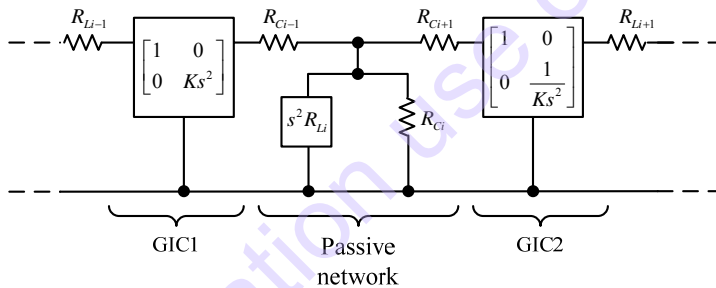
ทำการ cascade ทั้งสามโครงข่ายเข้าด้วยกันทำให้ตัวแปรการส่งผ่านกลายเป็น

$$T_{GIC1} \times T_{Passive} \times T_{GIC2} = \begin{bmatrix} A(s) & B(s) \frac{Z_1(s)Z_3(s)}{Z_2(s)Z_4(s)} \\ C(s) \frac{Z_2(s)Z_4(s)}{Z_1(s)Z_3(s)} & D(s) \end{bmatrix} \quad (10.27)$$

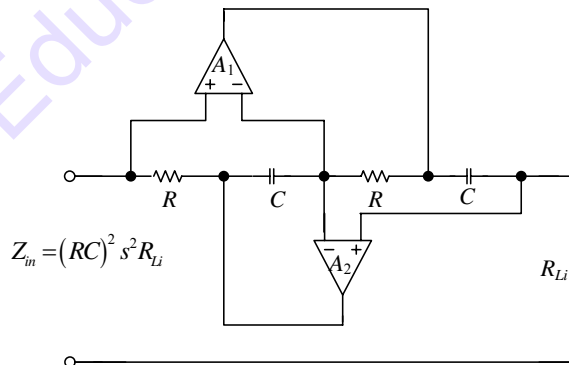
รูปที่ 10.14 รูปเสมือนของโครงข่ายแพสซีฟ ซึ่งแสดงด้วย  $Z_1(s)Z_3(s)/Z_2(s)Z_4(s)$  ซึ่งถ้าพิจารณาแล้วจะอยู่ในรูป

$$\frac{Z_1(s)Z_3(s)}{Z_2(s)Z_4(s)} = \frac{1}{s^2} \quad (10.28)$$

เมื่อต้องการแปลงจากรูป 10.13 ซึ่งเป็น FDNR มาเป็นรูปที่ 10.14 ซึ่งประกอบด้วย GIC 2 ตัว และ โครงข่ายแพสซีฟอีก 1 ชุด ที่มีอินพุทอิมพีแดนซ์เท่ากับ  $s^2 R_{Li}$  ดังแสดงในรูปที่ 10.15 ซึ่งมีอิมพีแดนซ์ตัวนี้แสดงไว้ดังรูปที่ 10.16 และ จากหลักการที่ แสดงไว้ตั้งแต่รูปที่ 10.13 ถึง 10.16 โดยใช้ GIC และ FDNR ก็สามารถใช้กับฟังก์ชันตัวกรองความถี่ผ่านได้เช่นกัน



รูปที่ 10.15 ตัวกรองสัญญาณที่ออกแบบจากรูปที่ 10.13(ค)

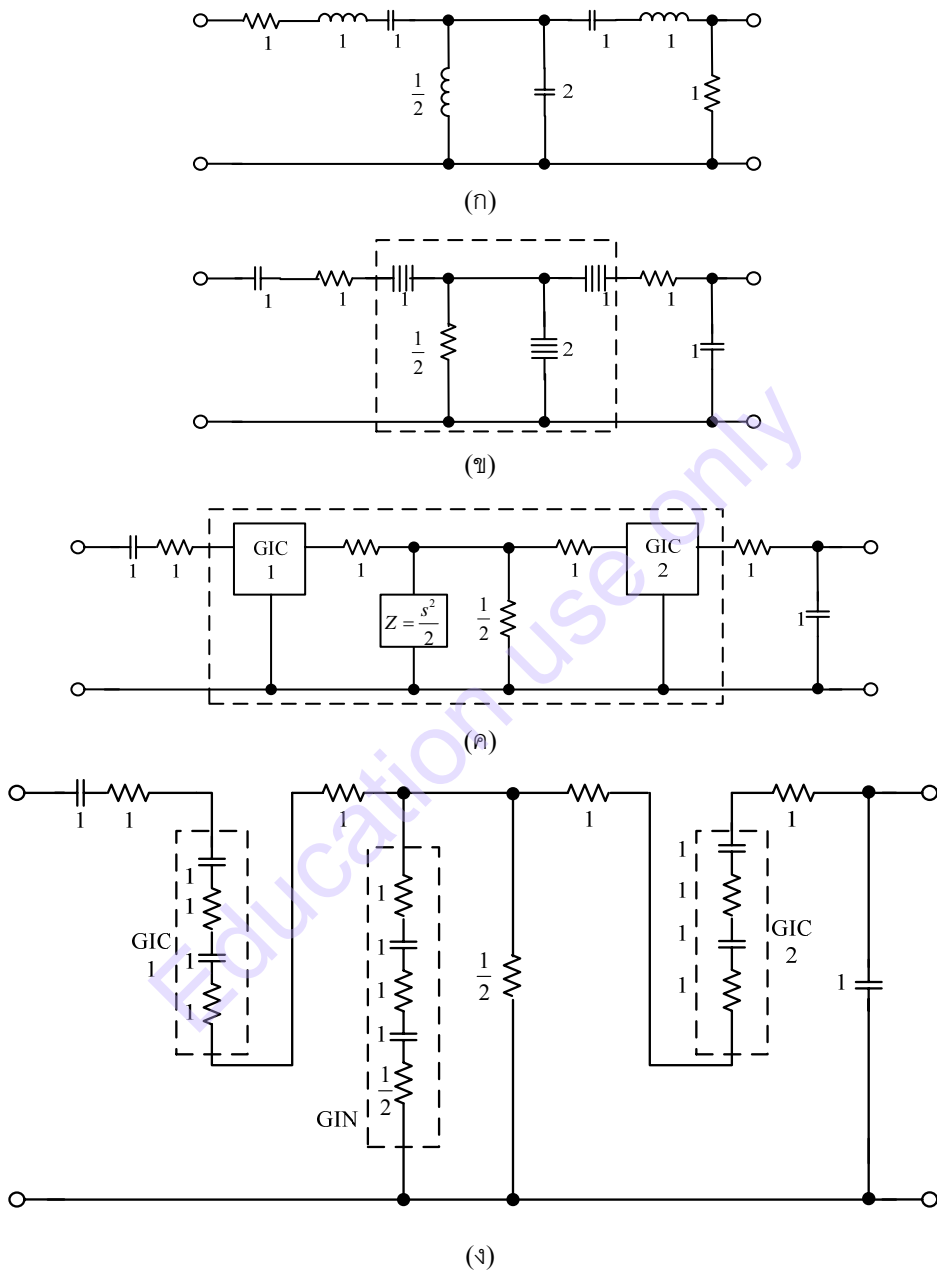


รูปที่ 10.16 อุปกรณ์ในรูปที่ 10.15 ที่มีอิมพีแดนซ์เป็น  $s^2$

ตัวอย่างที่ 10.3-3 ออกแบบตัวกรอง BPF อันดับหก ที่มีความถี่ผ่านเท่ากับ 1 rad/s มีแบนด์วิดท์ เท่ากับ 1 rad/s จากโครงข่ายแพสซีฟต้นแบบดังรูป 10.17(ก) ทำการแปลงรูป  $RLC-CRD$  จะได้โครงข่ายเป็นดังรูปที่ 10.17(ข) ส่วนกลางของโครงข่ายระบุด้วยเส้นประ ซึ่งภายในประกอบด้วย GIC 2 ตัว และ

**บทที่ 10** วิธีการสังเคราะห์โดยตรง

อุปกรณ์อีกหนึ่งตัว ดังรูปที่ 10.17(ค) วงจรสมมูลรูปที่ได้แสดงไว้ดังรูปที่ 10.17(ง) เพื่อเป็นการให้ดูง่าย จะไม่ได้เขียนออปแอมป์ในรูป GIC และ GIN

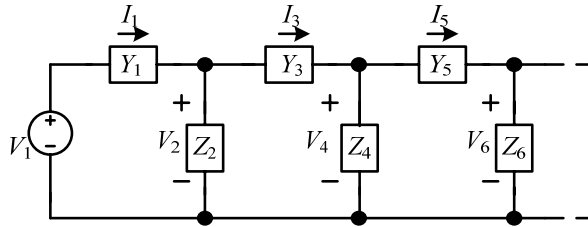


รูปที่ 10.17 ตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่านด้วย FDNR

**10.4 การออกแบบด้วยเทคนิค Leapfrog**

จากหัวข้อที่กล่าวมาได้กล่าวถึงการสังเคราะห์ตัวกรอง โดยใช้ขดลวดเหนี่ยวนำสังเคราะห์ และ ใช้ FDNR ทั้งสองแนวทางเป็นการเลียนแบบอุปกรณ์ในโครงข่ายแพสซีฟด้วยวงจร RC แบบแอด

ที่ฟ ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงการเขียนแบบโครงข่ายเพื่อใช้กับการสังเคราะห์โดยตรง วิธีนี้เรียกว่าวิธีกบกระโดด (Leapfrog Technique) ซึ่งใช้การป้อนกลับแบบลบบ้างไปยังแรงดันหรือกระแสของโครงข่ายแพสซีฟ ผลที่ได้รับคือจะได้โครงข่ายที่เสถียร ซึ่งมีข้อดีคืออุปกรณ์ที่ใช้มีค่าเกือบที่จะเท่ากันทั้งหมด ซึ่งเป็นประโยชน์ในการออกแบบ



รูปที่ 10.18 โครงข่ายขั้นบันได (Ladder) แบบแพสซีฟ

#### 10.4.1 การพัฒนาโครงสร้าง Leapfrog

เทคนิค Leapfrog เป็นการใช้วงจร RC แบบแอคทีฟ ซึ่งแรงดันในโหนดต่างๆ ของโครงข่ายในรูปของแรงดันและกระแสของแต่ละสาขา เป็นการเขียนแบบมาจากโครงข่าย RLC ต้นแบบการป้อนกลับ ตัวอย่างโครงข่าย Ladder แสดงไว้ดังรูปที่ 10.18 ซึ่งสามารถเขียนความสัมพันธ์ต่างๆ ได้ดังต่อไปนี้

$$I_1 = (V_1 - V_2) Y_1 \quad (10.29ก)$$

$$V_2 = (I_1 - I_3) Z_2 \quad (10.29ข)$$

$$I_3 = (V_2 - V_4) Y_3 \quad (10.29ค)$$

$$V_4 = (I_3 - I_5) Z_4 \quad (10.29ง)$$

$$I_5 = (V_4 - V_6) Y_5 \quad (10.29จ)$$

ชุดสมการที่ (10.29) สามารถเขียนใหม่โดยแทนกระแสทุกตัว ( $I_1, I_3, I_5, \dots$ ) ด้วยแรงดัน ( $V_{i1}, V_{i3}, V_{i5}, \dots$ ) สมการที่ (10.29) กลายเป็น

$$V_{i1} = (V_1 - V_2) Y_1 \quad (10.30ก)$$

$$V_2 = (V_{i1} - V_{i3}) Z_2 \quad (10.30ข)$$

$$V_{i3} = (V_2 - V_4) Y_3 \quad (10.30ค)$$

$$V_4 = (V_{i3} - V_{i5}) Z_4 \quad (10.30ง)$$

$$V_{i5} = (V_4 - V_6) Y_5 \quad (10.30จ)$$

จากสมการที่ (10.30) นั้น ตัวแปร  $Y_1, Y_3, Y_5, \dots$  และ  $Z_2, Z_4, \dots$  จะกลายเป็นตัวแปรเชิงขนาดไม่มีหน่วย หรือ เป็นค่าฟังก์ชันถ่ายโอน ซึ่งเราจะไม่สนใจความเป็นอิมพีแดนซ์หรือ แอตมิตแตนซ์อีก จากนั้น

**บทที่ 10** วิธีการสังเคราะห์โดยตรง

ทำการจัดรูปสมการที่ (10.30) ให้มีเครื่องหมายเชื่อมโยงกัน โดยคุณเครื่องหมายลบเข้าไปในสมการที่ (10.30ข), (10.30ค) และ (10.30ง) ได้เป็น

$$V_{i1} = (V_1 - V_2)Y_1 \quad (10.31ก)$$

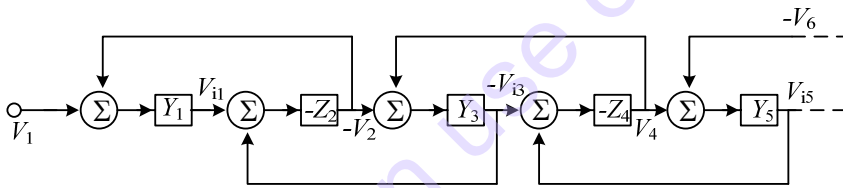
$$-V_2 = (V_{i1} - V_{i3})(-Z_2) \quad (10.31ข)$$

$$-V_{i3} = (-V_2 + V_4)Y_3 \quad (10.31ค)$$

$$V_4 = (-V_{i3} + V_{i5})(-Z_4) \quad (10.31ง)$$

$$V_{i5} = (V_4 - V_6)Y_5 \quad (10.31จ)$$

บล็อกไดอะแกรมของโครงข่ายที่ได้จากสมการที่ (10.31) แสดงไว้ดังรูปที่ 10.9 เห็นได้ว่าการจัดรูปของบล็อกไดอะแกรมจะคล้ายกับรูปของ “กบกระโดด (Leapfrog)” ซึ่งถูกใช้เป็นที่เรียกนั่นเอง และสังเกตได้ว่าตัวแปรฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดัน  $Y_1, Y_3, Y_5, \dots$  จะมีค่าเป็นบวก ส่วน  $Z_2, Z_4, \dots$  จะมีค่าเป็นลบ ซึ่งเราจะต้องออกแบบให้มีความสอดคล้องกับเครื่องหมายด้วย



รูปที่ 10.19 บล็อกไดอะแกรมของโครงข่ายที่ได้จากสมการที่ (10.31)

การออกแบบอีกแนวทางหนึ่งสามารถทำได้เช่นกัน โดยคุณเครื่องหมายลบเข้าไปในสมการที่ (10.30) ในอีกแนวทางหนึ่ง สมการที่ได้แสดงไว้ดังสมการที่ (10.32) ส่วนบล็อกไดอะแกรมของสมการที่ (10.32) แสดงไว้ดังรูปที่ 10.20

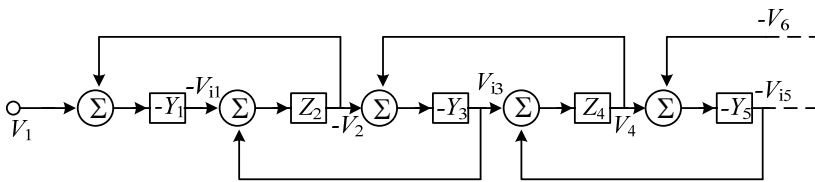
$$-V_{i1} = (V_1 - V_2)(-Y_1) \quad (10.32ก)$$

$$-V_2 = (-V_{i1} + V_{i3})Z_2 \quad (10.32ข)$$

$$V_{i3} = (-V_2 + V_4)(-Y_3) \quad (10.32ค)$$

$$V_4 = (V_{i3} - V_{i5})Z_4 \quad (10.32ง)$$

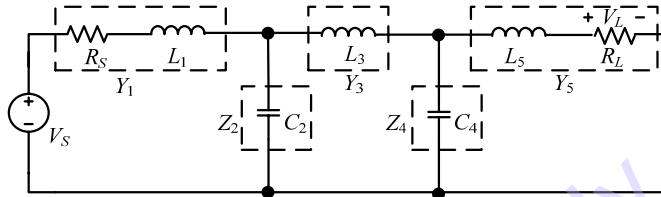
$$-V_{i5} = (V_4 - V_6)(-Y_5) \quad (10.32จ)$$



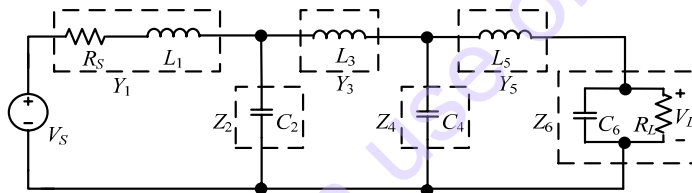
รูปที่ 10.20 บล็อกไดอะแกรมของโครงข่ายที่ได้จากสมการที่ (10.32)

10.4.2 ตัวกรองความถี่ต่ำผ่านแบบ Leapfrog

การประยุกต์ใช้หลักการของ Leapfrog มาออกแบบเป็นตัวกรองความถี่ต่ำผ่านนั้นมีค่าซีโรเป็นอนันต์นั้นโดยใช้รูปที่ 10.18 นั้น ด้วยเหตุนี้  $Y_i$  จะเป็นขดลวดเหนี่ยวนำ และ ต่อกับ  $Z_i$  ที่เป็นตัวเก็บประจุในส่วนหัวและส่วนท้ายจะเพิ่มความต้านทานอินพุท และ ความต้านทานโหลดเข้ามาตามลำดับ สำหรับกรณีที่มีอันดับเลขคี่ ( $n=5$ ) จะแสดงดังรูปที่ 10.21(ก) แต่สำหรับอันดับเลขคู่ ( $n=6$ ) ตัวต้านทานโหลดจะขนานกับ  $Z_i$  ตัวสุดท้าย แสดงดังรูปที่ 10.21(ข)



(ก)



(ข)

รูปที่ 10.21 ตัวกรองความถี่ต่ำผ่านแบบแพสซีฟ (ก) อันดับห้า (ข) อันดับหก

จากรูปที่ 10.21(ก) สามารถเขียนฟังก์ชันถ่ายโอนของบล็อกต่างๆ ตามรูปที่ 10.19 ได้ดังนี้

$$T_1(s) = Y_1(s) = \frac{1/L_1}{s + R_S/L_1} \quad (10.33ก)$$

$$T_2(s) = -Z_2(s) = -\frac{1}{sC_2} \quad (10.33ข)$$

$$T_3(s) = Y_3(s) = \frac{1}{sL_3} \quad (10.33ค)$$

$$T_4(s) = -Z_4(s) = -\frac{1}{sC_4} \quad (10.33ง)$$

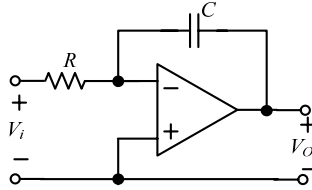
$$T_5(s) = Y_5(s) = \frac{1/L_5}{s + R_L/L_5} \quad (10.33จ)$$

จากฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดันข้างต้น สามารถออกแบบได้ด้วยวงจรรอบแอมป์ทั่วไป โดยเฉพาะ  $T_2(s)$  และ  $T_4(s)$  เป็นวงจรรินที่เกเรเตอร์ไม่สูญเสียแบบกลับเฟสดังรูปที่ 10.22 ส่วน  $T_3(s)$  จะเป็นแบบไม่กลับเฟส โดยตรงเพิ่มวงจรรกลับเฟสคาสเคดกับอินที่เกเรเตอร์ไม่สูญเสียแบบกลับเฟส ส่วนในเทอม

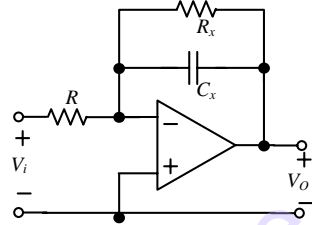
บทที่ 10 วิธีการสังเคราะห์โดยตรง

$T_1(s)$  และ  $T_5(s)$  เป็นอินทิเกรเตอร์แบบสูญเสีย ดังแสดงในรูปที่ 10.23 โดยมีจากฟังก์ชันถ่ายโอนเท่ากับ

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{-1/RC_x}{s + R_x C_x} \quad (10.34)$$

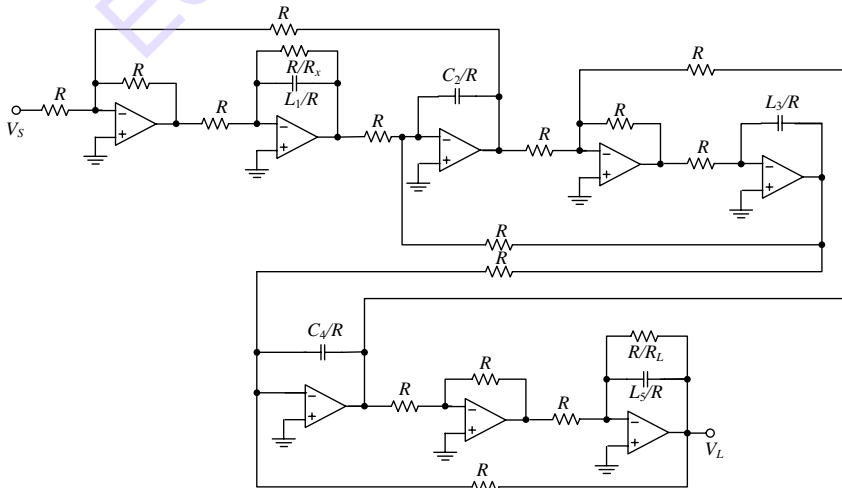


รูปที่ 10.22 อินทิเกรเตอร์ไม่สูญเสียแบบกลับเฟส

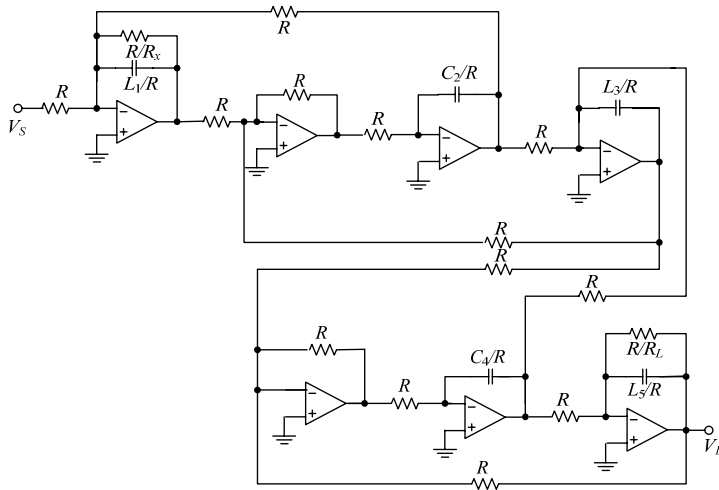


รูปที่ 10.23 อินทิเกรเตอร์สูญเสียแบบกลับเฟส

ด้วยหลักการ Leapfrog จากรูปที่ 10.21(ก) โดยใช้โครงสร้างรูป 10.19 และ อินทิเกรเตอร์ ดังรูป 10.22 และ 10.23 แสดงไว้ดังรูปที่ 10.24(ก) ค่าของความต้านทานทั้งหมดกำหนดโดยฟังก์ชันของค่า  $R$  ซึ่งอาจจะเลือกจากค่า Normalized ค่าตัวเก็บประจุจะอยู่ในรูปของค่า  $R$  และ ค่าอุปกรณ์ดังรูปที่ 10.21(ก) และ ในทำนองเดียวกันด้วยบล็อกโอดะแกรมดังรูปที่ 10.20 สามารถออกแบบได้ดังรูปที่ 10.24(ข) ซึ่งเป็นที่สังเกตได้ว่าสามารถดอปแอมป์ได้ 1 ตัว และ จากทั้งสองแบบนี้สังเกตได้ว่า อิมพีแดนซ์อินพุท และเอาต์พุทมีค่าเท่ากับ  $R$



(ก)



(ข)

รูปที่ 10.24 การออกแบบด้วย Leapfrog จากโครงสร้างแพลตซีฟต้นแบบรูปที่ 10.21 (ก)

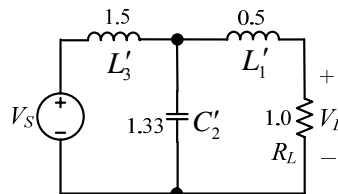
(ก) ด้วยบล็อกไดอะแกรมรูปที่ 10.19 (ข) ด้วยบล็อกไดอะแกรมรูปที่ 10.20

**สรุปการออกแบบตัวกรองความถี่ต่ำผ่านด้วยหลักการของ Leapfrog**

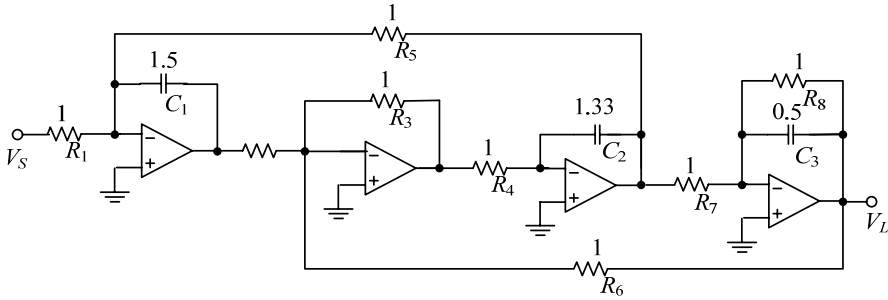
1. ออกแบบตัวกรองต้นแบบของตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน แบบ Normalized
2. เลือกรูปแบบที่จะใช้ตามรูปที่ 10.19 หรือ 10.20
3. ออกแบบอุปกรณ์ภายในของตัวกรอง Leapfrog โดยใช้ Inverting integrator หรือ non-inverting integrator โดยใช้ค่า  $R$  เป็น 1
4. ออกแบบอินพุตและเอาต์พุตของตัวกรอง Leapfrog โดยใช้สมการที่ (10.34) และรูปที่ 10.23
5. ทำการ Denormalize อิมพีแดนซ์ของอุปกรณ์ ในช่วงความถี่ที่ต้องการ

ตัวอย่างที่ 10.4-1 ออกแบบตัวกรองความถี่ต่ำผ่านอันดับสามด้วย Leapfrog โดยกำหนดความถี่ตัด Normalize ที่ 1 krad/s โดยใช้รูปต้นแบบดังรูปที่ 10.25 (ก)

เลือกใช้รูปแบบ Leapfrog จากรูปที่ 10.20 และเลือก  $R = 1$  วงจรที่ได้จะแสดงไว้ดังรูปที่ 10.25(ข) ทำการ Denormalized ความถี่ด้วยค่า  $1 \times 10^3$  และ Denormalized อิมพีแดนซ์ด้วย  $1 \times 10^4$  ค่าตัวต้านทานทั้งหมดจะอยู่ที่  $10k\Omega$  และ ตัวเก็บประจุทั้งหมดจะคูณด้วย  $1 \times 10^{-7}$



(ก)



(ข)

รูปที่ 10.25 ตัวกรองความถี่ต่ำผ่านอันดับแบบ Leapfrog ตามตัวอย่างที่ 10.7

### 10.4.3 ความไวของตัวกรอง

ข้อดีอย่างหนึ่งของตัวกรอง Leapfrog ก็คือยังคงคุณสมบัติดีมากด้านความไวต่อค่าของตัวกรอง แพลซีฟตันแบบเอาไว้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้ เมื่อพิจารณาฟังก์ชันถ่ายโอน  $T_1(s)$  ในสมการที่ (10.33ก) โดยใช้วงจรอินทิเกรเตอร์แบบสูญเสียดังรูปที่ 10.23 ในสมการที่ (10.34) เมื่อพิจารณาทั้งสองสมการ (โดยไม่สนใจเครื่องหมายลบ) เราจะได้

$$L_1 = RC_x \quad \text{และ} \quad R_s = \frac{R}{R_x} \quad (10.35)$$

จากสมการข้างต้น ทำให้ได้ความไวเท่ากับ

$$S_R^{L_1} = 1 \quad S_{C_x}^{L_1} = 1 \quad S_R^{R_s} = 1 \quad S_{R_x}^{R_s} = -1 \quad (10.36)$$

ความไวของอุปกรณ์ของอินทิเกรเตอร์แบบสูญเสีย  $R$ ,  $R_x$  และ  $C_x$  มีค่าเท่ากับ  $\pm 1$  เท่าของโครงข่ายต้นแบบ  $R_s$  และ  $L_1$  อีกตัวอย่างหนึ่ง ถ้าผลที่ได้ในสมการที่ (10.33ข) ถูกเปรียบเทียบกับฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดันของอินทิเกรเตอร์แบบไม่สูญเสีย ( $=1/sRC$ ) ได้เป็น

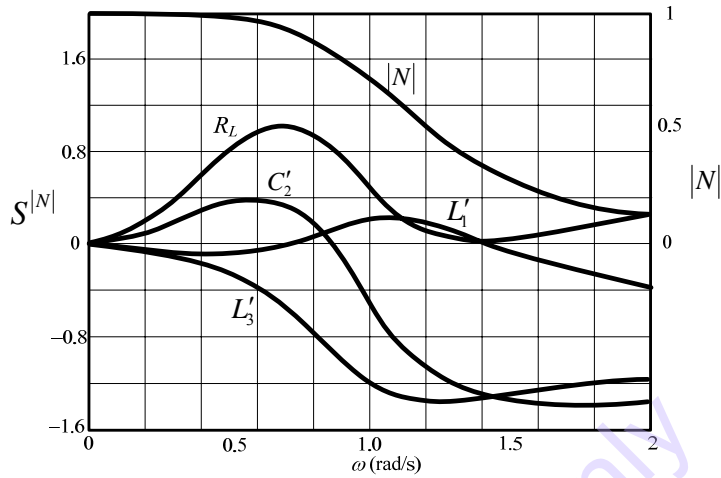
$$C_2 = RC \quad \text{ซึ่ง} \quad S_R^{C_2} = 1 \quad S_C^{C_2} = 1 \quad (37)$$

ในกรณีนี้ค่าความไวของอุปกรณ์ในอินทิเกรเตอร์  $R$  และ  $C$  มีค่าเท่ากับโครงข่ายต้นแบบ  $C_2$  ซึ่งสรุปได้ว่า ในการวิเคราะห์ค่าความไวของอุปกรณ์ของตัวกรอง Leapfrog ก็จะมีค่าเท่ากับ  $\pm 1$  เท่าของโครงข่ายต้นแบบเช่นเดียวกัน ซึ่งจะกล่าวถึงในตัวอย่างต่อไป

#### ตัวอย่างที่ 10.4-2 (ความไวของตัวกรอง Leapfrog)

จากตัวอย่างก่อนหน้าเราสามารถหาค่า ฟังก์ชันถ่ายโอนเชิงขนาดบัตเตอร์เวิร์ทของรูปที่ 10.25(ก) ได้ดังต่อไปนี้

$$N(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{R_L}{s^3 C'_2 L'_2 L'_3 + s^2 C'_2 L'_3 R_L + s(L'_1 + L'_3) + R_L}$$



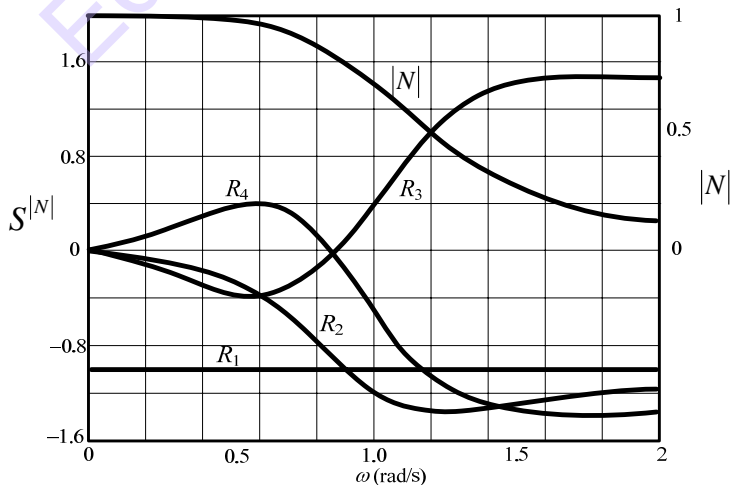
รูปที่ 10.26 ความไวเชิงขนาดของโครงข่ายต้นแบบ

กราฟแสดงค่าความไวเชิงขนาดของอุปกรณ์ต่างๆ ของตัวกรองแพสซีฟต้นแบบรูปที่ 10.25(ก) แสดงไว้ดังรูปที่ 10.26 รวมทั้งความไวของฟังก์ชันโครงข่าย ซึ่งสังเกตได้ว่าค่าความไวจะมีค่าต่ำมาก (ต่ำกว่า 1.5) และ ถ้าทำการวิเคราะห์ฟังก์ชันถ่ายโอนของรูปที่ 10.25(ข) จะได้เป็น

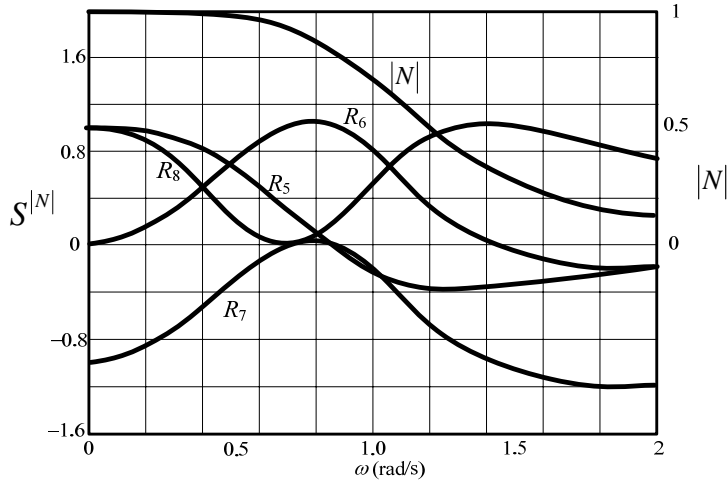
$$N(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{R_3 R_5 R_6 R_8}{s^3 C_1 C_2 C_3 R_1 R_2 R_4 R_5 R_6 R_7 R_8 + s^2 C_1 C_2 R_1 R_2 R_4 R_5 R_6 R_7 + A}$$

โดยที่

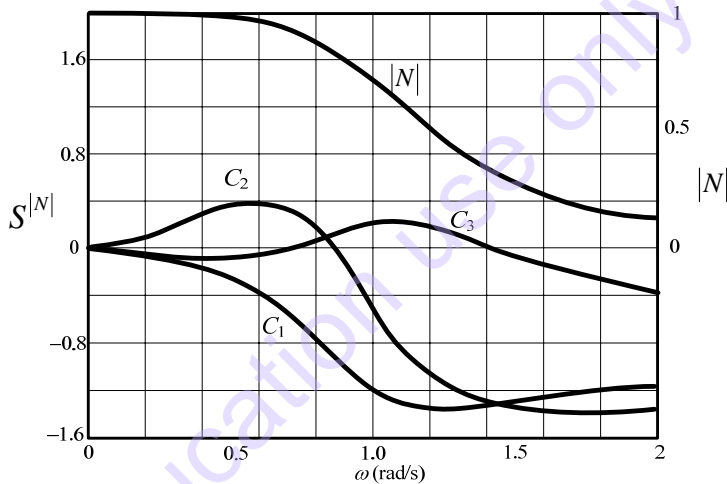
$$A = s(C_1 R_1 R_2 R_3 R_5 R_8 + C_3 R_1 R_3 R_6 R_7 R_8) + R_1 R_3 R_6 R_7$$



(ก)



(ข)



(ค)

รูปที่ 10.27 ค่าความไวเชิงขนาดของตัวกรอง Leapfrog

ค่าความไวเชิงขนาดสำหรับอุปกรณ์ของตัวกรองรูปที่ 10.25(ข) แสดงดังรูปที่ 10.27 ซึ่งพบว่า

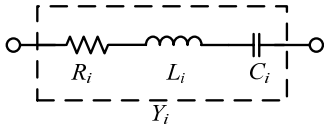
1. ค่าความไวทั้งหมดมีค่าต่ำ ซึ่งมีค่าต่ำกว่า 1.5
2. ความไวสำหรับ  $R_2$  และ  $C_1$  มีค่าเท่ากับความไวของ  $L'_3$  (ดังแสดงในรูปที่ 10.26)
3. ความไวสำหรับ  $R_4$  และ  $C_2$  มีค่าเท่ากับความไวของ  $C'_2$  (ดังแสดงในรูปที่ 10.26)
4. ความไวสำหรับ  $C_3$  มีค่าเท่ากับความไวของ  $L'_1$  (ดังแสดงในรูปที่ 10.26)

#### 10.4.4 ตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่านแบบ Leapfrog

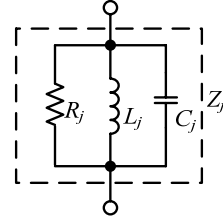
ด้วยเทคนิคของตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน Leapfrog นั้น สามารถนำมาสร้างเป็นตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่านด้วยกำหนดให้ซีโรที่อยู่จุดกำเนิด และ อนันต์ ในกรณีการแปลงตัวกรองความถี่ต่ำไปเป็นตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่าน ทำได้โดยแปลงอุปกรณ์ทุกตัวของโครงข่ายเป็นตัวกรองความถี่ต่ำ

ผ่าน ในรูปแบบทั่วไปของอุปกรณ์อนุกรม และ ขนาน แสดงไว้ดังรูปที่ 10.28(ก) และ (ข) ตามลำดับ และ โดยปกติ  $R_i$  ในรูปที่ 10.28(ก) จะมีค่าเท่ากับศูนย์ และ  $R_j$  ในรูปที่ 10.28 (ข) จะมีค่าเป็นอนันต์ ค่าแอดมิตแตนซ์ของรูปที่ 10.28(ก) จะมีค่าเท่ากับ

$$Y_i(s) = \frac{(1/L_i)s}{s^2 + (R_i/L_i)s + 1/L_i C_i} \quad (10.38)$$



(ก)



(ข)

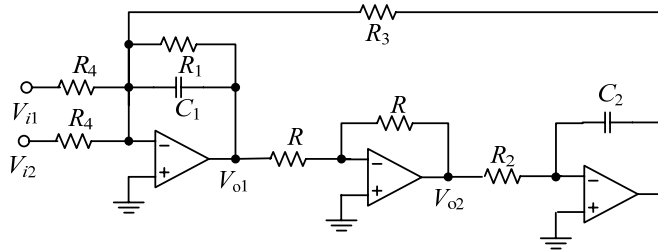
รูปที่ 10.28 โครงข่ายตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่านแบบอนุกรมและขนาน

ค่าอิมพีแดนซ์ของรูปที่ 10.28(ข) จะมีค่าเท่ากับ

$$Z_j(s) = \frac{(1/C_j)s}{s^2 + (1/R_j C_j)s + 1/L_j C_j} \quad (10.39)$$

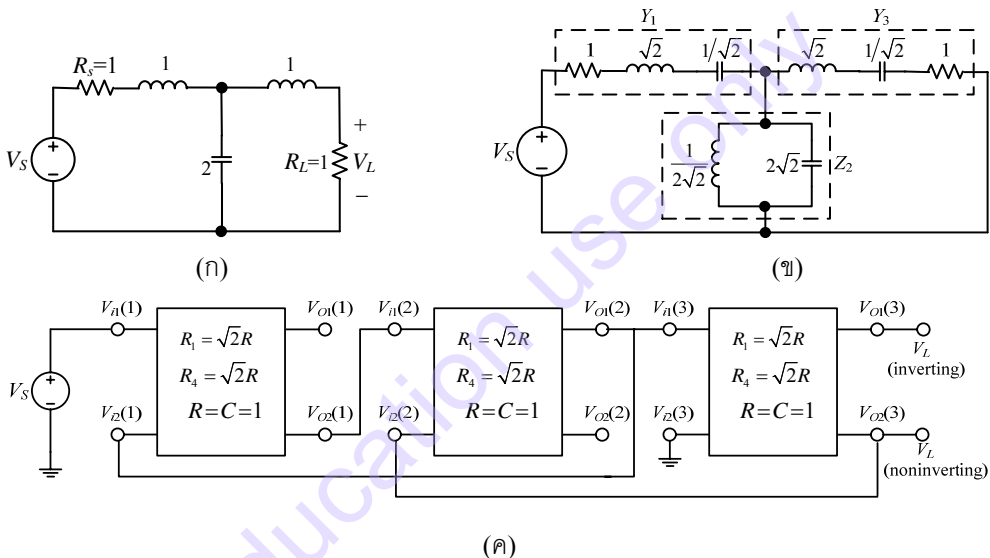
เห็นได้ชัดว่ากรณีของตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่าน ฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดันที่ต้องใช้คือ ความถี่ที่ต้องการผ่านอันดับสอง ดังนั้นอินทิเกรเตอร์ของตัวกรองความถี่ต่ำผ่านจะถูกแทนตัวกรอง ความถี่ที่ต้องการผ่านในบทก่อนหน้านี และ เราจะเห็นได้ว่าเทคนิคของ Leapfrog ในการที่จะสร้างตัว กรองอันดับสูงๆ จากตัวกรองอันดับสอง ซึ่งในทางปฏิบัติจะมีคุณสมบัติที่ดีเยี่ยม มีข้อกำหนดที่สำคัญ หลายข้อในการใช้ตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่าน ข้อแรกจะต้องรองรับทั้งส่วนที่เป็นแบบกลับเฟสและไม่ กลับเฟส ทำให้ไม่มีความจำเป็นในการใช้วงจรกลับเฟสเพิ่มเติม ข้อที่สอง เมื่อ  $R_j=0$  หรือ  $R_j=\infty$  ค่า  $Q$  ของตัวกรองจะต้องมีค่าเป็นอนันต์ ข้อที่สาม ต้องมีส่วนของการรวมอินพุต 2 อินพุตเป็นอย่างน้อย เพื่อ ใช้ในการรวมสัญญาณหลายสัญญาณ เพื่อให้ได้ตามข้อกำหนดข้อที่สามตัวกรองแบบ Tow-Thomas และ วงจร State-variable เป็นวงจรที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งสามารถรองรับการเป็นตัวกรองความถี่ที่ ต้องการผ่านได้ทั้งแบบกลับเฟส และไม่กลับเฟสในตัวเองด้วยกัน ในกรณีที่ต้องการค่า  $Q$  สูงด้วยการใช้ วงจรขยายเป็นอนันต์ ตัวหนึ่งจะต้องเป็นบวก และ บ่อนกลับแบบลบ ถ้าใช้วงจร Tow-Thomas จะเป็น วงจรดังรูป 10.29 ซึ่งจะได้คุณสมบัติการรวมอินพุต ดังฟังก์ชันต่อไปนี้

$$V_{o2}(s) = -V_{o1}(s) = \left( \frac{s/R_4 C_1}{s^2 + s/R_1 C_1 + 1/R_2 R_3 C_1 C_2} \right) (V_{i1} + V_{i2}) \quad (10.38)$$



รูปที่ 10.29 วงจร Tow-Thomas ที่ดัดแปลงเพื่อให้ออกแบบเป็น Leapfrog BPF

ตัวอย่างที่ 10.4-3 ออกแบบตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่านอันดับหกแบบ Leapfrog โดยตัวกรองมีคุณสมบัติเป็นตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่านแบบบัตเตอร์เวิร์ทที่มีโพลหกตัว มีความศูนย์กลางที่ 1kHz และมีแบนวิดธ์ที่ 1 Octave



รูปที่ 10.30 ตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่าน Leapfrog จากตัวอย่าง 10.4-3

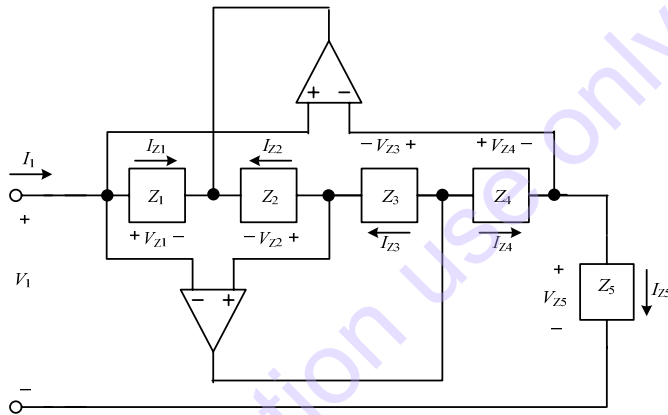
เพื่อให้ชุดแรกมีความเสถียร เราจะใช้ ค่า  $R=1$  โดยตัวกรองความถี่ที่ต่ำผ่านต้นแบบเป็นดังรูปที่ 10.30(ก) จากแบนด์วิดธ์ 1 Octave เมื่อค่าความถี่กลาง  $1\text{rad/s}$  จะได้แบนด์วิดธ์เท่ากับ  $1/\sqrt{2}\text{ rad/s}$  เมื่อใช้การแปลงตัวกรองความถี่ที่ต่ำผ่านต้นแบบ เป็นตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่าน ด้วยแบนด์วิดธ์เท่ากับ  $1/\sqrt{2}$  จะได้วงจรเป็นดังรูปที่ 10.30(ข) ถ้าเราใช้วงจรรูปที่ 10.29 กับ ฟังก์ชันถ่ายโอนรูปที่ 10.30(ข) ประกอบกับเลือกรูปแบบ Leapfrog ในรูปที่ 10.19 หรือ 10.20 ที่ทำให้วงจรง่ายที่สุด ดังนั้นเลือกรูปที่ 10.19 ก็จะได้สร้างวงจรได้ดังรูปที่ 10.30(ค) ซึ่งในแต่ละบล็อกจะแทนด้วยวงจรในรูปที่ 10.29 ถ้าเราเลือก  $C=1F$  จะได้  $R=1\Omega$  ทำการ Denormalized โดยหารด้วย  $2\pi \times 10^3$  ตัวต้านทานทั้งหมดอาจจะปรับค่าใหม่ได้ตามต้องการ ตัวอย่างเช่น ทำการ Denormalized อิมพีแดนซ์ด้วย  $10^4$  จะได้ค่า  $R=10k\Omega$  และ  $C=0.0159\mu F$  ส่วน ค่า  $R_1$  และ  $R_4$  ในแต่ละบล็อกสามารถคำนวณได้ตามความสัมพันธ์ในรูปที่ 10.30(ค)

หลักการ Leapfrog อาจจะเป็นหลักการที่ดีอันหนึ่งทีเดียว ซึ่งสามารถใช้สร้างตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่าน โดยที่ใช้ตัวกรองอันดับสองในบทก่อนหน้า และ มีความไวต่ำเท่าๆ กับอุปกรณ์แพสซีฟในโครงข่ายต้นแบบ ในทางปฏิบัติบางครั้งบล็อกอันดับสองอิสระ สามารถเคลื่อนไปหลายเปอร์เซ็นต์ก่อนที่จะเห็นว่าความถี่ตอบสนองเปลี่ยนแปลงอย่างชัดเจน และ หลักการ Leapfrog ยังสามารถใช้ออกแบบฟังก์ชันโครงข่ายด้วย ซีโรบนแกน  $j\omega$  อีกด้วย

Education use only

แบบฝึกหัดท้ายบท

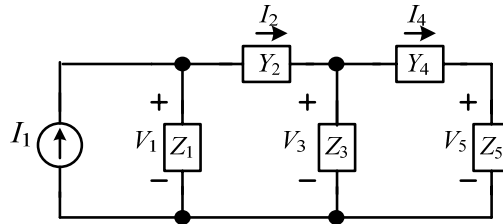
- 10.1. ตัวแปรส่งผ่าน (ABCD) ของวงจรถอดแอมป์ซึ่งมีออกแบบให้มีคุณสมบัติเป็น CCCS โดยกำหนดให้ออปแอมป์เป็นอุดมคติ (มีอัตราขยายเป็นอนันต์ มีเอาต์พุตอิมพีแดนซ์เท่ากับศูนย์ และมีอินพุตอิมพีแดนซ์เป็นอนันต์)
- 10.2. จงออกแบบอิมพีแดนซ์  $Z_{in}(s) = Ks$  โดยใช้โครงสร้างของ GIN ดังรูปที่ 10.5 โดยกำหนดให้ใช้อุปกรณ์เป็นแบบความต้านทาน หรือ ตัวเก็บประจุเดี่ยว อย่างใดอย่างหนึ่ง สำหรับอิมพีแดนซ์  $Z_1(s)$  ถึง  $Z_5(s)$  ถ้ากำหนดให้ค่าความต้านทานมีค่าเท่ากับ  $1k\Omega$  และ ตัวเก็บประจุเท่ากับ  $1\mu F$  จงหาค่าคงที่  $K$  และ หน่วยของมัน
- 10.3. จากวงจรถอดแอมป์ในรูปที่ 10.31 ถ้าต้องการสร้างพอร์ทที่สองโดยการถอดอิมพีแดนซ์  $Z_4(s)$  ออก จงหาตัวแปรส่งผ่าน (ABCD) ของโครงข่ายสองพอร์ทดังกล่าว



รูปที่ 10.31

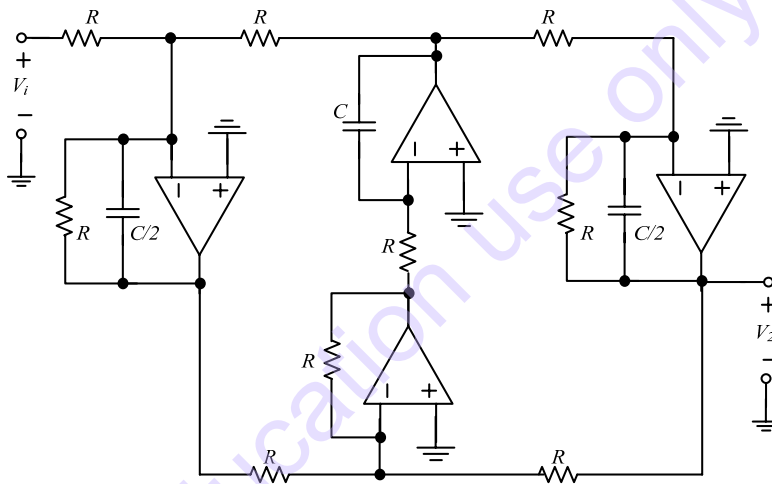
- 10.4. ถ้าค่าของความต้านทานและตัวเก็บประจุในวงจรรูปที่ 10.10 ถูกจำกัดให้มีค่าระหว่าง  $1k\Omega$  ถึง  $100k\Omega$  และ  $100pF$  ถึง  $1\mu F$  ตามลำดับ จงหาช่วงของค่าของขดลวดสังเคราะห์ที่ออกแบบได้
- 10.5. จากฟังก์ชันถ่ายโอน  $V_{O1}(s)/V_1(s)$  และ  $V_{O2}(s)/V_1(s)$  ของวงจรถอดแอมป์ในรูปที่ 10.6 เมื่อกำหนดให้  $Z_4(s)=1/sC$  และ  $Z_1(s)=Z_2(s)=Z_3(s)=Z_5(s)=R$  โดยที่  $C=0.1\mu F$  และ  $R=10k\Omega$  จงแสดงการพล็อต Bode ฟังก์ชันแมกนิจูด ของฟังก์ชันถ่ายโอนทั้งสอง
- 10.6. จงออกแบบวงจรถอดแอมป์ FDNR สำหรับฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดัน ของตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน Butterworth อันดับสาม โดยตัวกรองต้นแบบ Normalized มีค่า  $1\Omega$  ต่ออยู่ที่ปลายสุดทำค่าของแบนด์วิดท์ เป็น  $10^3\text{ rad/s}$  และ ตัวเก็บประจุทั้งหมดมีค่าเท่ากับ  $0.1\mu F$
- 10.7. จงออกแบบตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน Butterworth อันดับสองแบบต่อปลายด้วยความต้านทานตัวเดียว ที่มีแบนด์วิดท์ เป็น  $1\text{ rad/s}$  โดยใช้ FDNR ที่มีอุปกรณ์ดังต่อไปนี้  $Z_1(s)=R_1$ ,  $Z_2(s)=R_2$ ,  $Z_4(s)=R_4$  และ  $Z_3(s)=1/sC_3$ ,  $Z_5(s)=1/sC_5$  และ หาค่าความไว  $S_{R_1}^O$ ,  $S_{R_2}^O$ ,  $S_{C_3}^O$ ,  $S_{R_4}^O$  และ  $S_{C_5}^O$

- 10.8. จงวาดบล็อกไดอะแกรมคล้ายกับในรูปที่ 10.19 จากวงจรต้นแบบดังรูปที่ 10.32 ใช้แรงดัน  $V_{11}$ ,  $V_{12}$  และ  $V_{14}$  เพื่อหาค่า  $I_1$ ,  $I_2$  และ  $I_4$  กำหนดตัวแปรต่างๆ ในบล็อกไดอะแกรมให้ถูกต้อง



รูปที่ 10.32

- 10.9. จากตัวกรอง Leapfrog ดังรูปที่ 10.33 จงหาฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดัน โดยสมมติให้  $C=10^{-8}\text{F}$  และ  $R=10^4\Omega$



- 10.10. จงออกแบบตัวกรอง BPF แบบเชบีเชฟอันดับหก โดยใช้ฟังก์ชันถ่ายโอนที่มีความถี่กลางที่ 1kHz แบนดิวิดท์ 1 Octave และ ค่าความกระเพื่อม 0.1dB ใช้วงจร Tow-Thomas ในรูปที่ 10.29 เพื่อให้ออกแบบเป็นตัวกรองอันดับสองแบบอิสระ โดยกำหนดให้ตัวเก็บประจุทั้งหมดเท่ากับ  $0.01\ \mu\text{F}$  ใช้ค่า Denormalized อิมพีแดนซ์เท่ากับ  $Z_n = 10^3$  เพื่อปรับอุปกรณ์ต่างๆ ของตัวกรองต้นแบบ

ปล่อยหน้าว่าง

Education use only

# 11

## หลักการตัวกรองแบบ Log-domain

เครือข่ายที่ใช้จัดการรูปร่างสัญญาณ หรือ ตัวกรองความถี่ ในปัจจุบันเป็นองค์ประกอบที่สำคัญในงานด้านระบบไมโครอิเล็กทรอนิกส์ ซึ่งสามารถพบได้ในโทรศัพท์ไร้สาย อุปกรณ์สื่อสารข้อมูล จนถึงอุปกรณ์เครื่องเสียงที่บ้าน ตัวกรองทั่วไปถูกจัดอยู่ในสามกลุ่ม คือ แบบต่อเนื่องเวลา (Continuous-time) สุ่มสัญญาณข้อมูล (Sampling Data) และ แบบดิจิทัล ตัวกรองแบบดิจิทัลมีข้อดีคือสามารถทำงานร่วมกับระบบดิจิทัล และ ง่ายต่อการรวมกับหน่วยประมวลสัญญาณดิจิทัลหลักในวงจรรวม ตัวกรองแบบดิจิทัลนี้เหมาะสมสำหรับการประยุกต์ใช้ในความถี่ต่ำ และ พบได้แพร่หลายในระบบที่มีการออกแบบเป็นดิจิทัลทั้งหมด ตัวกรองในแบบสุ่มสัญญาณข้อมูล ประกอบด้วยเทคนิคการกรองสัญญาณแบบแอนาล็อก เหมาะสำหรับการแปลงข้อมูล (สัญญาณแอนาล็อกเป็นดิจิทัลหรือจากดิจิทัลเป็นแอนาล็อก) ซึ่งเชื่อมต่อระหว่างโลกของแอนาล็อก และ หน่วยประมวลสัญญาณดิจิทัลหลักของระบบไมโครอิเล็กทรอนิกส์ โดยทั่วไประบบสุ่มสัญญาณข้อมูลจะใช้เทคโนโลยี MOS ที่ซึ่งมันจะถูกรวมอยู่บนชิปเดียวกับส่วนของวงจรมอนิเตอร์เพื่อลดต้นทุนในการผลิต ตัวอย่างหนึ่งที่นิยมก็คือตัวกรองสวิทช์-ตัวเก็บประจุ โดยที่ผลตอบสนองทางความถี่มีความแม่นยำ มีความเป็นเชิงเส้นและมีช่วงไดนามิกสูง ตัวกรองเหล่านี้ถูกประยุกต์ใช้จำนวนมากในวงจรรวมภายในมาตรฐานของ ASICs (Application Specific Integrated Circuits) และ อุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์อื่นๆ

ตัวกรองแบบต่อเนื่องเวลาเป็นวงจรมินิเจอร์ แต่มีความสำคัญมาก ในงานด้านการออกแบบตัวกรอง เพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาที่เกี่ยวกับการแชมปลิงและการสวิตช์ เช่น การสร้าง และ กำหนดสัญญาณนาฬิกา และการเก็บ-คายประจุ เป็นต้น ซึ่งจะมีผลกระทบอย่างมากโดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อเกี่ยวข้องกับสัญญาณแอนาล็อกในความถี่สูง และ ระบบที่ต้องการพลังงานต่ำ ประโยชน์ข้อนี้เองที่เป็นตัวเลือกสำคัญสำหรับการเจริญเติบโตของอุตสาหกรรมไร้สาย

รูปแบบที่น่าสนใจที่สุดสองรูปแบบของตัวกรองแบบต่อเนื่องเวลา คือ ตัวกรองแบบ Transconductance-C ( $g_m$ -C) และ ตัวกรองแบบ MOS-C [8] ซึ่งเหมาะสำหรับวงจรรวมเนื่องจากสามารถทำงานแบบอินพุตแตกต่างอย่างสมบูรณ์ และ สามารถสร้างวงจรรวมโดยการใช้ตัวเก็บประจุลงกราวด์เท่านั้น ในส่วนต่อไปจะกล่าวถึงรายละเอียดของสองเทคนิคการกรองความถี่แบบต่อเนื่องเวลา

### 11.1 ตัวกรองรวมแบบต่อเนื่องเวลา แบบดั้งเดิม

#### 11.1.1 ตัวกรองแบบ MOS-C

ตัวกรอง MOS-C ถูกสร้างโดยการแทนที่ตัวต้านทานในตัวกรองแอกทีฟ RC ด้วยมอสทรานซิสเตอร์ที่ถูกไบอัสแบบไม่โอ้มิตัว [8] สมการกระแสที่ไหลผ่านมอสทรานซิสเตอร์มีค่าเท่ากับ [9]

**บทที่ 11** หลักการตัวกรองแบบ Log-Domain

$$i_D = \frac{1}{2} \mu C_{ox} \left( \frac{W}{L} \right) [2(V_C - V_2 - V_T)(V_1 - V_2) - (V_1 - V_2)^2] \quad (11.1)$$

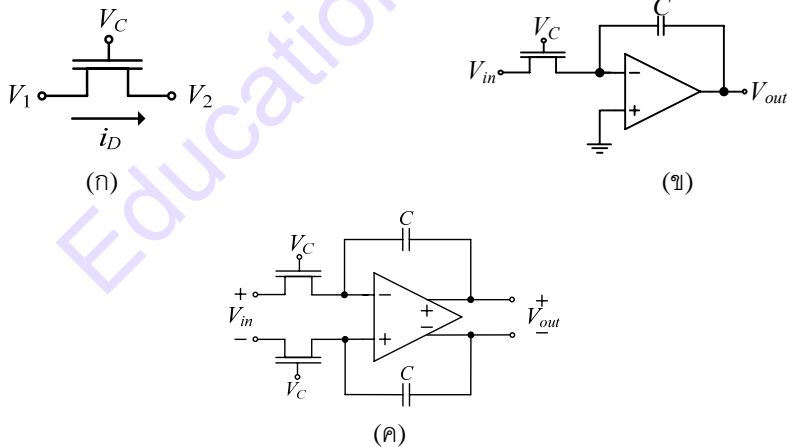
โดยที่สัญลักษณ์ของสัญญาณแสดงในรูปที่ 11.1(ก) สามารถด้านบนสามารถแยกเทอมที่เป็นเชิงเส้น และไม่เชิงเส้นได้ดังนี้

$$i_D = \mu C_{ox} \left( \frac{W}{L} \right) (V_C - V_T)(V_1 - V_2) + \text{a non-linear term} \quad (11.2)$$

ดังนั้น ถ้าไม่คิดสมการในส่วนที่ไม่เป็นเชิงเส้นของสมการ มอสมทรานซิสเตอร์สามารถใช้ค่าแรงดันควบคุมค่าความต้านทานได้ดังสมการ

$$R(V_C) = \frac{1}{\mu C_{ox} \left( \frac{W}{L} \right) (V_C - V_T)} \quad (11.3)$$

ดังนั้นส่งผลให้ไดวงจรกิจจรแบบอินพุตเดี่ยวแบบ MOS-C แสดงในรูปที่ 11.1(ข) อย่างไรก็ตามในส่วนสมการที่เป็นเชิงเส้นของวงจรกิจจรที่ไหลผ่านมอสมทรานซิสเตอร์สามารถใช้ได้ในวงหนึ่ง ทำให้ระดับอินพุตที่ป้อนเข้ามามีค่าน้อยมาก ซึ่งปัญหานี้สามารถแก้ได้โดยการออกแบบวงจรมีความสมดุล (Balance) ดังแสดงในรูปที่ 11.1(ค) ตัดส่วนที่เป็นพจน์คู่ของฟังก์ชันที่ไม่เป็นเชิงเส้นออกซึ่งเป็นส่วนที่ไม่มีความเป็นเชิงเส้นมากที่สุด (ส่วนที่เป็นพจน์คู่มีค่าน้อยกว่า 0.1% หรือ -60 dB)



รูปที่ 11.1 (ก) ตัวต้านทานแบบมอส (ข) อินทิเกรเตอร์แบบ MOS-C อินพุต-เอาต์พุตเดี่ยว

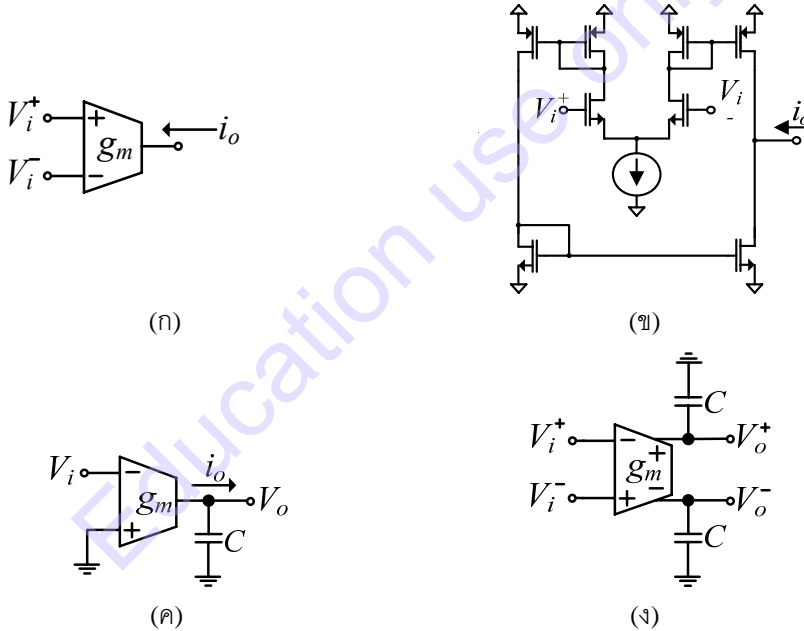
(ค) อินทิเกรเตอร์แบบ MOS-C อินพุต-เอาต์พุตแตกต่างสมบูร์ณ์

การออกแบบตัวกรอง MOS-C ในรูปแบบที่แตกต่างกันมีวิธีการเช่นเดียวกันกับวิธีที่ใช้สำหรับการออกแบบตัวกรองแบบแอคทีฟ RC [10] เนื่องจากใช้แรงดันควบคุมค่าความต้านทานทำให้ตัวกรองบางส่วนเหมาะกับการทำงานแบบปรับค่าได้โดยอัตโนมัติ [11]-[13] ตัวกรอง MOS-C โดยปกติแล้วจะมีค่าความผิดเพี้ยนอยู่ที่ประมาณ 40-60 dB เนื่องจากจากลักษณะความไม่เป็นเชิงเส้นของ

มอสทรานซิสเตอร์ที่ทำงานเป็นความต้านทาน อย่างไรก็ตาม เมื่อใช้เทคนิคการป้อนกลับ ค่าความผิดเพี้ยนจะอยู่ที่ประมาณ  $-90$  dB [14] ข้อเสียที่สำคัญของวงจรคือค่าความถี่ที่ถูกจำกัดอันเนื่องมาจากขนาดแบนด์วิธของออปแอมป์มีค่าจำกัด ดังนั้นจึงไม่เหมาะอย่างยิ่งสำหรับการประยุกต์ใช้ที่ความถี่สูง

### 11.1.2 ตัวกรอง Transconductance-C ( $g_m$ -C)

ตัวกรอง Transconductance-C ใช้อุปกรณ์โอทีเอ (OTA) ซึ่งจะให้กระแสเอาต์พุตเป็นสัดส่วนกับแรงดันอินพุต แทนด้วยค่าตัวแปร  $g_m$  สัญลักษณ์ของโอทีเอ แสดงในรูปที่ 11.2(ก) ในรูปที่ 11.2(ข) แสดงวงจรภายในโอทีเอ สร้างด้วยมอสทรานซิสเตอร์ เป็นวงจรขยายความแตกต่าง (Differential Pairs) และ วงจรสะท้อนกระแส 3 ตัว และ แหล่งจ่ายกระแส 1 ตัว [15] รูปที่ 11.2(ค) ใช้โอทีเอสร้างเป็นวงจรอินทิเกรเตอร์โดยต่อตัวเก็บประจุที่จุดเอาต์พุต เมื่อแตกฟังก์ชันการส่งผ่านของวงจร  $g_m$ -C จะได้สมการ



รูปที่ 11.2 (ก) สัญลักษณ์ของโอทีเอ (ข) วงจรโอทีเอ พื้นฐาน

(ค) อินทิเกรเตอร์แบบ  $g_m$ -C อินพุต-เอาต์พุตเดี่ยว (ง) อินทิเกรเตอร์  $g_m$ -C อินพุต-เอาต์พุตแตกต่าง  
สมบูรณ์

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{g_m V_i \left( \frac{1}{sC} \right)}{V_i} = \frac{g_m}{sC} \quad (11.4)$$

## บทที่ 11 หลักการตัวกรองแบบ Log-Domain

เพื่อจะเพิ่มอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (S/N) ทำได้โดยโดยการลดสัญญาณรบกวนที่ โหมดร่วม ตัวอย่างเช่น สาเหตุของการเกิดรบกวนจากการสวิตช์ของวงจรถอด ซึ่งตัวกรองเหล่านี้ถูกสร้างโดยการใช้แบบอินพุท-เอาต์พุทแตกต่างสมบูรณ์ (Fully-differential) หรือ รูปแบบที่มีความสมดุลย์ แสดงในรูปที่ 11.2(ง) ให้วงจรถอดที่เกเรเตอร์  $g_m$ -C การออกแบบตัวกรองอดีตที่ผ่านมา เช่น การจำลองการทำงานวงจร LC ชั้นบันได ก็สามารถนำหลักการนี้มาใช้ได้ เพื่อให้ได้ฟังก์ชันตัวกรองในรูปแบบต่าง ๆ

ดังที่ได้กล่าวไว้แล้ว ตัวกรองแบบ Transconductance-C มีการทำงานที่รวดเร็วกว่าตัวกรองแบบ MOS-C สามารถใช้งานในรูปแบบลูปเปิด ซึ่งไม่จำเป็นต้องคำนึงถึงข้อบังคับเรื่องความเสถียรของโครงข่ายเหมือนกับกรรณี้ออปแอมป์ ตัวกรองแบบ  $g_m$ -C ในรูปแบบต่างๆ ถูกเสนอให้มีการรองรับสำหรับการประยุกต์ใช้ในความถี่สูงระดับสัญญาณภาพ (Video-rate) [16]-[17] ข้อเสียสำหรับการใช้งานโอทีเอ ในรูปแบบลูปเปิด นั่นก็คือการที่จะให้วงจรรักษาความเป็นเชิงเส้นมากที่สุดนั้นอินพุตที่ป้อนเข้ามาจะต้องมีขนาดเล็กมาก ตัวอย่างเช่นวงจรในรูปที่ 11.2(ข) จะต้องป้อนอินพุตที่แตกต่างกันให้มีขนาดน้อยกว่า  $50 \text{ mV}$  เท่านั้น มีเทคนิคที่แตกต่างมากมายที่ได้เสนอวิธีที่สามารถเพิ่มช่วงอินพุตในขณะเดียวกันก็รักษารักษาความเป็นเชิงเส้นไว้ได้ แต่จะทำให้ค่าผลตอบสนองทางความถี่ลดลงเนื่องจากจะเกิดอุปกรณ์แฝงเพิ่ม [18] ในบทความ [19]-[20] วงจรโอทีเอ ที่มีความเป็นเชิงเส้นสูงและมีแบนด์วิดท์กว้าง ข้อเสียอันสุดท้ายของตัวกรอง  $g_m$ -C จะขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์  $g_m$  มีความอ่อนไหวสูงในการปรับแต่งค่า ซึ่งสามารถแก้ไขให้ทำงานบนชิปเดียว โดยรวมถึงการปรับค่าได้โดยอัตโนมัติด้วย [21]-[22]

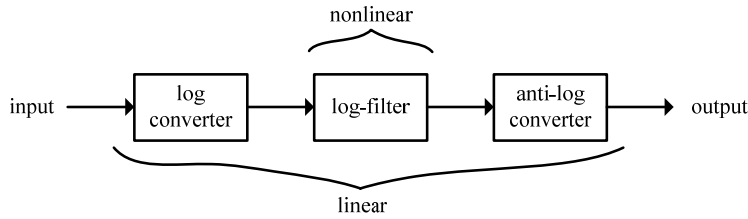
สรุปได้ว่าตัวกรองแบบ MOS-C ให้ค่าความเพี้ยนต่ำแต่ไม่เหมาะสำหรับการใช้งานที่ความเร็วสูงเนื่องจากต้องชดเชยความถี่ของ วงจรขยายแบบลูปปิด ตัวกรองแบบ Transconductance-C มีช่วงความถี่ที่กว้างแต่ก็สูญเสียความเป็นเชิงเส้น มีการค้นคว้าสำหรับเทคนิคการกรองแบบต่อเนื่องเวลา ที่สามารถรวมเอาคุณสมบัติในการใช้งานที่ความถี่สูง พร้อมกับมีค่าความเพี้ยนต่ำ

เมื่อเร็วนี้ได้มีการคิดค้นตัวกรอง Log-domain ซึ่งได้รับความสนใจมากในการวิจัยโดยแสดงถึงประสิทธิภาพที่ดีเพื่อแก้ปัญหาทั้งสองนี้ การกรองแบบ Log-domain ใช้คุณสมบัติทางธรรมชาติของไดโอดในทรานซิสเตอร์แบบไบโพลาร์ ซึ่งจัดอยู่ในกลุ่มของการปรับรูปความถี่ด้วยวงจรทรานสลิเนียร์ [23] ได้แสดงให้เห็นว่าวงจรสามารถทำงานได้ที่ความเร็วสูง มีความเป็นเชิงเส้นสูง และ ใช้กำลังงานต่ำด้วย [24]-[26] ความน่าสนใจทั้งหมดนี้ ได้เปิดประตูสู่การวิเคราะห์ระบบที่มีความเป็นเชิงเส้นที่สร้างขึ้นจากกับอุปกรณ์ที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Logarithmic-Exponential) โดยใช้ศักยภาพที่เป็นประโยชน์ของการต่อการประมวลสัญญาณด้วยการบีบอัด และ ขยาย (Companding: Compress + Expand) [27]

### 11.2 การค้นพบตัวกรอง Log-domain เบื้องต้นในปี 1979 โดย Adams

แนวคิดของตัวกรอง Log-domain ถูกคิดค้นโดย Adams และเสนอต่อ Audio Engineering Society ในปี 1979 [28] โดยใช้ไดโอดกับตัวเก็บประจุ แทนที่คู่ความต้านทานกับตัวเก็บประจุในตัว

กรอง ข้อได้เปรียบที่สำคัญ คือ สามารถปรับค่าความถี่คัตออฟในช่วงกว้างมากๆ โดยการควบคุม กระแสที่ไบอัสไดโอด เขาได้นิยามตัวกรอง log-filter ว่าเป็น “วงจรประกอบด้วยทั้งอุปกรณ์ที่เป็นเชิงเส้นและไม่เชิงเส้นซึ่งเมื่อวางไว้ระหว่าง log converter และ Antilog converter (ใน log domain) จะทำให้ได้ระบบที่ประพฤติตัวเป็นตัวกรองที่มีความเป็นเชิงเส้น”



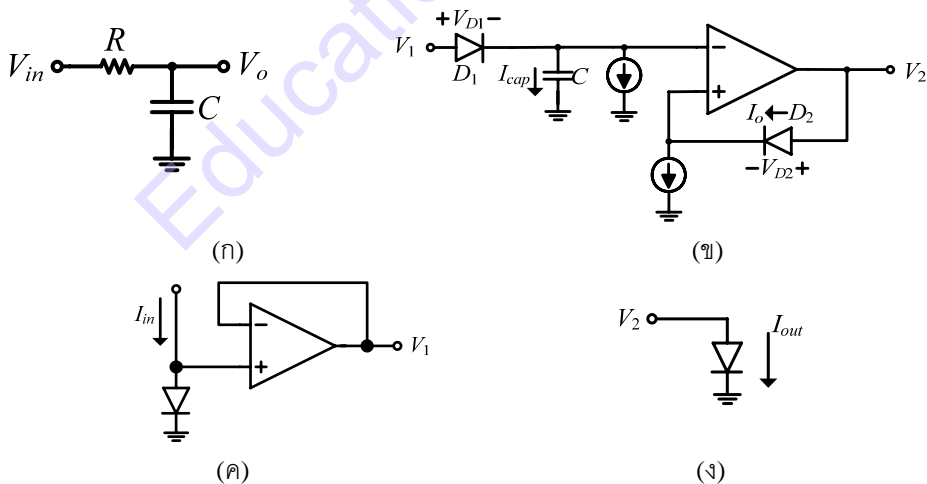
รูปที่ 11.3 แนวคิดตัวกรองลอการิทึมโดเมน

ในรูปที่ 11.3 แสดงบล็อกไดอะแกรมของวงจรในทางอุดมคติ เมื่อดูตามตัวอย่างที่ออกแบบไว้ จะทำให้เข้าใจความหมายของ log และ Antilog converter มากขึ้น

### 11.2.1 ตัวกรองความถี่ต่ำผ่านอันดับที่หนึ่งแบบ Log-domain

รูปที่ 11.4(ก) แสดงตัวกรองแบบความถี่ต่ำผ่านเชิงเส้นโดยใช้ RC ซึ่งจะได้สมการที่แตกต่างไปจากสมการเดิมเมื่อคิดตามวิธีของ Adams แสดงดังสมการ

$$V_o + RC \cdot V_o' = V_{in} \quad (11.5)$$



รูปที่ 11.4 ตัวกรองลอการิทึมโดเมนแบบความถี่ต่ำผ่านอันดับที่หนึ่ง (ก) RC ดั้งแบบ (ข) ตัวกรองเดียวกันในรูปของ log-filter (ค) ตัวแปลงค่า log และ (ง) ตัวแปลงกลับ Antilog

เมื่อ  $V_o$  และ  $V_{in}$  คือสัญญาณเอาต์พุตและอินพุตตามลำดับ และ  $V_o'$  คืออนุพันธ์เวลา (Time Derivative) ของ  $V_o$  ลองทำฟังก์ชันตัวกรองนี้ใหม่ในรูป Log-domain โดย Adam เสนอตัวกรองแบบ

## บทที่ 11 หลักการตัวกรองแบบ Log-Domain

log โดยแสดงดังรูปที่ 1-4(ข) ซึ่งคล้ายกับในแบบเชิงเส้นโดยใช้ไดโอด  $D_1$  ที่ไบอัสด้วยกระแส  $I_o$  แทนความต้านทาน วงจรส่วนที่เหลือสามารถถูกมองเป็นบัพเฟออร์ หรือ วงจรเลื่อนระดับได้มาจากแรงดันที่ตกคร่อมไดโอด  $D_1$  เขียนสมการ  $KCL$  ที่โหนดตัวเก็บประจุ จะได้

$$I_{cap} = I_{D1} - I_o \quad (11.6)$$

เมื่อนำวงจรนี้มาแตกเป็นสมการเชิงอนุพันธ์โดยนำสมการที่ (11.6) มาเขียนให้อยู่ในเทอมของตัวแปรแรงดันอินพุตและแรงดันเอาต์พุต ตัวอย่างเช่น  $V_1$  และ  $V_2$  ตามลำดับ สุดท้ายแล้วกระแสที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุจะเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} I_{cap} &= C \frac{d}{dt} (V_2 - V_{D2}) \\ &= C \frac{d}{dt} V_2 \end{aligned} \quad (11.7)$$

เพราะว่า  $V_{D2}$  เป็นแรงดันตกคร่อมไดโอด เนื่องจากค่ากระแสไบอัส  $I_o$  มีค่าคงที่ เขียนสมการได้

$$V_{D2} = V_T \cdot \ln \left( \frac{I_o}{I_S} \right) \quad (11.8)$$

โดยที่  $I_S$  และ  $V_T$  คือ กระแสอิ่มตัวของไดโอด (Diode Saturation Current) และ Thermal Voltage ตามลำดับ (ความสัมพันธ์ของไดโอดจะถูกกล่าวถึงในตอน 1.4.1) ในอีกด้านหนึ่ง กระแสที่ไหลผ่านไดโอด  $D_1$  เขียนสมการได้คือ

$$I_{D1} = I_S \cdot e^{V_{D1}/V_T} \quad (11.9)$$

เขียน  $V_{D1}$  ในรูปของแรงดัน  $V_1, V_2$  และ  $V_{D2}$  จากสมการที่ (11.9) เขียนใหม่ได้

$$\begin{aligned} I_{D1} &= I_S \cdot e^{\frac{V_1 - (V_2 - V_{D2})}{V_T}} \\ &= I_S \cdot e^{\frac{V_1 - V_2}{V_T}} \cdot e^{\frac{V_{D2}}{V_T}} \end{aligned} \quad (11.10)$$

แทนสมการที่ (11.8) ในสมการที่ (11.10) จะได้

$$I_{D1} = I_o \cdot e^{\frac{V_1 - V_2}{V_T}} \quad (11.11)$$

จากนั้น นำสมการที่ (11.7) และ (11.11) มาแทนในตามกฎ  $KCL$  ในสมการที่ (11.6) จะได้

$$C \frac{d}{dt} V_2 = I_o \cdot e^{\frac{V_1 - V_2}{V_T}} - I_o \quad (11.12)$$

นำ  $e^{V_2/V_T}$  คูณทั้งสองข้างของสมการ และ จัดรูปใหม่จะได้

$$I_o \cdot e^{\frac{V_2}{V_T}} + e^{\frac{V_2}{V_T}} \cdot C \frac{d}{dt} V_2 = I_o \cdot e^{\frac{V_1}{V_T}} \quad (11.13)$$

ใช้กฎลูกโซ่ในวงจรมอดิเฟอเรนเชียล และ คูณสมการทั้งสองข้างด้วย  $I_s$  จะได้

$$I_s \cdot e^{\frac{V_2}{V_T}} + \frac{V_T C}{I_o} \cdot \frac{d}{dt} \left( I_s \cdot e^{\frac{V_2}{V_T}} \right) = I_s \cdot e^{\frac{V_1}{V_T}} \quad (11.14)$$

สมการที่ (11.14) เป็นสมการของตัวกรองอันดับหนึ่ง ในรูป Log-domain สอดคล้องกับสมการดิฟเฟอเรนเชียลอันดับหนึ่งในสมการ (11.5) เห็นได้ชัดว่าสัญญาณอินพุต และ เอาต์พุตของตัวกรอง (สมมติเป็นสัญญาณกระแส) มีความสัมพันธ์กับ  $V_1$  และ  $V_2$  โดย

$$I_{in} = I_s \cdot e^{\frac{V_1}{V_T}} \text{ และ } I_{out} = I_s \cdot e^{\frac{V_2}{V_T}} \quad (11.15)$$

เมื่อย้อนกลับไปพิจารณาสมการ (11.15) ซึ่งก็คือค่าความสัมพันธ์  $i-v$  ของไดโอดในทางอุดมคติ ซึ่งสามารถนำมาออกแบบเป็นวงจรมอดิฟิเคชันรูปที่ 11.4(ค)-(ง) ซึ่งทำงานเป็นตัวแปลง Log และ Antilog ดังที่ได้กล่าวไปก่อนหน้านี้แล้ว เมื่อมีความไม่เป็นเชิงเส้นสูง (เอ็กโพเนนเชียล) ในธรรมชาติแล้วสามารถใช้ตัวแปลง log จะทำหน้าที่แก้ไขได้ จากสมการที่ (11.14) สามารถเขียนใหม่เขียนได้เป็น

$$I_{out} + \frac{V_T C}{I_o} \cdot I'_{out} = I_{in} \quad (11.16)$$

เห็นได้ว่าสมการที่ (11.16) จะเหมือนกับสมการที่ (11.5) ถ้าทำการแม็ปปิงค่า  $I_{out} \Leftrightarrow V_o$  และ  $I_{in} \Leftrightarrow V_{in}$  ดังนั้นเมื่อนำตัวแปลง Log และ Antilog มาประกบคู่กัน ฟังก์ชันตัวกรองต่ำผ่านอันดับที่หนึ่งที่เป็นเชิงเส้นจึงสามารถสร้างได้ด้วยไดโอด และ ตัวเก็บประจุอย่างพอดี โดยอินพุตและเอาต์พุตของตัวกรองคือ  $I_{in}$  และ  $I_{out}$  ตามลำดับ

การเปรียบเทียบสมการดิฟเฟอเรนเชียลเชิงเส้นของวงจรมอดิฟิเคชัน และ วงจร Log-domain จะเห็นชัดเจนเลยว่าเทอม  $R$  (ความต้านทาน) ในสมการที่ (11.5) ถูกแทนที่ด้วย  $V_T/I_o$  ในสมการที่ (11.16) โดยที่  $V_T$  และ  $I_o$  คือ แรงดันอุณหภูมิจึง และ กระแสไบอัสที่ไดโอด ดังนั้น ไดโอดใน Log-domain ก็ประมาณได้กับตัวต้านทานในรูปแบบเชิงเส้น (Linear-domain) ข้อดีของไดโอด-ความต้านทาน นี้คือ

## บทที่ 11 หลักการตัวกรองแบบ Log-Domain

สามารถปรับค่าทางอิเล็กทรอนิกส์ นั่นก็หมายถึงค่าความต้านทานจะเป็นตัวกำหนดค่าความถี่ตอบสนอง สามารถควบคุมโดยกระแส  $I_o$

แม้ว่าเทคโนโลยีสารกึ่งตัวนำที่มีมากกว่า 20 ปีจะไม่มีอะไรมาเปรียบเทียบได้จนปัจจุบัน ซึ่ง Adams ก็ให้เห็นว่ามีหลายหลักการหลายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับตัวกรอง Log-domain ในบทความของเขาในปี 1979 ซึ่งหลักการหลายๆ หลักการก็ยังคงใช้ได้จนถึงปัจจุบัน และได้สรุปมาเป็นข้อๆ ดังนี้

- แสดงวิธีการที่ใช้อุปกรณ์ที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นสูง อย่างเช่น ไดโอด (ที่มีคุณลักษณะเป็นเอ็กโพเนนเชียลฟังก์ชัน) มาทำให้เป็นระบบที่มีความเป็นเชิงเส้น โดยที่ใส่วงจร log ไว้ภายใน log และ Antilog converters
- ความถี่คัตออฟของตัวกรอง Log-domain หาได้จาก

$$f_{cutoff} = \frac{1}{2\pi} \cdot \left( \frac{I_o}{V_T C} \right) \quad (11.17)$$

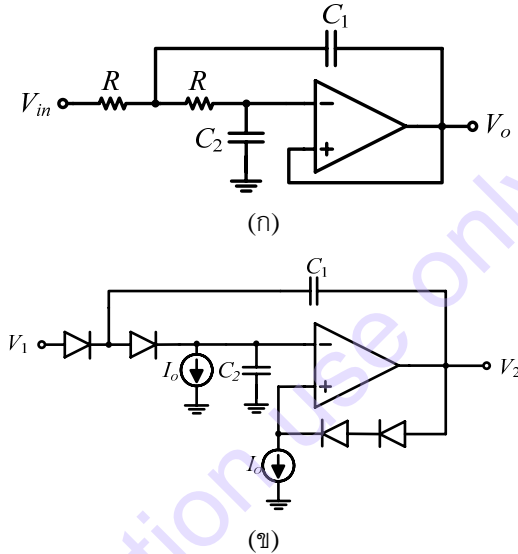
และ ถูกควบคุมโดยกระแสไบอัส  $I_o$  สมการนี้จะให้ความแม่นยำ และมีช่วงกว้างของกระแสมากกว่า (>60 dB) ในอีกทางหนึ่ง ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความถี่ตอบสนองสามารถปรับค่าได้หลาย Decade

- จากสมการที่ (11.17) ความถี่ตอบสนองของตัวกรองจะมีความอ่อนไหวต่ออุณหภูมิ ซึ่งแรงดันอุณหภูมิ ( $V_T$ ) มีค่าเท่ากับ  $kT/q$  โดยที่หน่วยอุณหภูมิเป็นองศาเคลวิน Adams แนะนำสามารถลดผลกระทบที่เกิดขึ้นได้โดยใช้การชดเชยตัวประกอบทางอุณหภูมิในแหล่งจ่ายกระแส
- เนื่องจากไดโอดแสดงคุณลักษณะที่ด้านลอการิทึมได้ไม่ดี จึงควรใช้ไดโอดสองรอยต่อ (Bipolar) นั่นก็คือ ทรานซิสเตอร์
- ตัวอย่างหนึ่งในวงจรของเขา สามารถที่จะควบคุมค่าแอมพลิจูดได้โดยการปรับค่ากระแสไบอัสผ่านไดโอดแบบ Antilog (ซึ่งไม่ได้แสดงในที่นี้) ดังนั้น นอกจากค่าความถี่คัตออฟแล้ว ค่าอัตราขยาย DC ของตัวกรองแบบ Log-domain สามารถควบคุมได้ทางอิเล็กทรอนิกส์อย่างสะดวกอีกด้วย

Adams ได้ดำเนินการพัฒนาและประยุกต์ใช้แนวคิดเกี่ยวกับ Log-domain จนได้วงจรที่มีความซับซ้อนมากมาย หนึ่งในวงจรของเขาก็คือวงจร Sallen-Key ซึ่งแสดงในรูปที่ 11.5(ก) หลักการของเขาเกี่ยวกับการออกแบบตัวกรองได้กล่าวไว้ดังนี้

1. แทนที่ตัวต้านทานแต่ละตัวในวงจรด้วยไดโอดที่ไบอัสด้วยกระแส
2. เพิ่ม วงจรเลื่อนระดับเพื่อชดเชยให้กับสำหรับแรงดันตกคร่อมไดโอดแต่ละตัว
3. ทำการประกอบคู่ชุดวงจร Log-domain ระหว่าง Log และ Antilog converters เพื่อทำให้ได้ระบบมีความเป็นเชิงเส้น

ผลการดำเนินการในตัวกรอง Sallen-Key แบบ Log-domain แสดงในรูปที่ 11.5(ข) อย่างไรก็ตาม เมื่อทำการแตกสมการดิฟเฟอเรนเชียลโดยตรงจากวงจร จะพบเทอมที่มีค่าความผิดพลาด อีกนัยหนึ่งอาจกล่าวได้ว่าตัวกรอง Log-domain ที่ออกแบบยังไม่มีความแม่นยำ เทอมที่เป็นค่าความผิดพลาดเป็นสาเหตุให้วงจรเกิดค่าความผิดพลาดด้านฮาร์มอนิกส์ ภายใต้เงื่อนไขความเป็นอุดมคติ แม้ว่าวงจรดังกล่าวจะทำงานได้อย่างสมบูรณ์สำหรับวงจร RC อันดับที่หนึ่ง (ซึ่งได้กล่าวในข้อหัวที่แล้ว) มันก็ไม่สามารถนำไปปรับใช้งานทั่วไปได้กับโครงสร้างของตัวกรองแบบอื่นๆ ข้อเสียสำคัญของงานเขาก็คือขาดเทคนิคการสังเคราะห์วงจรที่ปราศจากความผิดพลาด



รูปที่ 11.5 (ก) วงจรกรองเชิงเส้นแบบ Sallen-Key (ข) ตัวกรองลอการิทึมโดเมนแบบ Sallen-Key

### 11.3 การพัฒนาการและวิธีการ

เทคนิค Log-domain ยังคงไม่เป็นที่แพร่หลายนักจนกระทั่งในปี 1993 เมื่อ Frey ได้เสนอวิธีการออกแบบตัวกรอง Log-domain ที่เป็นที่รู้จักกันในชื่อ Exponential-state-space synthesis [29] ซึ่งเกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนตัวแปรในสมการปริภูมิเสตท (State-space) ด้วยฟังก์ชันเอ็กโพเนนเชียล เนื่องจากการเชื่อมโยงกันมีลักษณะคล้ายกับลักษณะเฉพาะของฟังก์ชันเอ็กโพเนนเชียล  $I-V$  ในทรานซิสเตอร์ไบโพลาร์ ผลของสมการเอ็กโพเนนเชียลปริภูมิเสตท สามารถอธิบายสมการวงจรด้วยลักษณะทางกายภาพของกระแส และ แรงดัน ยกตัวอย่างเช่น ทรานซิสเตอร์ชนิดไบโพลาร์ และ ตัวเก็บประจุที่ถูกใช้วิเคราะห์ในการแปลงรูปของสมการ state-space แบบเทอมต่อเทอม วิธีการของ Frey นี้เอง เขาประสบความสำเร็จในการนำเสนอการออกแบบตัวกรองไปควอดเรติกแบบ Log-domain และ ตัวกรอง เซมิเซฟอันดับที่เจ็ด ซึ่งเป็นการต่อคาสเคสของไปควอดหลายๆตัว นอกจากนั้นผลต่างๆ ก็อ้างอิงจากการค้นคว้าในบทความอ้างอิงภายหลังที่ถูกตีพิมพ์ [30]-[35] ต่อมาวงจรไปควอด Log-domain แบบความเร็วสูงที่สร้างโดยใช้ทรานซิสเตอร์แบบ NPN ได้ถูกพัฒนาขึ้น และ นำเสนอใน [24]

การสังเคราะห์ตัวกรองอย่างง่าย และ เสนอวิธีการต่างๆ Perry and Roberts ได้พัฒนาวิธีการที่เรียกว่า Log-domain signal-flow-graph (SFG) [36]-[37] เป็นวิธีการสังเคราะห์ตัวกรองที่รู้จักกันอย่างกว้างขวาง มีรูปแบบคล้ายกับวิธีการจำลองการทำงานของรูปแบบ LC ladder เดิม นำไปสู่การสังเคราะห์ตัวกรองอันดับสูงแบบแอคทีฟ RC, MOS-C หรือ ตัวกรองในรูปวงจรรวมชนิด gm-C ต่างๆ ประกอบกันเป็นตัวกรอง ผลก็คือตัวกรอง Log-domain ยังรักษาคุณสมบัติความไวต่ำ และ สัญญาณรบกวนต่ำของรูปแบบ LC เดิมไว้ ซึ่งผลพลอยได้ที่สำคัญเมื่อมองอย่างลึกซึ้ง คือสร้างระบบที่เป็นเชิงเส้นจากอุปกรณ์ไม่เป็นเชิงเส้นในวงจรถ้ามากได้ ในเบื้องต้นได้มีการพัฒนา ตัวกรองอันดับสูงๆ ตัวกรองแบบโพลทั้งหมด ตัวกรอง Log-domain แบบความถี่ต่ำผ่าน และ ยืนยันผ่านผลการทดลอง ภายหลังวิธีการนี้สามารถหาตัวกรองแบบความถี่ต้องการผ่านได้ด้วย [38] เมื่อไม่นานมานี้ ฟังก์ชันการกรองตามอำเภอใจ (arbitrary) เช่น ตัวกรอง อีลิปติกถูกนำเสนอ โดยใช้หลักการของ state-space formulation [39]-[40] ด้วยเช่นกัน

เพื่ออธิบายทั้งวิธีการสังเคราะห์ และ การวิเคราะห์ตัวกรอง Log-domain อันดับสูง แก่ผู้อ่าน วิธีการสังเคราะห์ที่ทำงานจะใช้วิธีที่แตกต่างกันแต่ก็มีความเกี่ยวข้องกันอยู่ วิธีแรกคือ วิธีการจำลองการทำงานของรูปแบบ LC ladder อีกวิธีหนึ่งเป็นวิธีที่มีผู้รู้้น้อยมาก นั่นก็คือวิธีการแปลง state-space ทั้งสองวิธีพยายามรักษาการทำงานภายในของ LC ladder ในการวิเคราะห์แบบ active ดังนั้นจึงยังคงไว้ซึ่งความไวต่ำและสัญญาณรบกวนต่ำซึ่งเป็นสมบัติของ LC ต้นแบบ ต่อมาจะเป็นการเพิ่มความยุ่งยากของโครงข่าย LC ladder ไปสู่การวิเคราะห์ของตัวกรอง Log-domain โดยเฉพาะอย่างยิ่ง เราจะมาค้นหาว่าตัวกรองแบบไม่อุดมคติในรูปของความผิดพลาดใน ขนาด และ เฟส ของอินทิเกรเตอร์ เราพบวิธีที่แก้ปัญหาอย่างลึกซึ้ง และ ในขณะเดียวกัน โดยลดความซับซ้อนในกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในแบบไม่เป็นเชิงเส้นจะมีความซับซ้อนน้อยลง

### 11.4 การประมวลผลสัญญาณแบบไม่เป็นเชิงเส้นใน Log-domain

สำหรับระบบในทางปฏิบัติ มีความต้องการอินพุต เอาต์พุตที่มีความเป็นเชิงเส้น แต่อย่างไรก็ตาม มีคำถามที่น่าสนใจว่า ระบบที่เป็นเชิงเส้นต้องสร้างจากอุปกรณ์ที่เป็นเชิงเส้นจริงหรือ อย่างที่รู้กันดีว่าโดยธรรมชาติทรานซิสเตอร์เป็นอุปกรณ์ที่ไม่เป็นเชิงเส้น ดังเช่นคุณสมบัติของทรานซิสเตอร์แบบไบโพลาร์เป็นกราฟรูปร่างเอ็กโพเนนเชียล ในกรณีนี้คล้ายๆ กัน มอสทรานซิสเตอร์ก็ถูกควบคุมโดยกฎกำลังสอง จนปัจจุบันก็ยังมีความพยายามอย่างมากในการที่จะทำให้มีความเป็นเชิงเส้นจากอุปกรณ์ที่ไม่เป็นเชิงเส้น โดยออกแบบให้วงจรที่มีความซับซ้อน ใช้กำลังงานเพิ่มขึ้น การลดความเร็วในการประมวลผล และ ลดช่วงการแกว่งของระดับสัญญาณให้น้อยลง ท่ามกลางเทคนิคต่างๆ เทคนิคของการป้อนกลับแบบลบเป็นตัวอย่งที่ดี มีความเป็นไปได้ ในการใช้งานทรานซิสเตอร์จากพฤติกรรมที่ซ่อนอยู่ภายในต่างๆ เพื่อที่จะยังรักษาความเป็นเชิงเส้นไว้ เราอาจจะได้รับผลกำไรตามมา ไม่ว่าจะเป็นในรูปแบบของความเร็ว ความผิดพลาด กำลังงาน และ วงจรที่ไม่มีความสลับซับซ้อน ก็เป็นไปได้

### 11.4.1 ทฤษฎีทรานสลิเนียร์

วงจรรานสลิเนียร์ใช้ประโยชน์จากฟังก์ชันพีชคณิตอย่างมาก โดยใช้ประโยชน์จากความสัมพันธ์ระหว่างค่าทรานสคอนดักแตนซ์ในทรานซิสเตอร์แบบไบโพลาร์ ทั้งสัญญาณอินพุตและเอาต์พุต ในวงจรจะอยู่ในรูปกระแส ในความเป็นจริง ผลที่เกิดการเปลี่ยนแปลงแรงดันขนาดเล็กที่เป็นค่าที่น้อยกว่าสิบของมิลลิโวลต์กลายเป็นสิ่งที่น่าสนใจที่เกิดขึ้นโดยไม่ได้ตั้งใจ โดยพื้นฐานแล้วฟังก์ชันวงจรจะไม่ขึ้นอยู่กับขนาดของสัญญาณอินพุต แต่จะถูกแทนที่โดยขึ้นอยู่กับอัตราส่วนกระแสภายในวงจร ผลของฟังก์ชันที่ได้รับจะไม่แปรผันตามการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ ซึ่งเป็นคุณสมบัติทั่วไปของซิลิกอน เพื่อที่จะอธิบายทฤษฎี เราจะเริ่มจากการแสดงพื้นฐานที่เกี่ยวกับกระแสคอนเดคเตอร์  $I_C$  และแรงดันอิมิตเตอร์เบส  $V_{BE}$  ซึ่งมีรายละเอียดโดย

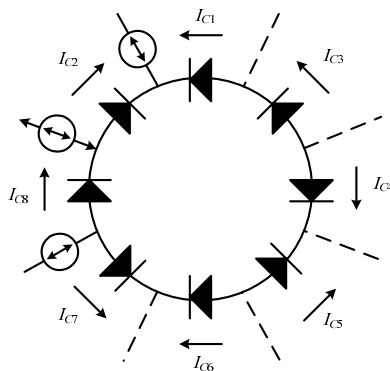
$$I_C = I_S(T)e^{V_{BE}/V_T} \quad (11.18)$$

โดย  $V_T$  คือ แรงดันอุณหภูมิมีค่าเท่ากับ  $KT/q$  และ  $I_S(T)$  คือกระแสที่อิ่มตัว และมีค่าขึ้นอยู่กับอุณหภูมิ  $I_S$  คือฟังก์ชันของอุณหภูมิ สามารถเปลี่ยนแปลงได้โดย 9.5% ต่อองศาเซลเซียส [23] เมื่ออุณหภูมิก่อนถูกป้อนโดย  $V_{BE}$  ที่ขึ้นตรงต่อระดับของอุณหภูมินี้จะทำให้ได้ผล  $I_C$  ที่คาดเดาไม่ได้ ด้วยเหตุนี้จึงไม่ค่อยพบการป้อนอินพุตในลักษณะนี้ในทางปฏิบัติ

ในทางกลับกัน เมื่อทรานซิสเตอร์ถูกป้อนด้วย  $I_C$  จะทำให้เกิด  $V_{BE}$  ค่าความขึ้นตรงต่ออุณหภูมิจะมีค่าลดลงอย่างมาก เขียนสมการ (11.18) ใหม่ได้เป็น

$$V_{BE} = V_T \ln\left(\frac{I_C}{I_S(T)}\right) \quad (11.19)$$

เราจะเห็นได้ชัดเจนถึงความแม่นยำ และ ความสัมพันธ์เชิงเส้นลอการิทึมระหว่าง  $I_C$  และ  $V_{BE}$  เมื่ออุปกรณ์นี้ถูกเชื่อมต่อในรูปแบบที่เหมาะสม จะทำให้เอาต์พุตของวงจรจะไม่ขึ้นอยู่กับอุณหภูมิ นอกจากนี้ ฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ก็สามารถเข้าใจง่าย ทั้งหมดนี้จะนำไปสู่ทฤษฎีของวงจรรานสลิเนียร์



รูปที่ 11.6 วงจรรูปปิดแบบทั่วไปกรณีไบอัสตรง เพื่อใช้อธิบายหลักการของทรานสลิเนียร์

## บทที่ 11 หลักการตัวกรองแบบ Log-Domain

ทฤษฎีของวงจรถานสลิเนียร์จะถูกอธิบายบนโครงข่ายรูปเดียว ซึ่งแสดงในรูปที่ 11.6 ในองค์ประกอบรูปปิดนี้ เราจะสมมติให้มีอุปกรณ์  $N$  ตัวเป็นไบอัสตรงด้วยแรงดัน  $V_F$  กำหนดให้  $N_1$  แทนจำนวนของอุปกรณ์ที่เป็นไบอัสตรง ในทิศทางหมุนตามเข็มนาฬิกา (CW) ดังนั้น  $N_2 (= N - N_1)$  แทนจำนวนอุปกรณ์ทั้งหมดของจำนวนอุปกรณ์ทวนเข็มนาฬิกา (CCW) เพื่อให้เห็นความแตกต่าง จะกำหนดให้อุปกรณ์ที่หมุนตามเข็มนาฬิกาเป็นตัวชี้คู่ ตามกฎแรงดันของ Kirchoff ผลรวมแรงดันแต่ละจุดในลูปมีค่าเท่ากับศูนย์ดังสมการที่ (11.20)

$$\sum_{k=1}^{N_1} V_{F,2k} - \sum_{k=1}^{N_2} V_{F,2k-1} = 0 \quad (11.20)$$

ซึ่งแรงดันจุดต่อ  $V_F$  จะแทนที่ด้วย  $V_{BE}$  ของอุปกรณ์ไบโพลาร์ โดยลักษณะเดียวกัน กระแสที่ไหลผ่านรอยต่อจะเท่ากับกระแสคอลเลคเตอร์  $I_C$  ของทรานซิสเตอร์ไบโพลาร์ ดังนั้นจากสมการ (11.19) และ (11.20) สามารถเขียนใหม่ได้

$$\sum_{k=1}^{N_1} V_{T,2k} \ln \left( \frac{I_{C,2k}}{I_{S,2k}} \right) - \sum_{k=1}^{N_2} V_{T,2k-1} \ln \left( \frac{I_{C,2k-1}}{I_{S,2k-1}} \right) = 0 \quad (11.21)$$

ในกระบวนการสร้างวงจรรวม ทรานซิสเตอร์ถูกประมาณให้มีค่าใกล้เคียงกันมาก โดยสมมุติให้อุปกรณ์ทำงานที่อุณหภูมิเดียวกัน ซึ่งหมายถึงให้  $V_T$  ทุกตัวมีค่าเท่ากันทั้งหมด ดังนั้นเราสามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\sum_{k=1}^{N_1} \ln \left( \frac{I_{C,2k}}{I_{S,2k}} \right) - \sum_{k=1}^{N_2} \ln \left( \frac{I_{C,2k-1}}{I_{S,2k-1}} \right) = 0 \quad (11.22)$$

จัดรูปสมการ (11.22) ใหม่ได้

$$\prod_{k=1}^{N_1} \left( \frac{I_{C,2k}}{I_{S,2k}} \right) \cdot \prod_{k=1}^{N_2} \left( \frac{I_{S,2k-1}}{I_{C,2k-1}} \right) = 1 \quad (11.23)$$

โดยที่สมการ (11.23) จะไม่ขึ้นกับอุณหภูมิ เทอมของกระแสมีตัวสามารถตัดทิ้ง โดยให้  $N_1 = N_2$  และ  $N (= N_1 + N_2)$  มีค่าเป็นจำนวนคู่ อีกนัยหนึ่งก็คือ จำนวนอุปกรณ์ของ CW และ CCW ที่เชื่อมต่อกัน และลูปต้องประกอบด้วยอุปกรณ์ที่เป็นจำนวนคู่ ดังนั้น เราสามารถเขียนสมการได้คือ

$$\prod_{k=1}^{N/2} \frac{I_{S,2k}}{I_{S,2k-1}} = \lambda \quad (11.24)$$

โดย  $\lambda$  ไม่มีหน่วย หมายถึงเป็นอัตราส่วนพื้นที่ เมื่อ  $\lambda = 1$  ซึ่งหมายถึงพื้นที่ของทรานซิสเตอร์ไบโพลาร์มีค่าเท่ากัน หรือ การทำให้คู่อุปกรณ์ตรงข้ามที่เชื่อมต่อกันอยู่สมพงศ์กัน สมการที่ (11.23) จึงเขียนใหม่ได้เป็น

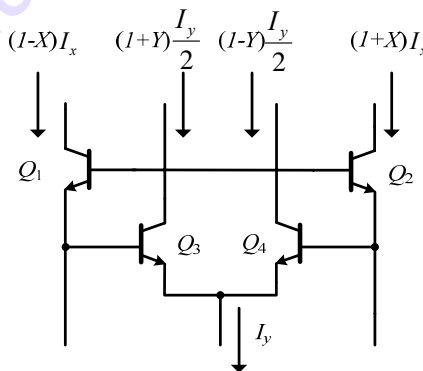
$$\prod_{k=2}^{N/2} I_{C,2k} = \lambda \cdot \prod_{k=1}^{N/2} I_{C,2k-1} \quad (11.25)$$

สมการสุดท้ายนี้เป็นส่วนที่สำคัญของทฤษฎีทรานสลิเนียร์ ที่พัฒนาโดย B.Gilbert [23] สรุปใจความได้ตามนี้

**“สำหรับลูปปิดใดๆ ประกอบไปด้วยจำนวนของคู่ของการหมุนตามเข็มนาฬิกา และ การหมุนทวนเข็มนาฬิกา แบบ forward-biased ผลคูณของกระแสสำหรับอุปกรณ์ในทิศทางหนึ่ง เป็นสัดส่วนโดยตรงกับผลคูณที่เกิดในทิศทางตรงกันข้าม องค์ประกอบของความถี่สัดส่วนนั้นขึ้นอยู่กับองค์ประกอบพื้นฐานของอุปกรณ์ และ ที่สำคัญมากคือการไม่แปรผันตามกระบวนการ และการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิ”**

ตามที่ทฤษฎีกล่าว เมื่อแหล่งจ่ายแรงดัน  $V_s$  ถูกป้อนเข้าไปในลูป สมการที่ (11.25) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\prod_{k=2}^{N/2} I_{C,2k} = \lambda \cdot e^{\frac{V_s}{V_T}} \cdot \prod_{k=1}^{N/2} I_{C,2k-1} \quad (11.26)$$



รูปที่ 11.7 วงจรคุณสมบัติสัญญาณสองควอดแดรนต์แบบทรานสลิเนียร์ชนิด B

#### 11.4.2 ตัวอย่างวงจรทรานสลิเนียร์

หนึ่งในการใช้งานที่ง่ายที่สุดของทฤษฎีทรานสลิเนียร์คือการทำวงจรรขยายแบนด์กว้าง และการทำวงจรมอดูเลชันแอมพลิจูด [42]-[43] รายละเอียดตัวอย่างของวงจรมอดูเลชันแอมพลิจูดสองควอด

## บทที่ 11 หลักการตัวกรองแบบ Log-Domain

แตรนทแบบ ทรานสลินีร์ชนิด B (Type “B” two-quadrant translinear multiplier) แสดงในรูปที่ 11.7 [44] ซึ่งรายละเอียดการทำงานอธิบายได้โดยง่ายและใช้งานได้จริงตามทฤษฎี

วงจรคุณสัญญาณประกอบด้วยทรานซิสเตอร์สี่ตัวในรูป โดยแต่ละทิศทางจะใช้ทรานซิสเตอร์ 2 ตัว สมมติให้ทรานซิสเตอร์ถูกไบอัสด้วยค่าที่เหมาะสม โดยกระแสคอลเลคเตอร์ของ  $Q_1 - Q_4$  ด้วยค่า  $(1 \pm X)I_x$  และ  $(1 \pm Y)I_y/2$  ซึ่ง  $X$  และ  $Y$  เป็นดัชนีที่ถูกปรับให้มีค่าระหว่าง -1 ถึง 1 จากทฤษฎีทรานสลินีร์ ในสมการที่ (11.25) สามารถเขียนความสัมพันธ์ทรานสลินีร์

$$I_{C2} \cdot I_{C4} = I_{C1} \cdot I_{C3} \quad (11.27)$$

ถ้าแทนกระแสคอลเลคเตอร์ของทรานซิสเตอร์ด้วยค่าที่เหมาะสมในรูปที่ 11.7 สามารถเขียนได้

$$(1 + X)I_x(1 - Y)\frac{I_y}{2} = (1 - X)I_x(1 + Y)\frac{I_y}{2} \quad (11.28)$$

ค่าที่เกิดขึ้นจะเท่ากันถ้า

$$X = Y \quad (11.29)$$

ถ้าเอาต์พุตผลต่างกระแส ( $I_z$ ) ที่เกิดระหว่างกระแสคอลเลคเตอร์ของ  $Q_3$  และ  $Q_4$  ซึ่งเป็นการคูณสองควอแตรนท จะได้

$$I_z = I_{C3} - I_{C4} = X \cdot I_y \quad (11.30)$$

โดยถ้า  $X$  แทนสัญญาณอินพุต AC และ กระแสไบอัส  $I_y$  ใช้ควบคุมค่าอัตราขยายของวงจรคุณสัญญาณ ถ้าเพิ่มทรานซิสเตอร์เข้าไปอีกสองตัว และ ยังใช้ทรานซิสเตอร์  $Q_1$  และ  $Q_2$  ร่วมกัน [43] จะทำให้ได้เป็นวงจรคุณสัญญาณสี่ควอตแตรนท ซึ่งการวิเคราะห์ดังกล่าวเป็นการวิเคราะห์เชิงสัญญาณขนาดใหญ่ จะเห็นได้ว่าอุณหภูมิไม่มีผลโดยสิ้นเชิง ซึ่งอยู่บนพื้นฐานการสมมติให้อุปกรณ์ทรานสลินีร์เป็นอุดมคติ ทั้งความเป็นเอ็กโพเนนเชียล ของไดโอด ความต้านทานศูนย์โอห์ม ค่า  $\beta$  มีค่าสูงมาก และ อุปกรณ์มีความสมพงศ์กันทุกประการ

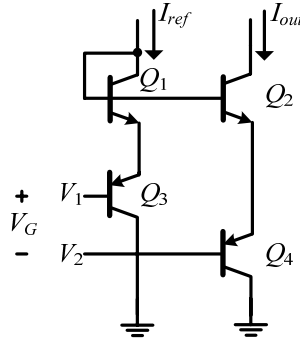
ในรูปที่ 11.8 แสดงตัวอย่างการใช้ทฤษฎีทรานสลินีร์อีกแบบ คือ วงจรสะท้อนกระแสที่โปรแกรมได้ด้วยแรงดัน [45] ในทำนองเดียวกัน วงจรนี้ประกอบด้วยทรานสลินีร์รูปหนึ่งซึ่งประกอบด้วยทรานซิสเตอร์สี่ตัว อย่างไรก็ตาม ตอนนี้แหล่งจ่ายแรงดัน  $V_G$  ถูกใส่ไว้ข้างในรูป และตามที่ได้ปรับทฤษฎีทรานสลินีร์ในสมการ (11.26) สามารถเขียนใหม่ได้

$$I_{C2} \cdot I_{C4} = e^{\frac{V_G}{V_T}} \cdot I_{C1} \cdot I_{C3} \quad (11.31)$$

ให้  $I_{C1} = I_{C3} = I_{ref}$  และ  $I_{C2} = I_{C4} = I_{out}$  ได้

$$I_{out} = I_{ref} \cdot e^{\frac{V_G}{2V_T}} \quad (11.32)$$

จากสมการด้านบนกระแสแอกต์พุต  $I_{out}$  แสดงในเทอมของ  $I_{ref}$  และ ผลต่างเอ็กโพเนนเชียลของแรงดันสองตัว  $V_G = V_1 - V_2$  เห็นได้ชัดว่าอัตราส่วนกระแสมีขนาดกว้างปรับได้ด้วยแรงดัน  $V_G$



รูปที่ 11.8 วงจรสะท้อนกระแสที่ปรับด้วยแรงดัน

วงจรที่สองที่อธิบายเกิดขึ้นกับหัวใจหลักของเทคนิคการกรองแบบ Log-domain ซึ่งเป็นหลักการที่สำคัญเพื่อเปลี่ยนสัญญาณเชิงเส้นให้อยู่ในรูปการบีบอัด และ ทำการกู้คืนกลับสัญญาณบีบอัดนั้นอีกครั้ง ทำให้ภาพรวมของระบบจะเป็นลักษณะเชิงเส้น โดยจะถูกกล่าวถึงอีกครั้งจากมุมมองที่แตกต่างออกไปในหัวข้อต่อไป และ จะเห็นวิธีการใช้วงจรทรานสลิเนียร์ในโดเมนความถี่ซึ่งเป็นตัวกรองที่กระตือรือร้น และ น่าสนใจ

### 11.4.3 ตัวดำเนินการ LOG และ EXP

ในรูปที่ 11.8 แสดงการประพฤติตัวของวงจรซึ่งรายละเอียดถูกแสดงโดยสมการ (11.32) เป็นความสัมพันธ์ของสัญญาณในรูปแบบเชิงเส้น (ดังเช่น  $I_{out}, I_{ref}$ ) ที่ถูกซ่อนในฟังก์ชันเอ็กโพเนนเชียล ( $V_G = V_1 - V_2$ ) ซึ่งเป็นไปได้ว่าการบีบอัดสัญญาณจะใช้คุณสมบัติของลอการิทึม และ เช่นเดียวกันกับการขยายสัญญาณกลับด้วยเอ็กโพเนนเชียล ดังนั้น จะสามารถแยกแยะสัญญาณที่ถูกบีบอัด และ สัญญาณที่ไม่ถูกบีบอัด ว่าเป็น Log-domain และ สัญญาณเชิงเส้น ตามลำดับ ฟังก์ชันการบีบอัด และการขยายสัญญาณกลับ สามารถนิยามได้โดยตัวดำเนินการทางคณิตศาสตร์ดังนี้

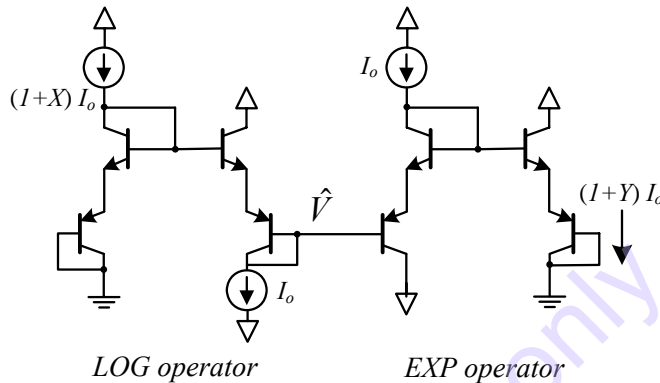
$$LOG(x) = 2V_T \ln\left(\frac{I_o + x}{I_o}\right) \quad (11.33)$$

$$EXP(x) = I_o e^{\frac{x}{2V_T}} - I_o$$

เมื่อพิจารณาวงจรที่แสดงในรูปที่ 11.8 และสมการที่ (11.32) ซึ่งตัวดำเนินการบีบอัดสัญญาณด้วยลอการิทึมในสามารถสร้างขึ้นได้โดย

## บทที่ 11 หลักการตัวกรองแบบ Log-Domain

1. ให้  $I_{ref}$  เป็นอินพุตกระแสเชิงเส้นมีค่า  $(1+X) \cdot I_o$  โดยที่  $X$  เป็น modulation index ในช่วงของ  $(0, 1)$
2. กำหนดให้  $I_{out}$  เป็นกระแสไบอัส  $I_o$
3. ต่อ  $V_1$  ลงกราวด์
4. สุดท้ายจะได้สัญญาณที่ถูกบีบโดยลอการิทึม (Log-domain) ที่  $V_2$



รูปที่ 11.9 การบีบอัดและขยายกลับ (Companding) สัญญาณด้วยตัวดำเนินการ LOG และ EXP

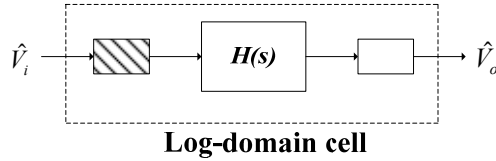
โดยลักษณะเฉพาะที่เหมือนกัน การขยายสัญญาณโดยตัวดำเนินการเอ็กโพเนนเชียล (EXP) ทำได้โดย




1. บัณฑิตอินพุต Log-domain เป็น  $V_1$
2. กำหนดให้  $I_{ref}$  เป็นกระแสไบอัสที่  $I_o$
3. ต่อ  $V_2$  ลงกราวด์
4. สุดท้ายจะได้กระแส  $I_{out}$  เป็นกระแสเอาต์พุตเชิงเส้นที่ถูกขยายด้วยฟังก์ชันเอ็กโพเนนเชียล มีค่าอัตราขยายเท่ากับ  $(1+Y) \cdot I_o$  โดยที่  $Y$  เป็น modulation index มีค่า 0 ถึง 1

วิธีการที่กล่าวไว้ด้านบนถูกอธิบายในรูปที่ 11.9 โดยที่วงจร LOG และ EXP ถูกเชื่อมต่อกัน ซึ่งแรงดัน  $\hat{V}$  เป็นสัญญาณใน Log-domain ที่ถูกบีบอัด ในขณะที่สัญญาณที่เป็นเชิงเส้นถูกแทนด้วย  $XI_o$  และ  $YI_o$  เนื่องมาจากคุณสมบัติการกลับค่า (Inversion) ทางธรรมชาติของตัวดำเนินการ LOG และ EXP เช่น  $EXP(LOG(x)) = x$  โดยที่  $X$  มีค่าเท่ากับ  $Y$

### 11.4.4 ความเป็นเชิงเส้นของระบบ Log-domain

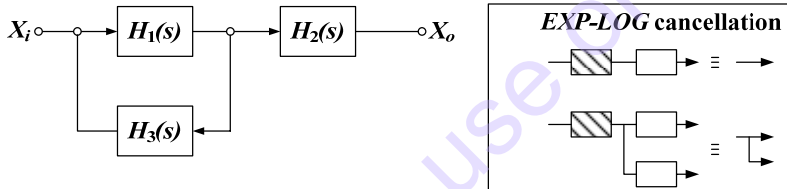
ตัวอย่างวงจรย่อย Log-domain ถูกแสดงลักษณะพิเศษโดย SFG แสดงในรูปที่ 11.10 ฟังก์ชันเชิงเส้น  $H(s)$  ซึ่งมีทั้งการรวม การปรับสเกล การรวมเข้าทั้งหมดเข้าด้วยกัน ถูกวางไว้ระหว่างตัวดำเนินการ EXP และ LOG สัญญาณ  $\hat{V}_i$  และ  $\hat{V}_o$  แทนอินพุตและเอาต์พุตของ Log-domain ตามลำดับ เนื่องจากรูปแบบ LOG-linear-EXP ฟังก์ชันถ่ายโอนรวม Log-domain  $\hat{V}_o/\hat{V}_i$  อาจจะไม่เป็นเชิงเส้น เพื่อที่จะสร้างระบบเชิงเส้นจากบล็อกนี้ในทางปฏิบัติ ก็สามารถทำได้โดยง่าย



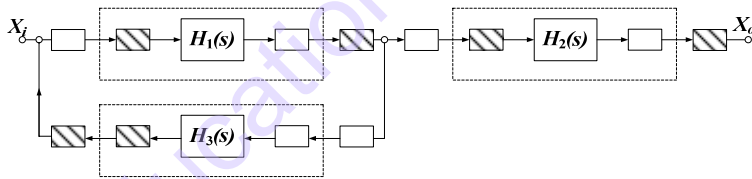
 **EXP operator**     **Linear function**  
 **LOG operator**

รูปที่ 11.10 Signal-flow-graph ของวงจรย่อย Log-domain ทั่วไป

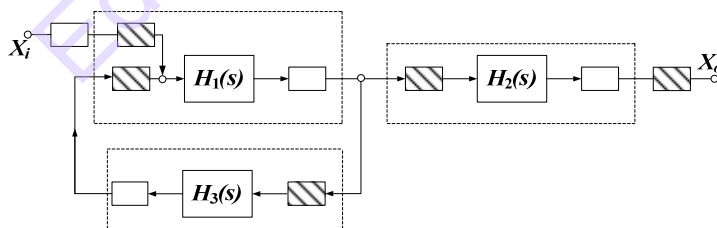
สมมติให้ระบบใดๆ ที่แสดงในรูปที่ 11.11(ก) สร้างขึ้นจากวงจร Log-domain ในรูปที่ 11.10 โดยปราศจากการสูญเสีย ค่า  $H_i(s)$  จะแทนฟังก์ชันเชิงเส้นทางคณิตศาสตร์ วิธีหนึ่งที่จะจัดการปัญหานี้ คือต่อบล็อก LOG และ EXP ที่ภายนอกของ I/O ของแต่ละวงจรย่อย Log-domain (แต่ค่อนข้างจะซ้ำซ้อน) ผลที่เกิดขึ้นทั้งหมดในความสัมพันธ์ที่เป็นเชิงเส้นของอินพุตเอาต์พุตแสดงในรูปที่ 11.11(ข)



(ก)



(ข)



(ค)

รูปที่ 11.11 (ก) SFG ของระบบใดๆ ที่สร้างขึ้นในแบบ Log-domain

(ข) การสร้างแบบอิสระเพื่อความเป็นเชิงเส้นของวงจรย่อย

(ค) การสร้างระบบ Log-domain ในรูปแบบประหยัด

วิธีที่ประหยัดมากกว่าคือให้วงจร Log-domain ย่อยเชื่อมต่อกัน และ ให้ตัวดำเนินการ LOG และ EXP ทั้งสองหักล้างกันเอง [36] ซึ่งสังเกตได้ว่าเป็นเชิงเส้นเกิดขึ้นในทั้ง

## บทที่ 11 หลักการตัวกรองแบบ Log-Domain

เส้นทางการป้อนเดิหน้า และ ป้อนกลับหลัง ส่วนประกอบที่เพิ่มเข้ามาที่อินพุตคือบล็อก LOG และ ที่เอาต์พุตคือ บล็อก EXP อธิบายได้ในรูปที่ 11.11(ค)

สรุป สมมติให้วงจรย่อย Log-domain ที่แสดงในรูปที่ 11.10 ซึ่งสามารถนำไปสร้างฟังก์ชันได้มากมายหลายแบบ ดังนั้นเราจะจึงง่ายต่อการรวมบล็อกเหล่านี้เข้าด้วยกันตามแต่โครงสร้างที่ระบุ โดยเพิ่มตัวดำเนินการตรงกันข้ามที่อินพุต และ เอาต์พุต และ จะได้ผลระบบเชิงเส้นที่ต้องการ ซึ่งจะถูกอธิบายในหัวข้อถัดไป ซึ่งเทคนิคความเป็นเชิงเส้นเป็นพื้นฐานของการวิเคราะห์ตัวกรอง Log-domain ขณะที่ยังจะย่อยๆ ที่ใช้ถูกเรียกว่า Log-domain อินทีเกรเตอร์

### 11.4.5 ข้อดีด้านศักยภาพของตัวกรอง Log-domain

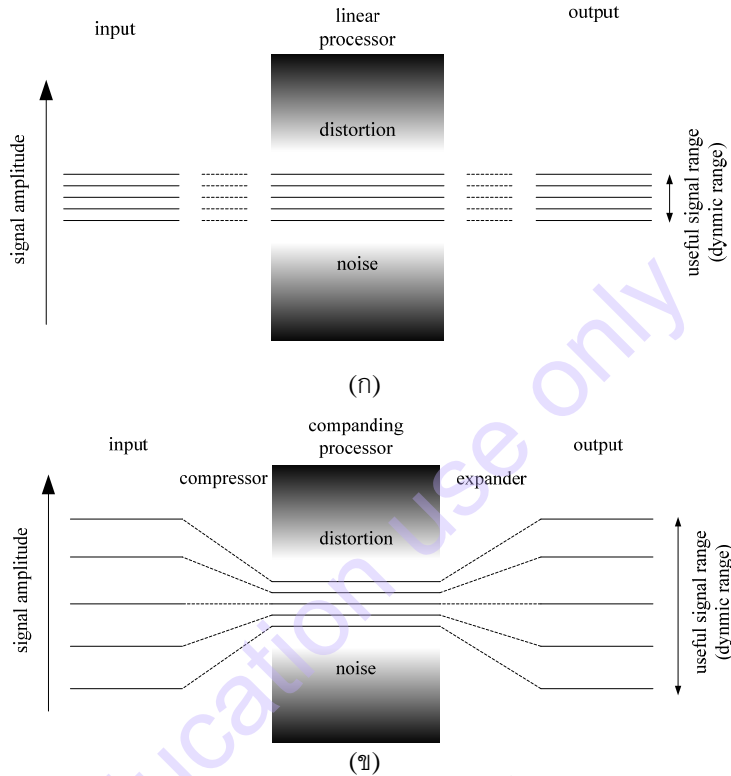
ในการสร้างตัวกรองประสิทธิภาพสูงในด้านความเป็นเชิงเส้น บางครั้งเมื่อเราออกแบบด้วยการใช้ Building block ที่ไม่มีความเป็นเชิงเส้นสูง Log-domain อาจจะมีข้อดี ดังนั้นก่อนที่เราจะดำเนินการอะไรต่อไป ต้องนำข้อดีบางอย่างของเทคนิคตัวกรอง Log-domain มาพิจารณาด้วย

จากรูปที่ 11.11(ค) และ ทางเดินสัญญาณ จะเห็นได้ว่าสัญญาณอินพุตถูกบีบอัดโดยตัวดำเนินการ LOG แล้วต่อกับวงจร Log-domain (บล็อกสี่เทา) และ สุดท้ายสัญญาณถูกขยายโดยตัวดำเนินการ EXP การจัดการลักษณะสัญญาณที่เกิดขึ้นนี้เรียกว่า Compadding ซึ่งเป็นเทคนิคที่รู้จักดีกันอยู่แล้วเพื่อใช้ปรับปรุงสัญญาณในระบบการส่งสัญญาณ [27] ผลการขยายช่วงไดนามิกในเชิงคุณภาพถูกอธิบายดังนี้

พิจารณาระบบแอนาลอกที่ใช้งานกับคุณสมบัติสัญญาณรบกวน และความผิดเพี้ยน สมมติสัญญาณไซน์เป็นอินพุตที่ป้อนเข้ามา โดยเมื่อมีแอมพลิจูดต่ำมากๆ วงจรเองไม่อาจแยกแยะสัญญาณจากสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้น ในการปรับปรุงค่า Signal-to-Noise Ratio ที่ค่าๆ หนึ่งในขอบเขตของแอมพลิจูดค่าต่ำที่สุดจะถูกสัญญาณรบกวนเข้ามากระทบ ในทางกลับกัน เมื่อแอมพลิจูดของสัญญาณค่อยๆ เพิ่มขึ้น จะสังเกตได้ว่าระดับของความผิดเพี้ยนฮาร์มอนิกจะสูงขึ้นซึ่งเกิดขึ้นจากวงจรเอง ในทำนองเดียวกัน ถ้าให้สัญญาณที่มีความเป็นเชิงเส้น อยู่ในขอบเขตแอมพลิจูดในขอบเขตด้านสูงตามที่กำหนด ความแตกต่างระหว่างขอบเขตสูงสุดกับขอบเขตต่ำสุดของสัญญาณคือช่วงสัญญาณปฏิบัติงาน หรือ ช่วงไดนามิก (Dynamic Range) ซึ่งแสดงเป็นรูปภาพได้ดังในรูปที่ 11-12(ก) วิธีนี้อาจจะปรับปรุงช่วงความกว้างไดนามิก รวมทั้งสัญญาณรบกวนให้ต่ำที่สุด (บ่อยครั้งจะหมายถึงการทำให้ตัวเก็บประจุใหญ่ขึ้น) และ การเพิ่มแหล่งจ่ายแรงดัน ข้อเสียที่ตามมาคือการเพิ่มขนาดของพื้นที่ซิลิคอน และ กำลังงานที่สูญเสีย ที่ซึ่งไม่อาจจะยอมรับได้โดยสิ้นเชิงภายใต้ราคาที่สูง และ ประสิทธิภาพที่ต่ำ

การ Compadding สัญญาณ เป็นวิธีแก้ไขอีกแนวทางหนึ่งสำหรับการปรับปรุงช่วงไดนามิก ความคิดพื้นฐานเกี่ยวกับกระบวนการบีบอัดสัญญาณก่อนที่พบกับสัญญาณรบกวน และ ความผิดเพี้ยนของกระบวนการที่มีโอกาสจะเกิดขึ้น ซึ่งแสดงไว้ในรูป 11.12(ข) สัญญาณอินพุตที่เข้ามาในตอนแรกจะถูกบีบ โดยสัญญาณที่มีแอมพลิจูดอ่อนลง จะถูกยกให้อยู่ในระดับที่สูงกว่าสัญญาณรบกวน

ขณะที่สัญญาณที่มีแอมพลิจูดสูงจะหดตัวให้ต่ำกว่าระดับความเพี้ยน สุดท้ายของการประมวลสัญญาณ คือ การขยายสัญญาณให้กลับเป็นสัญญาณในช่วงไดนามิกเดิม โดยการลดทอนสัญญาณอ่อนนั้น และ ขยายสัญญาณให้มีขนาดใหญ่ ให้สัญญาณอยู่ห่างจากจากพื้นที่ที่เป็นปัญหาทั้งจุดที่อยู่ที่ขอบระดับสูง และ ระดับต่ำ การประมวลผลสัญญาณ Companding อาทิเช่น ตัวกรอง Log-domain สามารถจัดการได้ที่ช่วงไดนามิกสูงกว่าระบบที่เป็นเชิงเส้น



รูปที่ 11.12 การเปรียบเทียบของช่วงไดนามิกของ (ก) ระบบที่เป็นเชิงเส้น และ (ข) ระบบ companding

สำหรับเหตุผลที่คล้ายกัน ตัวกรอง Log-domain เหมาะสำหรับการประยุกต์ใช้ที่กำลังต่ำๆ แหล่งจ่ายแรงดันต่ำ เนื่องจากสัญญาณแรงดันเป็นสัญญาณที่ถูกบีบอัด นอกจากนี้ เทคโนโลยีที่ใช้แตกต่างจากตัวกรองทั่วไป ซึ่งอินทิเกรเตอร์แต่ละตัวไม่จำเป็นต้องเป็นเชิงเส้น ลักษณะเฉพาะของเอ็กโพเนนเชียลของอุปกรณ์โพลาร์ถูกนำมาใช้โดยตรง ส่งผลให้เกิดวงจรรีโวลูชันที่มีความง่าย ดังนั้นเมื่อมองถึงการใช้งำลังงาน เทียบกับในส่วนของอุปกรณ์ที่มีความเป็นเชิงเส้น (วงจรรานสคอนดักแตนซ์ในตัวกรอง  $g_m-C$ ) [50] จะดีกว่ามากทีเดียว

เนื่องจากการ Companding ซึ่งแรงดันภายในตัวกรอง Log-domain มีการแกว่งเพียงเล็กน้อย ระดับความต้านทานภายในที่สัญญาณเดินทางปกติจะมีค่าต่ำ การเก็บประจุ และ คายประจุของตัวเก็บประจุจะเกิดขึ้นอย่างรวดเร็ว ลักษณะพิเศษนี้เองจะทำให้ตัวกรอง Log-domain เหมาะสำหรับการประยุกต์ใช้งานที่ความถี่สูงได้ดี ซึ่งผลที่ได้จากการทดลองต่างๆ ก็สนับสนุนข้อพิสูจนนี้ [24], [48]

### 11.5 การออกแบบและวิเคราะห์อินทิเกรเตอร์

Adams ได้สร้างตัวกรอง Log-domain โดยการแทนที่ตัวต้านทานในรูปแบบเชิงเส้นด้วยไดโอดสำหรับวัตถุประสงค์ของระบบที่มีความเป็นเชิงเส้น และการไบอัส จะต้องทำการเพิ่มวงจรต่างๆ เช่น แหล่งจ่ายกระแส วงจรเลื่อนระดับ และ ตัวแปลง Antilog ส่วนสำคัญของการสังเคราะห์นี้ ถูกอธิบายไว้ดังนี้ “ความสอดคล้องกันระหว่างตัวต้านทานใน Linear-domain และ ไดโอด ใน Log-domain” แม้ว่าวิธีการนี้จะใช้งานได้ดีสำหรับตัวกรองอันดับหนึ่ง แต่ก็ทำให้เกิดเทอมที่มีค่าความผิดพลาดขึ้นจากโครงสร้างที่มีความซับซ้อนนั่นเอง

วิธีการสังเคราะห์บนพื้นฐานความสอดคล้องกันระหว่างตัว “อินทิเกรเตอร์” ใน Linear-domain และ “อินทิเกรเตอร์” ใน Log-domain โดยสรุปก็คือ จะแทนที่อินทิเกรเตอร์แต่ละตัว (ในรูปแบบดั้งเดิมที่เป็นเชิงเส้น) ด้วยอินทิเกรเตอร์เสมือนใน Log-domain ดังเช่น อุปกรณ์พื้นฐานถูกเปลี่ยนจากตัวต้านทานไปเป็นอินทิเกรเตอร์ ดังที่กล่าวไว้ก่อนหน้านี้ การที่จะทำให้มีความเป็นเชิงเส้นอย่างสมบูรณ์ (หักล้างโดยใช้ตัวดำเนินการลอการิทึม และ เอ็กโพเนนเชียล) ผลที่ได้จากตัวกรอง Log-domain สามารถเลียนแบบทำตัวเองให้มีความเป็นเชิงเส้นได้ (จะถูกพิสูจน์ในบทต่อไป)

อันที่จริงแล้ว บทความที่เกี่ยวกับตัวกรองแบบมีความต่อเนื่องเวลาโดยส่วนมากจะขึ้นอยู่กับตัวอินทิเกรเตอร์ไม่ใช่ทรานซิสเตอร์ตัวใดตัวหนึ่ง หรือ เป็น Building blocks ดังเช่น ออปแอมป์ [40] สิ่งนี้อาจจะเนื่องมาจากการทำงานที่เข้าใจได้ง่ายและมีโครงสร้างแบบโมดูล ข้อดีอื่นๆ ของวิธีการนี้แสดงดังต่อไปนี้:

- เป็นการสังเคราะห์ตัวกรองอย่างเป็นระบบ ก็คือตัวกรองสามารถถูกมองเป็นได้ว่าเป็นการเชื่อมต่อกันของอินทิเกรเตอร์อย่างง่าย ๆ ซึ่งพารามิเตอร์แต่ละตัวจะแตกต่างกัน เช่น อัตราขยายเป็นหนึ่งในตลอดช่วงความถี่ (Unity-gain frequency) และ ตัวปรับค่าขยาย (Scale factor) การสังเคราะห์สามารถทำอย่างมีระบบ และ มีรูปแบบ โดยไม่คำนึงถึงอันดับตัวกรอง ตามข้อพิสูจน์ เราจะแสดงการออกแบบตัวกรองอันดับสูง โดยลดความซับซ้อนทางคณิตศาสตร์ได้
- การค้นคว้าการออกแบบตัวกรอง Log-domain สามารถทำได้ 2 วิธีคือ (i) การออกแบบของวงจรอินทิเกรเตอร์ และ (ii) การค้นคว้าด้วยวิธีการสังเคราะห์ ด้วยทั้งสองวิธีในการออกแบบนี้ ทำให้สามารถช่วยพัฒนาด้านที่เกี่ยวกับตัวกรอง Log-domain ให้ก้าวหน้าได้เร็วขึ้น การพัฒนาวงจรสามารถนำไปสู่ Log-domain อินทิเกรเตอร์ ซึ่งส่งผลในการออกแบบตัวกรอง Log-domain ที่มีความเร็วสูง ความเป็นเชิงเส้นสูง กำลังงานต่ำได้ ในการพัฒนาวิธีการสังเคราะห์เพื่อให้ Building block เหล่านี้ทำงานร่วมกันอย่างเป็นระบบ (หรือโดยอัตโนมัติเรียกว่าโดย CAD tools) สำหรับฟังก์ชันตัวกรองต่างๆ (ดังเช่น เชปป์เชฟ, อีลิปติก หรือ รูปแบบตัวกรองที่มีรูปแบบตามอำเภอใจ) ในบทที่ 12 จะแสดงและวิเคราะห์การทำงานวงจรอินทิเกรเตอร์หลายวงจรที่น่าสนใจ

- ในขณะที่ทำการสังเคราะห์ตัวกรอง การลดความซับซ้อน (Simplify) ของอินทิเกรเตอร์ ซึ่งเป็นที่มาว่าการตอบสนองของตัวกรองที่มาจากความผิดพลาดของอินทิเกรเตอร์ นั้นเกิดจากโครงสร้างที่ซับซ้อน องค์ประกอบต่างๆ แอบแฝงอยู่ ซึ่งแสดงถึงการวิเคราะห์ของตัวกรองในทางไม่อุดมคติ แม้ว่าเป็นธรรมชาติของการประมวลสัญญาณที่ไม่เป็นเชิงเส้นแฝง สามารถนำหลักการเหล่านั้น มาพัฒนาระบบเชิงเส้นเสมือนต่างๆ ได้ด้วย

## 1.6 สรุป

ระบบการสื่อสารและระบบการประมวลสัญญาณในปัจจุบัน มีจุดสำคัญอยู่ที่การทำให้อัตราการส่งข้อมูลมีความเร็วสูงขึ้น มีความเป็นเชิงเส้นสูง และ ใช้กำลังต่ำ ตัวกรอง Log-domain เป็นรูปแบบใหม่ของตัวกรองแบบต่อเนื่องเวลา ที่สามารถรองรับเงื่อนไขดังกล่าวได้ ดังที่ได้กล่าวไว้ก่อนหน้านี้ วิธีการใหม่ที่คิดค้นโดย Adams ซึ่งจะอธิบายตัวกรอง Log-domain อันดับหนึ่งภายใต้แนวคิดและโครงสร้างที่น่าสนใจ แต่น่าเสียดายที่ว่า วิธีการออกแบบที่เสนอนี้ ผลที่ได้ยังมีเทอมความผิดพลาด เมื่อฟังก์ชันตัวกรองมีความซับซ้อนมาก วิธีการสังเคราะห์ทั่วไปและที่แม่นยำ (ปราศจากค่าความผิดพลาด) จึงเป็นสิ่งจำเป็น

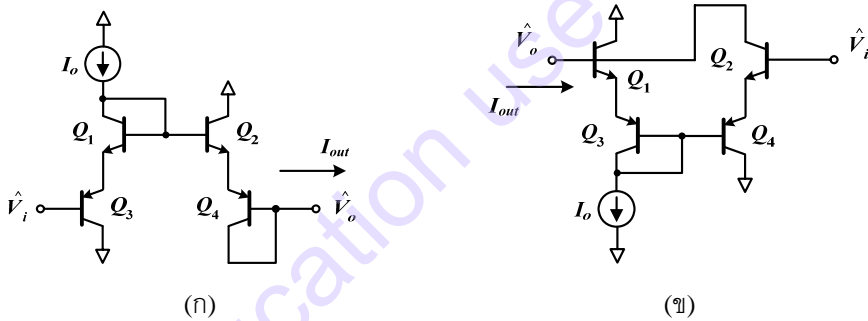
เห็นได้ว่าตัวกรอง Log-domain มีความสำคัญต่อการทำให้ระบบมีความเป็นเชิงเส้นโดยอุปกรณ์ไบโพลาร์ที่ไม่มีความเป็นเชิงเส้น โดยใช้ทฤษฎีทราเวลลิ่งเวฟเป็นเทคนิคของวงจร ที่ใช้คุณสมบัติของไดโอดเพื่อการประมวลสัญญาณ ซึ่งเชื่อได้ว่า Log-domain สามารถให้ประโยชน์อย่างมากต่อการพัฒนาในสาขาวิชานี้ โดยเฉพาะอย่างยิ่งการพิจารณาวงจรสะท้อนกระแสที่โปรแกรมได้ด้วยแรงดันโดยมีความเชื่อมโยงกับสัญญาณระหว่างความเป็นเชิงเส้นกับ Log-domains โดยหลักการของวงจรมันเป็นการเชื่อมโยงระหว่าง LOG และ EXP ได้นำมาใช้ และ พื้นฐานความเป็นเชิงเส้นได้มาจากการหักล้างความไม่เป็นเชิงเส้นของส่วนประกอบ Log-domain building blocks จากเหตุผลนี้ ตัวกรอง Log-domain ที่มีความเป็นเชิงเส้น สามารถสร้างจาก Log-domain อินทิเกรเตอร์ที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นสูง ในทางกลับกันตัวกรองก็จะทำตัวเป็นตัว Companding สัญญาณ ซึ่งมีการดำเนินการต่อสัญญาณที่ยอดเยียม และมีประสิทธิภาพสูง

ปล่อยหน้าว่าง

Education use only

# 12 วงจรอินทิเกรเตอร์แบบ Log-domain

จากที่ได้กล่าวมาในบทที่แล้ว จะใช้วงจรอินทิเกรเตอร์ สำหรับการวิเคราะห์และออกแบบตัวกรองใน Log-domain เพื่อให้ผู้อ่านสามารถความเข้าใจเนื้อหาได้ดีขึ้น จึงหลีกเลี่ยงการใช้คณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน โดยพื้นฐานแล้ววงจรอินทิเกรเตอร์แบบลอการิทึมโดเมนอย่างง่ายนั้น ใช้แค่ทรานซิสเตอร์แบบไบโพลาร์ 8 ตัว และ ตัวเก็บประจุอีกหนึ่งตัวเท่านั้น โดยจะแนะนำผู้อ่านเกี่ยวกับพื้นฐานของวงจรถ่ายไปแบบทีละขั้นตอน จะเน้นย้ำคุณสมบัติที่น่าสนใจต่างๆ ที่เป็นลักษณะเฉพาะของเทคนิคของ Log-domain ซึ่งจะถูกลำถึงในการออกแบบวงจรอินทิเกรเตอร์ที่มีความหลากหลาย หลังจากสิ้นสุดบทนี้ ผู้อ่านควรมีความเข้าใจอย่างชัดเจนในเรื่องเทคนิคการอินทิเกรตแบบ Log-domain ซึ่งผู้อ่านจะได้พบว่าความเรียบง่ายของวงจรเหล่านี้ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในเทอมของการดำเนินการที่มีความเร็วสูงและใช้พลังงานต่ำ



รูปที่ 12.1 เซลล์ Log-domain กับเซลล์ที่มีลักษณะชั่วคราวข้ามกับเซลล์ Log-domain

## 12.1 วงจรอินทิเกรเตอร์พื้นฐานแบบ Log-domain

### 12.1.1 การวิเคราะห์รายละเอียด

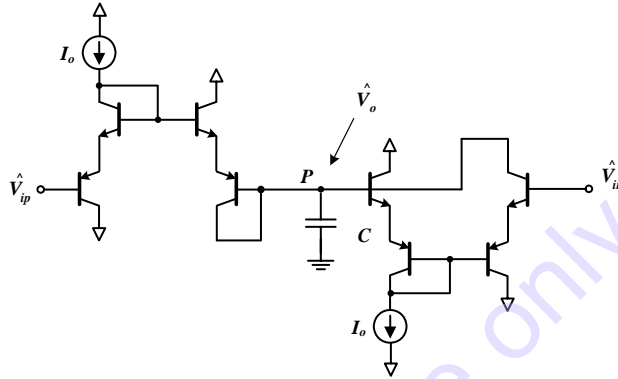
วงจรอินทิเกรเตอร์แบบ Log-domain เป็นหัวใจของเทคนิคการกรองใน Log-domain โดยเริ่มต้นนั้น วงจรสะท้อนกระแสโปรแกรมได้ด้วยแรงดัน (รูปที่ 11.8) ร่วมกับคู่อินเวอร์สของมัน จะมีรูปแบบเป็นดังรูปที่ 12.1 ในบทความเกี่ยวกับ Log-domain นั้น พวกมันถูกเรียกว่า “เซลล์ Log-domain” โดยการเขียนสมการ KVL วนรอบ  $Q_1-Q_4$  ในทวานส์ลิเนียร์รูป ซึ่งเขียนสมการของ Log-domain แบบพื้นฐานได้เป็นดังนี้

$$I_{out} = I_o e^{\frac{V_i - V_o}{2V_T}} \quad (12.1)$$

## บทที่ 12 วงจรอินทิเกรเตอร์แบบ Log-Domain

เมื่อนำเซลล์ Log-domain ทั้งสองในรูป 12.1 มารวมกัน และเพิ่มตัวเก็บประจุหนึ่งตัว ซึ่งวงจรอินทิเกรเตอร์แบบ Log-domain [38] ถูกสร้างขึ้นดังแสดงในรูปที่ 12.2 ใช้ KCL ที่โหนด P เราสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$C \cdot \frac{d\hat{V}_o}{dt} = I_o e^{\frac{\hat{V}_{ip} - \hat{V}_o}{2V_T}} - I_o e^{\frac{\hat{V}_{ip} - \hat{V}_o}{2V_T}} \quad (12.2)$$



รูปที่ 12.2 คู่วงจรอินทิเกรเตอร์แบบ Log-domain แบบบวกและลบ

โดยที่  $\hat{V}_{ip}$ ,  $\hat{V}_{in}$  และ  $\hat{V}_o$  แทนอินพุตทางบวก อินพุตทางลบ และ เอาท์พุตของ Log-domain ตามลำดับ คุณดลอดด้วย  $\exp(\hat{V}_o/2V_T)$  และ ใช้กฎลูกโซ่จะได้ผลลัพธ์คือ

$$\frac{2V_T}{I_o} \cdot C \cdot \frac{d}{dt} \left\{ I_o e^{\frac{\hat{V}_o}{2V_T}} - I_o \right\} = \left\{ I_o e^{\frac{\hat{V}_{ip}}{2V_T}} - I_o \right\} - \left\{ I_o e^{\frac{\hat{V}_{in}}{2V_T}} - I_o \right\} \quad (12.3)$$

ถ้าเรากำหนดการจับคู่ของอินเวิร์สลอการิทึม และ เอ็กโพเนเชียลเช่นเดียวกับ (11.33) ซึ่งถูกพบอีกครั้งด้านล่าง

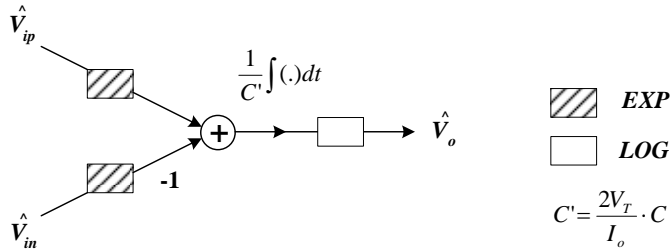
$$\text{LOG}(x) = 2V_T \ln \left( \frac{I_o + x}{I_o} \right) \quad \text{EXP}(x) = I_o e^{\frac{x}{2V_T}} - I_o \quad (12.4)$$

เราสามารถเขียน (12.3) ใหม่ได้เป็น

$$\text{EXP}(\hat{V}_o) = \frac{I_o}{2V_T} \cdot \frac{1}{C} \cdot \int \{ \text{EXP}(\hat{V}_{ip}) - \text{EXP}(\hat{V}_{in}) \} dt \quad (12.5)$$

จากสมการที่ (12.5) สามารถถูกนำมาแทนด้วยสัญลักษณ์ โดยใช้กราฟการไหลของสัญญาณ (Signal Flow Graph) ดังแสดงในรูปที่ 12.3 สังเกตว่าอินทิเกรเตอร์ประกอบขึ้นจากหลักการในรูปที่

11.10 ในบทที่แล้วนั่นเอง ดังนั้นรูปแบบความเป็นเชิงเส้น (โดยการหักล้างตามธรรมชาติ) จะเกิดขึ้น วงจรเหล่านี้ได้อย่างแน่นอน



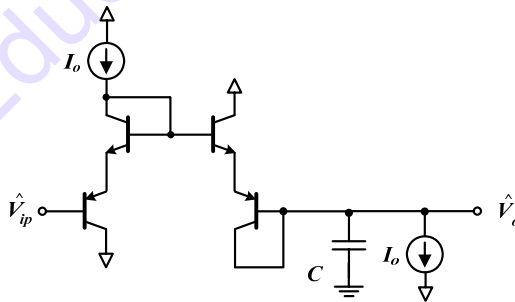
รูปที่ 12.3 กราฟการไหลของสัญญาณของวงจรอินทิเกรเตอร์แบบ Log-domain

### 12.1.2 คุณลักษณะเด่น

ดังที่ได้อธิบายในบทก่อนหน้านี Adams เป็นบุคคลแรกที่ได้สร้างตัวกรองใน Log-domain ที่มีความสามารถปรับค่าได้ง่าย จากกระแสไบอัส  $I_o$  ดังสมการที่ (12.5) สามารถถูกมองเหมือนกับการปรับค่าตัวเก็บประจุ

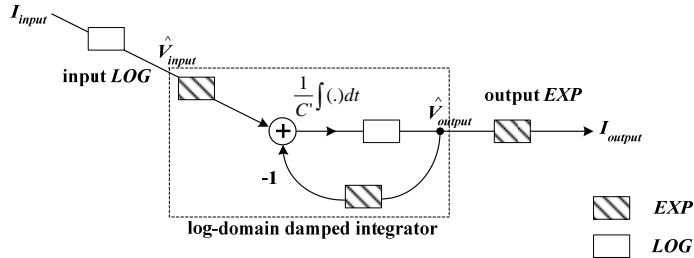
การอินทิเกรทใน Log-domain จะเป็นแบบสูญเสีย (Lossy Integrator) สามารถทำได้โดยใช้สัญญาณเอาต์พุทของอินทิเกรเตอร์  $\hat{V}_o$  ไปเป็นอินพุททางลบ  $\hat{V}_{in}$  สมการของวงจรมีถูกกำหนดให้โดยการแทนที่  $\hat{V}_{in} = \hat{V}_o$  เข้าไปใน (12.2) ซึ่งกลายเป็น

$$C \cdot \frac{d\hat{V}_o}{dt} = I_o e^{\frac{\hat{V}_p - \hat{V}_o}{2V_T}} - I_o \quad (12.6)$$

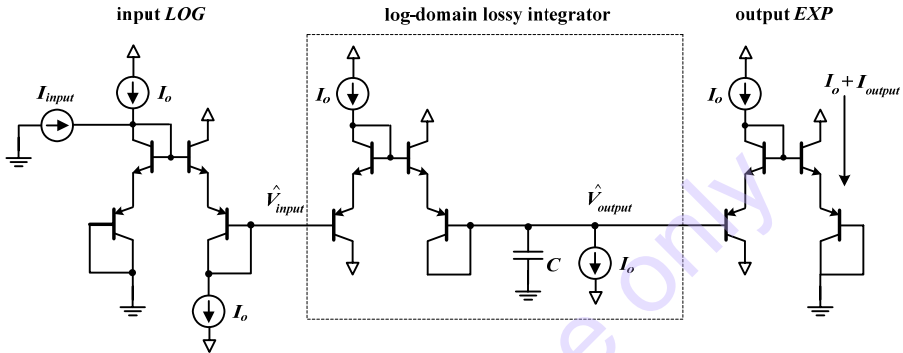


รูปที่ 12.4 วงจรอินทิเกรเตอร์ Log-domain แบบสูญเสีย

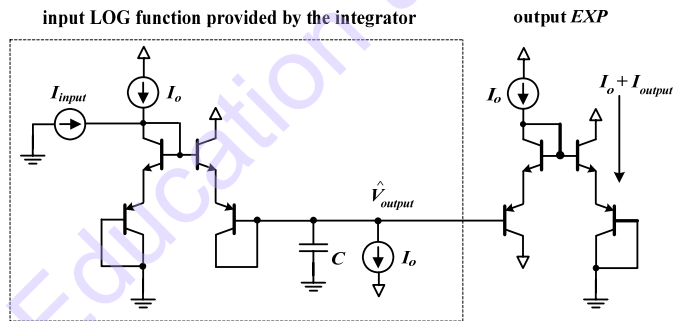
เทอมที่สองทางด้านขวามือแสดงกระแสไฟตรงที่ถูกนำออกไปจากโหนดของตัวเก็บประจุ ดังนั้นอินทิเกรเตอร์ Log-domain แบบสูญเสียสามารถถูกทำให้เป็นจริงโดยการแทนเซต Log-domain ทางด้านขวาของรูปที่ 12.2 ด้วยแหล่งจ่ายกระแส [36] วงจรอินทิเกรเตอร์ Log-domain แบบสูญเสียแสดงดังรูปที่ 12.4 ความสามารถปรับค่าได้ทางอิเล็กทรอนิกส์



(ก)



(ข)



(ค)

รูปที่ 12.5 แสดงอินพุต LOG และเอาต์พุต EXP: (ก) ตัวอย่างระบบ Log-domain

(ข) การสร้างแบบตรงไปตรงมา (ค) การปรับขนาดของวงจรให้เล็กลง

### 12.2 ส่วนอินพุตและเอาต์พุต

พวกเราได้เห็นจากบทที่ 11 แล้วว่าเพื่อที่จะรักษาความเป็นเชิงเส้นของระบบ Log-domain บล็อกของ LOG ต้องถูกเพิ่มเข้าไปที่อินพุต ในขณะที่บล็อกของ EXP ถูกใช้ที่เอาต์พุต ขั้นตอนนี้จะใช้การทำให้เป็นเชิงเส้นของตัวกรองใน Log-domain อันดับหนึ่งดังรูปที่ 12.5(ก) เซลล์ลอการิทึมจะทำการเปลี่ยนกระแสอินพุตแบบเชิงเส้นไปเป็นแรงดันในรูปแบบ Log-domain วงจรอินทิเกรเตอร์ Log-domain

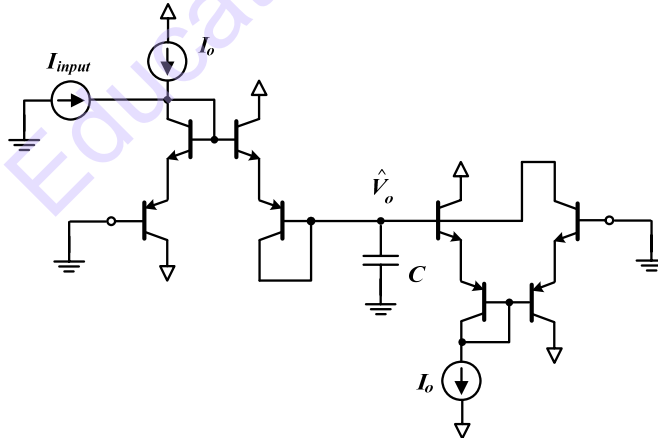
แบบสูญเสียนั้นจะทำหน้าที่เป็นฟังก์ชันตัวกรอง ผลแรงดันเอาต์พุตของ Log-domain ที่ได้จะถูกทำให้ขยายขึ้นโดยเซลล์เอ็กโพเนนเชียล ในรูปกระแสเอาต์พุตแบบเชิงเส้นนั่นเอง

การแทนบล็อกต่างๆ ในรูปที่ 12.5(ก) ด้วยวงจรที่เสมือนเทียบเท่าอย่างเหมาะสม แสดงให้ดูดังรูปที่ 12.5(ข) ผู้ออกแบบวงจรที่มีความชำนาญอาจมองเห็นถึงความซ้ำซ้อนเกิดขึ้น ระหว่างเซลล์ LOG และ อินทิเกรเตอร์ (สังเกตว่าทรานซิสเตอร์สองตัวทั้งสองข้างของสัญญาณ  $\hat{V}_{input}$  เป็นอุปกรณ์ที่ไม่มีหน้าที่มากไปกว่าตัวเลื่อนระดับ ซึ่งสามารถถูกตัดทิ้งไปได้) เราจึงได้ปรับสัดส่วนทางพีชคณิตให้เหมาะสม เพื่อให้เป็นวงจรที่มีประสิทธิภาพมากขึ้น ซึ่งวงจร LOG นั้น ก็สามารถป้อนกระแสอินพุต  $I_{input}$  แบบเชิงเส้นได้เช่นเดียวกัน เพื่อเปลี่ยนเป็นแรงดันในลอการิทึมโดเมน  $\hat{V}_{input}$

$$\hat{V}_{input} = 2V_T \log\left(\frac{I_o + I_{input}}{I_o}\right) \quad (12.7)$$

จากสมการที่ (12.7) แรงดันอินพุตนี้ถูกนำมาใช้กับอินพุตของวงจรอินทิเกรเตอร์ได้เช่นกัน Log-domain แบบสูญเสีย ดังนั้นเราสามารถแทนค่า  $\hat{V}_{input}$  ของสมการที่ (12.7) ลงไปใน  $\hat{V}_{ip}$  ของสมการที่ (12.6) และเปลี่ยนตัวแปรให้เหมาะสม ยกตัวอย่างเช่น  $\hat{V}_o \rightarrow \hat{V}_{output}$  หลังจากการลดความซับซ้อนลงเล็กน้อยเราจะได้

$$C \cdot \frac{d\hat{V}_{output}}{dt} = (I_o + I_{input}) \cdot e^{\frac{\hat{V}_{output}}{2V_T}} - I_o \quad (12.8)$$



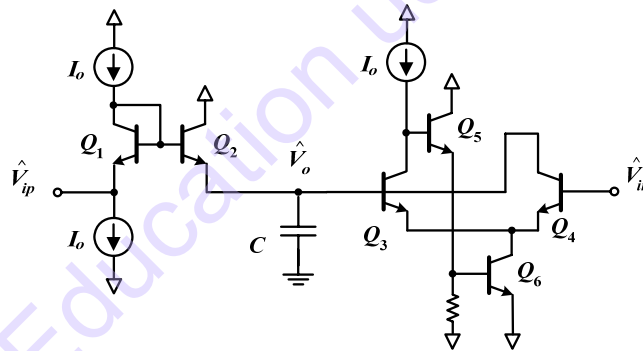
รูปที่ 12.6 ภาคอินพุตของวงจรอินทิเกรเตอร์กับตัวเก็บประจุ

เทอมแรกของเทอมทางฝั่งขวาหมายถึงเซลล์ของ Log-main ซึ่งมีแหล่งจ่ายกระแส ( $I_o$ ) รวมอยู่กับกระแสอินพุต ( $I_{input}$ ) ขณะที่แรงดันอินพุตทางบวกเป็นกราวด์ ( $\hat{V}_{ip} = 0$ ) ดังนั้น (12.8) สามารถถูกสร้างขึ้นอย่างมีประสิทธิภาพได้ดังรูปที่ 12.5(ค) กล่าวอีกนัยหนึ่งว่าวงจรอินทิเกรเตอร์ Log-

domain แบบสูญเสีย สามารถสร้างตัวเองเป็นฟังก์ชัน LOG ทางอินพุตได้ ด้วยเหตุนี้เองสามารถนำมาใช้กับวงจรอินทิเกรเตอร์ Log-domain ที่แบบไม่สูญเสียได้เช่นกัน ในความจริงแล้วเพื่อที่จะทำกระบวนการสังเคราะห์อย่างเป็นระบบ กระแสอินพุทจะเป็นส่วนหนึ่งของเซลล์อินทิเกรเตอร์เสมอ ซึ่งอยู่ในรูปอินพุทแรงดันทั้งคู่ ( $V_{ip}$  และ  $V_{in}$ ) จะต่อกับกราวด์ ดังแสดงในรูปที่ 12.6

### 12.3 ตัวอย่างเพิ่มเติมของวงจร Log-domain อินทิเกรเตอร์

วงจร Log-domain อินทิเกรเตอร์ ที่เราได้อธิบายในที่นี้เป็นเพียงบางส่วนเท่านั้น ซึ่งมีความตั้งใจเพื่อที่จะสื่อสารแนวความคิดของการค่อยๆ พัฒนาขึ้นของวงจรเหล่านี้เท่านั้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งในทางด้านของการประยุกต์ใช้งานที่พลังงานต่ำและความเร็วสูง แต่อย่างไรก็ตามเราควรมองว่าวงจรเหล่านี้ทั้งหมดใช้หลักการที่คล้ายกันมาก ซึ่งในความเป็นจริง มันสำคัญมากที่จะสังเกตได้ว่าทุกๆ วงจรนั้น มีรูปแบบคล้ายกับสมการที่ (12.2) และ มีคุณสมบัติที่จะทำหน้าที่เป็นวงจรอินทิเกรเตอร์ Log-domain ในทำนองเดียวกัน แต่ละวงจรจะถูกอธิบายโดยการใช้หลักการที่คล้ายกัน กับที่ได้อธิบายมาก่อนหน้านี้ พวกมันสามารถถูกใช้งานเหมือนกับบล็อกสำหรับการสังเคราะห์ตัวกรอง Log-domain ไม่ว่าจะอย่างไรก็ตามความจริงที่ว่าพวกมันอาจจะไม่ใช่ตัวดำเนินการ LOG/EXP ที่ไม่สมมาตรกันดังในสมการที่ (12.4) มาสร้างก็ได้ ดังจะกล่าวต่อไปนี้



รูปที่ 12.7 วงจรอินทิเกรเตอร์ลอการิทึมที่ต่อกับทรานซิสเตอร์แบบ NPN ทั้งหมด

#### 12.3.1 วงจร Log-domain อินทิเกรเตอร์ ความเร็วสูง

กระบวนการของไบโพลาร์ทั้งแบบ NPN และ PNP ที่ความเร็วสูงนั้นสามารถทำได้ แต่ที่มีราคาแพง โดยเฉพาะทรานซิสเตอร์ PNP เป็นอุปกรณ์ที่มีข้อจำกัดในด้านความถี่สูง วงจรอินทิเกรเตอร์ Log-domain แบบที่ใช้ NPN ทั้งหมดจึงมีความจำเป็นในการออกแบบเพื่อศักยภาพด้านความเร็วสูงได้ พัฒนาขึ้นด้วยเทคโนโลยีสมัยใหม่สามารถทำได้ดังรูปที่ 12.7 วงจรย่อย  $Q_1$ - $Q_2$  ในด้านซ้าย และ ชุดไบอัสตัวเอง เป็นเซลล์มาตรฐานที่พบในตัวกรอง Log-domain ทั่วไป [24]-[26] และ [47] โดยทรานซิสเตอร์ 2 ตัวแรกนี้ จัดอยู่ในรูปของทรานส์ลิเนียร์รูป ส่วนวงจรที่เหลือคือ เซลล์เอ็กโพเนนเชียลทรานส์คอนดักแตนซ์แบบลบ ที่เคยนำเสนอไว้ในบทความ [24] ทรานซิสเตอร์  $Q_3$  และ  $Q_4$  สร้าง

เป็นทรานซิสเตอร์รูปชุดหนึ่ง ขณะที่  $Q_5, Q_6$  และความต้านทานทำหน้าที่เป็นชุดไบอัส ทรานซิสเตอร์ 2 คู่ คือ  $Q_1-Q_2$  และ  $Q_3-Q_4$  สร้างฟังก์ชันของ Log-domain ทางบวกและทางลบตามลำดับ ซึ่งคล้ายกับวงจรของรูปที่ 12.1 กระแสสองกระแสถูกสร้างที่คอลเลคเตอร์ของ  $Q_2$  และ  $Q_4$

$$I_{C2} = I_o e^{\frac{\hat{V}_{ip} - \hat{V}_o}{V_T}} \quad I_{C4} = I_o e^{\frac{\hat{V}_{in} - \hat{V}_o}{V_T}} \quad (12.9)$$

สังเกตความคล้ายกันระหว่างสมการที่ (12.9) และ (12.1) เพื่อที่จะทำวงจรอินทิเกรเตอร์ Log-domain ความแตกต่างของกระแสไหลเข้าสู่ตัวเก็บประจุ เขียนสมการ KCL ที่โหนดตัวเก็บประจุจะได้

$$C \cdot \frac{d\hat{V}_o}{dt} = I_o e^{\frac{\hat{V}_{ip} - \hat{V}_o}{V_T}} - I_o e^{\frac{\hat{V}_{in} - \hat{V}_o}{V_T}} \quad (12.10)$$

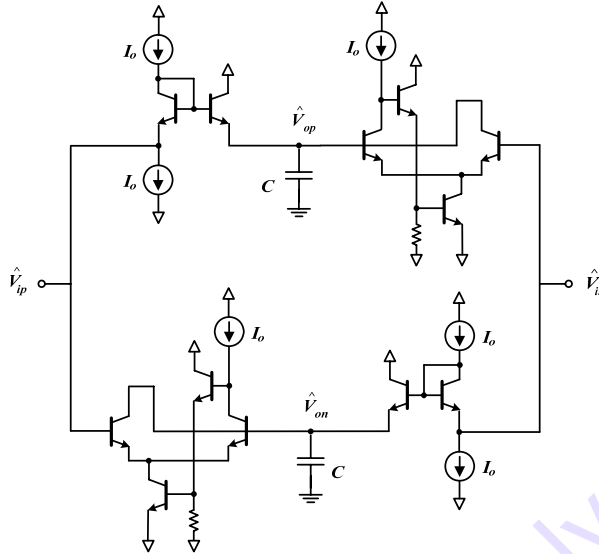
เห็นได้ชัดว่า สมการนี้มีรูปแบบเหมือนกับสมการที่ (12.2) มาก จะต่างกันในส่วนที่เป็นขนาดในอาร์กิวเมนต์ของเอ็กโพเนนเชียลเท่านั้น ถัดมาทำการปรับสมการให้เหมาะสมคล้ายสมการที่ (12.2) ถึง (12.5) และ นิยามการจับคู่ของ LOG/EXP ที่สมบูรณใหม่ ได้คือ

$$LOG(x) = V_T \ln\left(\frac{I_o + x}{I_o}\right) \quad EXP(x) = I_o e^{\frac{x}{V_T}} - I_o \quad (12.11)$$

สมการ Log-domain ในรูปอินทิกรัลจะได้

$$EXP(\hat{V}_o) = \frac{I_o}{V_T} \cdot \frac{1}{C} \cdot \int \{EXP(\hat{V}_{ip}) - EXP(\hat{V}_{in})\} dt \quad (12.12)$$

จากรูปแบบที่คล้ายกันของสมการ ยืนยันว่าซึ่งเป็นคุณสมบัติของวงจรอินทิเกรเตอร์ Log-domain ดังที่เคยกล่าวไว้ก่อนหน้านี้ เมื่อพิจารณาสัญญาณที่เข้ามาในวงจรที่ประกอบด้วยทรานซิสเตอร์ชนิด NPN ทั้งหมด วงจรอินทิเกรเตอร์สามารถทำงานที่ความถี่สูงกว่าหนึ่งร้อย MHz [24]-[25] ซึ่งเหมาะสำหรับการประยุกต์ใช้งานที่ความถี่สูงมาก



รูปที่ 12.8 วงจรอินทิเกรเตอร์ Log-domain แบบดิฟเฟอเรนเชียล

เป็นที่รู้กันดีว่าการสร้างวงจรแบบดิฟเฟอเรนเชียล จะสามารถลดสัญญาณรบกวนที่โหมคร่วม และ ความเป็นเชิงเส้นสูงกว่าอินพุท/เอาต์พุทเดี่ยว สัญญาณรบกวนพื้นฐานดังเช่น ชนิดที่เหนี่ยวนำจาก วงจรดิจิทัลในไอซีสัญญาณผสม (Mixed-Signal) จะถูกกระทบเข้าไปยังในวงจรสองวงจรที่สมมาตร อย่างเท่าๆ กัน จึงไม่มีผลกระทบ ความผิดเพี้ยนอันดับคู่ ที่เกิดจากความไม่เป็นเชิงเส้น ก็จะถูกหักล้าง กันที่เอาต์พุท วงจรอินทิเกรเตอร์ Log-domain แบบดิฟเฟอเรนเชียลสมบูรณ์ สามารถสร้างขึ้นได้จาก การใช้อินทิเกรเตอร์แบบอินพุท/เอาต์พุทเดี่ยว 2 วงจร และ ชนิดต่อไขว้ (Cross-coupling) ดังแสดงใน รูปที่ 12.8

เป็นที่น่าสังเกตว่าการ การอินทิเกรทสามารถแสดงได้คล้ายกับสมการที่ (12.12) สามารถถูก เขียนเป็นแรงดันเอาต์พุท Log-domain ทางบวกและทางลบ  $\hat{V}_{op}$  และ  $\hat{V}_{on}$  ได้ดังนี้

$$EXP(\hat{V}_{op}) = \frac{I_o}{V_T} \cdot \frac{1}{C} \cdot \int \{EXP(\hat{V}_{ip}) - EXP(\hat{V}_{in})\} dt \quad (12.13)$$

$$EXP(\hat{V}_{on}) = \frac{I_o}{V_T} \cdot \frac{1}{C} \cdot \int \{EXP(\hat{V}_{in}) - EXP(\hat{V}_{ip})\} dt$$

ในเทอมของความแตกต่างแรงดันเอาต์พุท Log-domain  $\hat{V}_o$  ซึ่งสัมพันธ์กับ  $\hat{V}_{op}$  และ  $\hat{V}_{on}$  โดย  $EXP(\hat{V}_o) \equiv EXP(\hat{V}_{op}) - EXP(\hat{V}_{on})$  สมการที่ (12.13) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$EXP(\hat{V}_o) = \frac{I_o}{V_T} \cdot \frac{2}{C} \cdot \int \{EXP(\hat{V}_{ip}) - EXP(\hat{V}_{in})\} dt \quad (12.14)$$

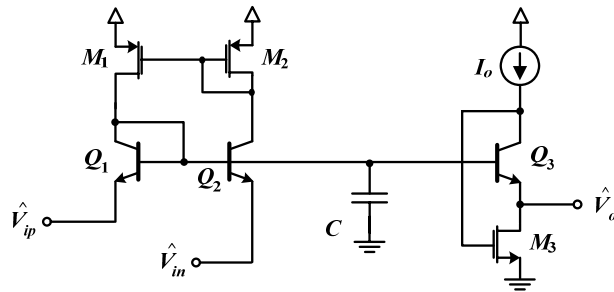
เมื่อเปรียบเทียบสมการที่ (12.14) และ (12.12) จะเห็นได้ว่า โครงสร้างแบบดิฟเฟอเรนเชียล มีผลกระทบจากตัวเก็บประจุทั้งสองต้องมีขนาดใหญ่ และ จะต้องกำหนดให้มีค่าความถี่ศูนย์กลาง/ความถี่ตัดของโครงสร้างอินพุท/เอาต์พุทเดียวกันด้วย แม้ว่ามันจะหมายถึงการใช้พื้นที่ของตัวเก็บประจุเพิ่มขึ้น ซึ่งมันก็ช่วยหลีกเลี่ยงที่จะกำหนดตัวเก็บประจุมีขนาดเล็กเกินไป และ เมื่อเปรียบเทียบกับค่าความจุแฝงต่างๆ ในย่านความถี่ VHF นั้น และ ต้องมั่นใจว่าผลตอบสนองทางความถี่ และ ค่าตัวประกอบ  $Q$  ถูกกำหนดอย่างถูกต้อง ขณะที่ต้องรักษาระดับการไบอัสกระแสให้ต่ำด้วย [48]

พิจารณารูปที่ 12.8 แสดงให้เห็นแรงดันสงบนิ่ง (Quiescent) ที่จุดเอาต์พุท ( $\hat{V}_{op}$  และ  $\hat{V}_{on}$ ) ของวงจรอินทิเกรเตอร์ ซึ่งคาดว่ามีความอ่อนไหวต่อความไม่เป็นอุดมคติ และ เงื่อนไขปฏิบัติงานต่างๆ เช่น อุณหภูมิไม่สมพงค์กัน อุณหภูมิเปลี่ยนไป เป็นต้น ตามรายละเอียดในสมการที่ (12.10) การเปลี่ยนแปลงแรงดันเหล่านี้เพียงเล็กน้อยจะมีผลต่อการไบอัสกระแสตรงอย่างมาก เนื่องจากมีความสัมพันธ์กับเอ็กโพเนนเชียล ด้วยเหตุนี้อาจจะไม่สามารถแสดงการคาดการณ์ลักษณะเฉพาะของฟังก์ชันถ่ายโอนได้ เพื่อที่จะรักษาแรงดันเอาต์พุทให้หนึ่งใกล้กับค่าที่ต้องการ สามารถแก้ไขได้โดยใช้การป้อนกลับโหมดร่วม (Common-mode feedback) เช่นเดียวกับงานวิจัยใน [49]

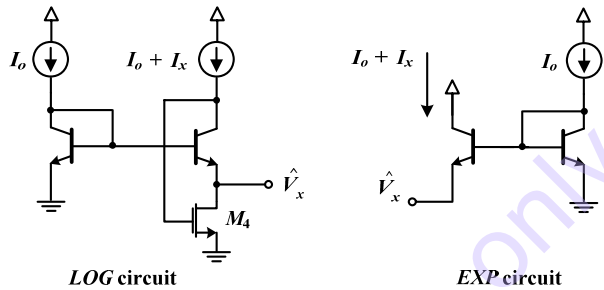
พิจารณาวงจรอินทิเกรเตอร์ สังเกตได้ว่ามีแรงดันตกคร่อมไดโอดไม่เกิน 3 ตัว เมื่อเทียบกับไฟเลี้ยง ดังนั้น แหล่งจ่ายแรงดันขั้นต่ำสามารถใช้ได้ต่ำกว่า 3V [24] ซึ่งสอดคล้องกับงานสำหรับอิเล็กทรอนิกส์สมัยใหม่ อย่างไรก็ตาม เพื่อให้จะให้สัญญาณใน Log-domain ซึ่งปกติถูกจำกัดที่ประมาณหลักสิบมิลลิโวลต์ (ตัวอย่างเช่น  $V_T$ ) อย่างเหมาะสม แหล่งจ่ายแรงดัน 3V ดูเหมือนจะมากเกินไป จริงๆ แล้ว แหล่งจ่ายแรงดันขนาดใหญ่ นี้ จะถูกกำหนดโดยการวงจรไบอัส ซึ่งโดยทั่วไปประกอบด้วยทรานซิสเตอร์ต่อกันจำนวนมาก ดังนั้นมันสามารถถูกวิเคราะห์โดยเทคนิควงจรแบบคาสโค ซึ่งมีหลายวิธีในการลดแรงดันไฟเลี้ยง

### 12.3.2 วงจรอินทิเกรเตอร์ Log-domain กำลังงานต่ำ

เพื่อที่จะได้มาซึ่งการใช้เทคนิค Log-domain ที่ใช้พลังงานต่ำ วงจรรวมชนิด BiCMOS ในรูปที่ 12.9 จากงานวิจัย [49]-[50] ทรานซิสเตอร์ไบโพลาร์ชนิด NPN ถูกใช้สร้างทรานส์อิมพีแดนซ์เพื่อสร้างสัญญาณ Companding และการอินทิเกรท ขณะที่วงจรส่วนสนับสนุน คือ วงจรสะท้อนกระแสสร้างจากมอสทรานซิสเตอร์ เนื่องจากมันมีข้อดี คือกระแสขาเข้าเป็นมีค่าเป็นศูนย์ (อัตราขยายกระแสไฟตรงมีค่าเป็นอนันต์) และ แรงดันอิมพัลส์มีค่าต่ำกว่าทรานซิสเตอร์ไบโพลาร์ ข้อเสียที่เห็นได้ชัด คือ ความเร็วสูงสุดของวงจรอินทิเกรเตอร์ถูกจำกัดโดยทรานซิสเตอร์ชนิด PMOS



(ก)



(ข)

รูปที่ 12.9 (ก) วงจรอินทิเกรเตอร์ Log-domain แบบกำลังต่ำ (ข) วงจร LOG และ EXP

วงจรอินทิเกรเตอร์ Log-domain รูปที่ 12.9 เป็นการออกแบบที่กระชับ ซึ่งเซลล์ Log-domain ทางบวกและทางลบถูกจับคู่ด้วยกันอย่างพอดี ทหรานซิสเตอร์  $Q_1$  ทำงานเป็นการอินทิเกรททางบวก ขณะที่  $Q_2$ ,  $M_1 - M_2$  ทำงานทางด้านลบ ทหรานซิสเตอร์  $Q_3$  และ  $M_3$  ทำวงจรเลื่อนระดับ และทำหน้าที่ในการปรับความถี่ เพื่อที่จะอธิบายการทำงานของวงจรอินทิเกรเตอร์นี้ เริ่มแรกเราจะได้กระแสคอลเลคเตอร์ของ  $Q_1$  โดยการเขียนสมการ KVL ผ่านทรานซิสต์เนียร์รูปซึ่งประกอบด้วย  $Q_1$  และ  $Q_3$

$$\hat{V}_{ip} + V_T \ln\left(\frac{I_{C1}}{I_S}\right) - V_T \ln\left(\frac{I_o}{I_S}\right) = \hat{V}_o \quad (12.15)$$

จัดรูปใหม่ จะได้

$$I_{C1} = I_o e^{\frac{\hat{V}_o - \hat{V}_{ip}}{V_T}} \quad (12.16)$$

ทำนองเดียวกัน สามารถเขียนสมการสำหรับกระแสคอลเลคเตอร์ของ  $Q_2$  โดยการเขียนสมการ KVL ผ่านทรานซิสเตอร์  $Q_2$  และ  $Q_3$

$$I_{C2} = I_o e^{\frac{\hat{V}_o - \hat{V}_{in}}{V_T}} \quad (12.17)$$

สังเกตได้ง่ายว่า  $I_{C1}$  และ  $I_{C2}$  จะเป็นเอาต์พุทของเซลล์ Log-domain หรือ สมการที่ (12.1) เพื่อที่จะได้ฟังก์ชันอินทิเกรเตอร์ดังเช่นสมการที่ (12.2) เราต้องการวงจรที่หาความแตกต่างระหว่างทั้งสองสมการ เพื่อขับไปที่ตัวเก็บประจุ วงจรสะท้อนกระแส  $M_1$ - $M_2$  หาฟังก์ชันนี้ กระแสที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุถูกหาได้โดยการเขียนสมการ KCL ที่โหนดตัวเก็บประจุ

$$I_C = I_{C2} - I_{C1} \quad (12.18)$$

ซึ่งมีความสัมพันธ์กับ  $\hat{V}_o$  โดย

$$\begin{aligned} I_C &= C \cdot \frac{d}{dt} \left( \hat{V}_o + V_T \ln \left( \frac{I_o}{I_s} \right) \right) \\ &= C \cdot \frac{d}{dt} \hat{V}_o \end{aligned} \quad (12.19)$$

แทนสมการที่ (12.16), (12.17) และ (12.19) ไปยังสมการที่ (12.18) เราจะได้สมการอินทิเกรเตอร์ Log-domain ในรูปแบบที่เป็นมาตรฐานดังนี้

$$C \cdot \frac{d}{dt} \hat{V}_o = I_o e^{\frac{\hat{V}_o - \hat{V}_m}{V_T}} - I_o e^{\frac{\hat{V}_o - \hat{V}_p}{V_T}} \quad (12.20)$$

สมการที่ (12.20) มีรูปแบบคล้ายกันมากกับฟังก์ชันอินทิเกรเตอร์ Log-domain พื้นฐานในสมการที่ (12.2) การใช้การปรับสมการให้เหมาะสมดังในสมการที่ (12.3) เราจะได้

$$\frac{V_T}{I_o} \cdot C \cdot \frac{d}{dt} \left\{ I_o e^{\frac{-\hat{V}_o}{V_T}} - I_o \right\} = \left\{ I_o e^{\frac{-\hat{V}_p}{V_T}} - I_o \right\} - \left\{ I_o e^{\frac{-\hat{V}_m}{V_T}} - I_o \right\} \quad (12.21)$$

เราสามารถนิยามคู่มือใหม่ของตัวดำเนินการ LOG และ EXP ดังนี้

$$LOG(x) = -V_T \ln \left( \frac{I_o + x}{I_o} \right) \quad EXP(x) = I_o e^{\frac{-x}{V_T}} - I_o \quad (12.22)$$

ซึ่งวงจรแสดงในรูปแบบที่ 12.9(ข) สดท้ายเราสามารถเขียน (12.21) ใหม่ได้เป็น

$$EXP(\hat{V}_o) = \frac{I_o}{V_T} \cdot \frac{1}{C} \cdot \int \{ EXP(\hat{V}_p) - EXP(\hat{V}_m) \} dt \quad (12.23)$$

สมการมาตรฐานมีประพจน์กรรมเป็นวงจรอินทิเกรเตอร์ Log-domain ของ SFG เหมือนกันกับในรูปที่ 12.3 (ยกเว้น  $C' = (V_T/I_o)C$ ) กระแสไบอัสใน  $Q_3$  ทำหน้าที่ปรับความถี่กลางของวงจรอินทิเกรเตอร์ สังเกตได้ว่าแหล่งจ่ายแรงดันขั้วลบของวงจรอินทิเกรเตอร์ ถูกกำหนดโดยผลรวมของ

## บทที่ 12 วงจรอินทิเกรเตอร์แบบ Log-Domain

แรงดันที่ซอสกับเกต ( $V_{sg}$ ) ของ  $M_2$  และ แรงดันอิมิตัว ( $V_{sat}$ ) ของ  $Q_2$  และ  $M_4$  (ของอินพุทเซลล์ LOG) โดยที่  $V_{sg}$  และ  $V_{sat}$  มีค่าประมาณ 0.6 V และ 0.2 V ตามลำดับ แหล่งจ่ายแรงดันขั้นต่ำสามารถถูกลดแหล่งจ่ายแรงดันของอย่างมีนัยสำคัญให้ต่ำเท่ากับ 1.0 V

วงจรมินิเกรเตอร์ด้านบน สามารถขยายเป็นโครงสร้างทางดิฟเฟอเรนเชียลสมบูรณ์ (Fully differential) ดังแสดงในรูปที่ 12.10 [45] เนื่องจากทั้งเอาต์พุตทางบวก และ ลบของวงจรมินิเกรเตอร์ที่มีอยู่ ไม่จำเป็นต้องใช้วงจรสะท้อนกระแส (ดังเช่น  $M_1$  และ  $M_2$  ของรูปที่ 12.9) สำหรับการกลับค่าสัญญาณ สัญญาณด้านบวก และ ด้านลบจะมองสัดส่วนเท่ากัน และ วงจรมินิเกรเตอร์มีความสมมาตรกันอย่างสมบูรณ์ ซึ่งคุณสมบัติเหล่านี้จะไม่มีในวงจรแบบอินพุท/เอาต์พุตเดี่ยว

การดำเนินการของวงจรมินิเกรเตอร์แบบดิฟเฟอเรนเชียลถูกอธิบายดังสมการด้านล่าง กระแสที่ได้สองตัวห้ล้ายกับสมการที่ (12.16) และ (12.17) ถูกสร้างขึ้นโดยทรานซิสลิเนียร์รูป  $Q_1 - Q_2$ ,  $Q_4 - Q_5$  ตามลำดับ

$$I_{C1} = I_O e^{\frac{\hat{V}_{op} - \hat{V}_{ip}}{V_T}} \quad I_{C4} = I_O e^{\frac{\hat{V}_{on} - \hat{V}_{in}}{V_T}} \quad (12.24)$$

ทำการรวมกระแสของตัวเก็บประจุ  $I_{cp}$  และ  $I_{cn}$  และ ถูกสะท้อนโดย  $M_3 - M_4$  และ  $M_5 - M_6$  ดังนั้นกระแสคอลเลคเตอร์ของ  $Q_6$  และ  $Q_3$  ถูกแสดงโดย

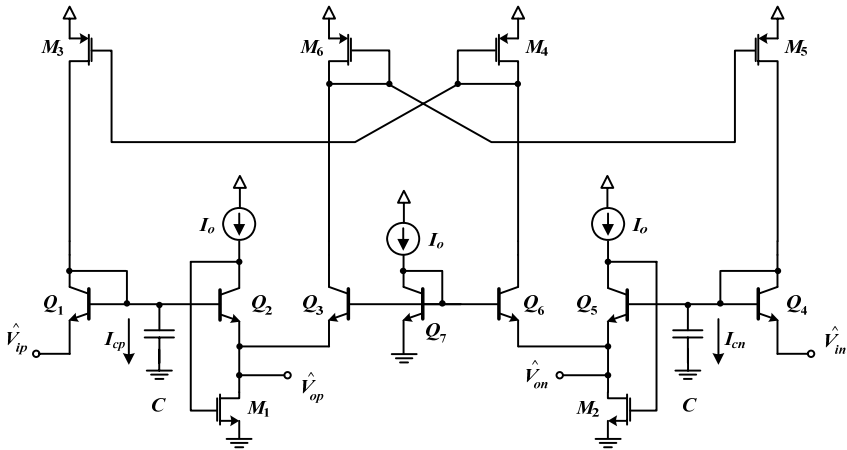
$$I_{C6} = I_{C1} + I_{cp} \quad I_{C3} = I_{C4} + I_{cn} \quad (12.25)$$

ถ้าเราแสดงกระแสที่เพิ่มเข้ามาเหล่านี้ในเทอมของแรงดัน Log-domain ดังนั้นสมการที่ (12.25) สามารถเขียนใหม่ได้

$$I_{C6} = I_O e^{\frac{-\hat{V}_{on}}{V_T}} = I_O e^{\frac{\hat{V}_{op} - \hat{V}_{ip}}{V_T}} + C \frac{d}{dt} \hat{V}_{op} \quad (12.26)$$

และ

$$I_{C3} = I_O e^{\frac{-\hat{V}_{op}}{V_T}} = I_O e^{\frac{\hat{V}_{on} - \hat{V}_{in}}{V_T}} + C \frac{d}{dt} \hat{V}_{on} \quad (12.27)$$



รูปที่ 12.10 วงจรอินทิเกรเตอร์ Log-domain ดิฟเฟอเรนเชียลกำลังงานต่ำ

ดังนั้น โดยการปรับค่าทางคณิตศาสตร์ให้มีความเหมาะสม ซึ่งในตอนนี้อ่านคงจะคุ้นเคยกันแล้ว (12.26) และ (12.27) สามารถถูกเขียนได้

$$\left[ I_o e^{\frac{-\hat{V}_{ip}}{V_T}} - I_o \right] + \frac{CV_T}{I_o} \cdot \frac{d}{dt} \left[ I_o e^{\frac{-\hat{V}_{op}}{V_T}} - I_o \right] = I_o e^{\frac{-\hat{V}_{on} - \hat{V}_{op}}{V_T}} \quad (12.28)$$

และ

$$\left[ I_o e^{\frac{-\hat{V}_{in}}{V_T}} - I_o \right] + \frac{CV_T}{I_o} \cdot \frac{d}{dt} \left[ I_o e^{\frac{-\hat{V}_{on}}{V_T}} - I_o \right] = I_o e^{\frac{-\hat{V}_{on} - \hat{V}_{op}}{V_T}} \quad (12.29)$$

การใช้การจับคู่แบบเดียวกันกับสมการที่ (12.22) และ ทำการลบสมการที่ (12.29) จากสมการที่ (12.28) เราจะได้

$$EXP(\hat{V}_{ip}) - EXP(\hat{V}_{in}) + \frac{CV_T}{I_o} \cdot \frac{d}{dt} [EXP(\hat{V}_{op}) - EXP(\hat{V}_{on})] = 0 \quad (12.30)$$

นิยามเอาต์พุตผลต่าง Log-domain เท่ากับ  $EXP(\hat{V}_o) \equiv EXP(\hat{V}_{op}) - EXP(\hat{V}_{on})$  และ จัดสมการที่ (12.30) ใหม่ ซึ่งเป็นที่มาของฟังก์ชันอินทิเกรเตอร์ Log-domain ที่สมบูรณ์ เราจะได้สมการที่รู้จักดี (ถึงแม้ว่าเป็นเครื่องหมายลบ)

$$EXP(\hat{V}_o) = -\frac{I_o}{V_T} \cdot \frac{1}{C} \cdot \int [EXP(\hat{V}_{ip}) - EXP(\hat{V}_{in})] dt \quad (12.31)$$

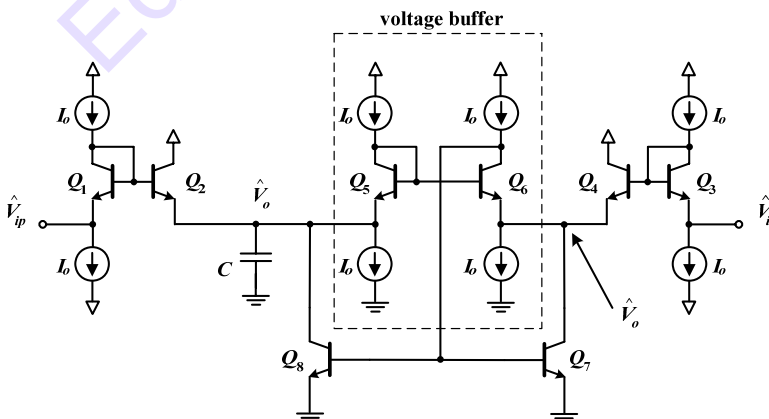
การดำเนินการคลาส AB สามารถใช้สัญญาณกระแสได้สูงกว่ากระแสสงบนิ่งมาก ดังนั้นส่งผลให้เกิดประสิทธิภาพ และ การใช้พลังงานที่ต่ำ คล้ายๆ กันกับระบบบิดเฟอเรนเชียลทั่วไป สัญญาณในตัวกรอง Log-domain จะถูกแสดงโดยผลต่างของสองกระแส หรือ แรงดันกายภาพ ซึ่งถูกแนะนำไว้ใน [51] กล่าวไว้ว่าตัวกำหนดเงื่อนไขอินพุท พิจารณาการแยกสัญญาณเพื่อนำมาผ่านการบีบอัดแบบ LOG ที่อินพุทของระบบ Log-domain โดยสัญญาณอินพุทถูกแทนที่โดยผลต่างของกระแส ด้านบวกสองตัว ( $I_{inp}$  และ  $I_{inn}$ ) ซึ่งองค์ประกอบในโหมตร่วมถูกกำหนดโดยกฎกำลังสอง

$$I_{inp} \cdot I_{inn} = I_Q^2 \quad (12.32)$$

ซึ่งค่าคงที่  $I_Q$  สามารถถูกอธิบายตามกระแสไบอัส ยกตัวอย่าง สัญญาณขนาดใหญ่ด้านบวก ซึ่งอาจจะเกิดขึ้นจาก  $I_{inn}$  ที่มีขนาดเล็กมาก ขณะที่  $I_{inp}$  มีค่าเป็นอนันต์ ตัวดำเนินการ LOG เปลี่ยนให้กลายเป็นแรงดัน Log-domain ซึ่งถูกนำมาใช้ในส่วนต่าง ๆ ของตัวกรอง Log-domain แรงดันเหล่านี้จะเป็นค่ากึ่งกลางบนแรงดันไฟตรง และ ตามกฎทางคณิตศาสตร์ [50]

### 12.3.3 วงจรอินทิเกรเตอร์ Log-domain ความเร็วสูง ใช้กำลังงานต่ำ

สำหรับการออกแบบวงจรอินทิเกรเตอร์ Log-domain ความเร็วสูง จำเป็นต้องใช้ทรานซิสเตอร์ชนิด NPN ทั้งหมดในวงจร แสดงในรูปที่ 12.7 ของหัวข้อที่ 12.3.1 ที่เป็นไปตามวัตถุประสงค์ อย่างไรก็ตาม จำนวนของทรานซิสเตอร์ที่กันในแนวสูง (Stack) ทำให้ต้องใช้แหล่งจ่ายแรงดันสูงเกินความจำเป็น วงจรในรูปแบบพลังงานต่ำถูกเสนอในรูปที่ 12.9(ก) ซึ่งวงจรในลักษณะคาสโคดจะถูกตัดออกไป เป็นน้าเสียได้ที่จำเป็นต้องใช้ทรานซิสเตอร์ชนิด p (PMOS หรือ PNP) ทำให้ความเร็วสูงสุดที่มันทำได้ลดลง จุดนี้เองจึงมีคำถามว่าเราจะสามารถทำวงจรถ่วงอินทิเกรเตอร์ Log-domain ที่ทั้งเร็ว และ พลังงานต่ำได้หรือไม่ สิ่งนั้นคือ วงจรอินทิเกรเตอร์ที่เป็นทรานซิสเตอร์ชนิด NPN และ ไม่ต่อกันในแนวสูง (Stack)



รูปที่ 12.11 วงจรอินทิเกรเตอร์ Log-domain ความเร็วสูงกำลังงานต่ำ

รูปที่ 12.11 แสดงวงจรอย่างง่าย [52] ที่พยายามตอบคำถามด้านบน ประกอบด้วยเซลล์ Log-domain สองชุดที่เหมือนกัน คือ  $Q_1 - Q_2$  และ  $Q_5 - Q_6$  สังเกต Building block ทรานซิสเตอร์เหล่านี้เกือบจะทั้งหมดได้เคยกล่าวไว้ในรูปวงจรอินทิเกรเตอร์ ซึ่งเป็นธรรมชาติของวงจรทรานซิสเตอร์ที่กำเนิดกระแสในรูปแบบ Log-domain วงจรกันชนแรงดันสร้างโดย  $Q_5 - Q_6$  และ กระแสไบอัส (ในกรอบเส้นประ) ถูกแทรกระหว่างเซลล์ Log-domain สองชุด ดังนั้น แรงดันเอาต์พุต Log-domain  $\hat{V}_o$  ที่ขาอิมิตเตอร์ของ  $Q_2$  ปรากฏที่ขาอิมิตเตอร์ของ  $Q_4$  ด้วย ดังนั้นเราสามารถเขียนกระแส Log-domain ได้เป็น

$$I_{C2} = I_o e^{\frac{\hat{V}_{ip} - \hat{V}_o}{V_T}} \quad I_{C4} = I_o e^{\frac{\hat{V}_m - \hat{V}_o}{V_T}} \quad (12.33)$$

เพื่อให้ได้สมการอินทิเกรเตอร์ Log-domain จำเป็นต้องวิเคราะห์ความแตกต่างของกระแสทั้งกระแสไบอัสไบอัสตัวเก็บประจุ ดังนั้นจึงต้องใช้วงจรสะท้อนกระแส  $Q_7 - Q_8$  เห็นได้ชัดว่า  $Q_7$  จะมีกระแสเท่ากับ  $I_{C4}$  กระแสที่ถูกสะท้อนโดย  $Q_8$  นี้ถูกดึงออกจากโหนดตัวเก็บประจุ อีกนัยก็คือ วงจรสะท้อนกระแสนี้จะกลับสัญญาณ (ทำงานกลับกัน) สำหรับเซลล์ Log-domain ด้านขวา สมการ KCL บนโหนดตัวเก็บประจุเป็น

$$C \cdot \frac{d\hat{V}_o}{dt} = I_o e^{\frac{\hat{V}_{ip} - \hat{V}_o}{V_T}} - I_o e^{\frac{\hat{V}_m - \hat{V}_o}{V_T}} \quad (12.34)$$

ซึ่งมีค่าเท่ากับสมการที่ (12.10) ดังนั้น วงจรนี้จะทำงานเป็นฟังก์ชันอินทิเกรเตอร์ Log-domain ที่เหมือนกันกับรูปที่ 12.7 ดังนี้

$$EXP(\hat{V}_o) = \frac{I_o}{V_T} \cdot \frac{1}{C} \cdot \int \{EXP(\hat{V}_{ip}) - EXP(\hat{V}_m)\} dt \quad (12.35)$$

สังเกตได้ว่าแรงดันอินพุต และ เอาต์พุตของวงจรอินทิเกรเตอร์ในรูปที่ 12.11 มีระดับไฟตรงที่เท่ากัน ดังนั้นการสังเคราะห์ตัวกรองสามารถถูกสร้างขึ้นได้ง่าย โดยการเชื่อมวงจรอินทิเกรเตอร์เหล่านี้โดยตรง แหล่งจ่ายแรงดันขั้นต่ำที่จำเป็นสำหรับวงจรจึงมีค่าประมาณแรงดันตกคร่อมไดโอด ( $V_{BE}$ ) บวกกับแรงดันอิมิต ( $V_{sat}$ ) ของแหล่งจ่ายกระแสแบบบวก โดยที่  $V_{BE} = 0.6V$  และ  $V_{CE} = 0.2V$  เป็นไปได้ที่จะควบคุมแหล่งจ่ายแรงดันให้มีค่าต่ำเท่าๆ กับ 1 V เนื่องจากวงจรทั้งหมดถูกสร้างโดยการใช้อิทรานซิสเตอร์ชนิด NPN ทั้งหมดซึ่งเหมาะสำหรับการประยุกต์ใช้งานที่ความถี่สูง มันถูกอธิบายใน [53] สำหรับกระบวนการสร้าง NPN ทรานซิสเตอร์แบบราคาถูกมีความถี่  $f_T = 2.5$  GHz และ ตัวเก็บประจุภายนอกขีปมีค่า 1 nF ซึ่งจะทำให้ตัวกรอง Log-domain สามารถทำงานได้ถึง 2 MHz ภายใต

แหล่งจ่าย 1.2 V เมื่อย้ายตัวเก็บประจุมาอยู่ซิป และการลดขนาดพวกมันหลายๆ เท่า ซึ่งทำให้ช่วงความถี่ที่มากที่สุดในการดำเนินการควรจะทำได้ในหลัก 100 MHz ดังที่ได้ถูกอธิบายไปแล้ว

### 12.4 สรุป

ในบทนี้กล่าวถึงแนวคิดพื้นฐานของวงจรอินทิเกรเตอร์ ที่แสดงพฤติกรรมเชิงปริมาณของอินพุตและเอาต์พุต คู่เซลล์ Log-domain แบบชั่วคราวกันข้าม และ ตัวเก็บประจุประกอบขึ้นเป็นของวงจรอินทิเกรเตอร์ นอกจากนี้ ค่าคงที่ทางเวลาของวงจรอินทิเกรเตอร์สามารถถูกควบคุมได้ทางอิเล็กทรอนิกส์โดยกระแสไบอัสของตัวมัน ซึ่งทำให้การปรับค่าของวงจร Log-domain ทำได้ง่าย ในอีกด้านหนึ่ง สามารถทำวงจรอินทิเกรเตอร์แบบสูญเสียแบบ Log-domain ได้โดยการแทนเซลล์ Log-domain พื้นฐานหนึ่งเซลล์โดยใช้แหล่งจ่ายกระแส

จากวงจรอินทิเกรเตอร์พื้นฐาน พลังงานสูง ความเร็วต่ำในรูปที่ 12.2 มาถึงวงจรแบบ พลังงานต่ำ ความเร็วสูง ดังรูปที่ 12.11 ได้พูดถึงการพัฒนาวงจรในอดีต ในวงจรอินทิเกรเตอร์ Log-domain กล่าวโดยรวมแล้วทรานซิสเตอร์ PNP ที่ค่อนข้างมีความเร็วต่ำที่ต่ออยู่ในเซลล์จะถูกกำจัดออกไป เพื่อให้สามารถประมวลผลมีความเร็วสูงขึ้น สำหรับการประยุกต์ใช้งานที่พลังงานต่ำ ซึ่งจำนวนทรานซิสเตอร์ที่ต่อในแนวสูงแบบ Stack จะถูกตัดทิ้ง เพื่อที่จะทำให้สามารถลดแหล่งจ่ายแรงดันลง

แม้ว่าวงจรเหล่านี้ อาจจะมีภาพลักษณ์ที่แตกต่างกัน แต่ในความเป็นจริงจะมีคุณสมบัติที่เหมือนกัน ผู้อ่านอาจจะสามารถพิสูจน์สมการ และ ค้นหาที่มาสำหรับวงจรพื้นฐาน ดังเช่น สมการที่ (12.1) ถึง (12.5) ของหัวข้อที่ 12.1.1 โดยทำซ้ำสำหรับวงจรอินทิเกรเตอร์ในหัวข้อ 12.3.1-12.3.3 ที่สำคัญที่สุดคือ เราสามารถมองว่าวงจรบางวงจรที่ใช้บางรูปแบบของ (12.2) สามารถนำมาใช้งานได้ เช่นเดียวกับวงจรอินทิเกรเตอร์ Log-domain [38]

ท้ายสุด ในตารางที่ 12.1 เป็นการสรุปผลของการทดลองตัวกรอง Log-domain ในแบบต่างๆ แสดงคุณลักษณะเป็นวงจรอินทิเกรเตอร์ Log-domain โดยแบ่งองค์ประกอบของบทนี้ได้เป็น (i) พื้นฐานการออกแบบ (ii) การออกแบบที่ความเร็วสูง (iii) การออกแบบพลังงานต่ำ และ (iv) การออกแบบความเร็วสูงพลังงานต่ำ ผลเหล่านี้แสดงถึงการอธิบายคร่าวๆ เพื่อให้ได้สมบัติของวงจรอินทิเกรเตอร์ที่หลากหลาย อย่างไรก็ตาม การเปรียบเทียบก็ไม้อาจจะทำได้เนื่องจากเทคโนโลยีที่แตกต่างกัน อันดับของตัวกรอง ชนิดของตัวกรอง (ความถี่ที่ต้องการผ่าน ความถี่ต่ำผ่าน) และ รูปแบบของสัญญาณ (คลาส A/AB, Differential/Single-ended) แม้กระทั่งการทดลองเช่น การทดสอบไมโครชิพ เปรียบเทียบกับการทดสอบในไมโครชิพแบบดั้งเดิม ซึ่งอาจจะมีอิทธิพลต่อคุณสมบัติทางการวัด อย่างไรก็ตาม ตามที่ได้แสดงข้อมูล ทำให้ได้ข้อสรุปดังนี้

- ตัวกรองทั้งหมดแสดงให้เห็นความสามารถในการปรับค่าได้กว้าง
- ความเร็วของตัวกรอง Log-domain ชนิด NPN ที่ความเร็วสูงสามารถทำงานได้ถึงระดับ 100 MHz

- แหล่งจ่ายแรงดันขั้นต่ำของตัวกรอง Log-domain แบบความถี่ต่ำผ่านสามารถจ่ายแรงดันได้ต่ำเท่ากับ 1.2V ซึ่งบริโภคพลังงานน้อยกว่า 1 mW ของพลังงานที่ใช้ไป
- แนวโน้มของการพัฒนาวงจรในเรื่องเกี่ยวกับการทำให้มีความเร็วสูงขึ้น ใช้พลังงานต่ำลง
- ค่อนข้างจะเห็นได้ชัดขึ้นในที่นี้ ในความเป็นจริงแล้ว เนื่องจากการวิจัยของตัวกรอง Log-domain ยังไม่ได้มีการพัฒนาอย่างเต็มที่ จึงได้ถูกคาดหวังว่าการพัฒนาวงจรอินทิเกรเตอร์ที่น่าสนใจจะเกิดขึ้นในอนาคต

Education use only

# เอกสารอ้างอิง

---

- [1] G. Daryanani, “*Principles of Active Network Synthesis and Design*,” John Wiley & Sons, Singapore, 1976.
- [2] L. P. Huelsman, “*Active and Passive Analog Filter Design*,” McGraw-Hill, Singapore, 1993.
- [3] W-K. Chen, “*Passive and Active Filter, Theory and Implementation*,” Wiley, New York, 1986.
- [4] R. Schaumann, M.S. Ghausi, and K.R. Laker, “*Design of Analog Filter, “Passive, Active RC, and Switched Capacitor*,” Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1990.
- [5] J.V. Wait, L. P. Huelsman, and G.A. Korn, “*Introduction to Operational Amplifier Theory and Applications*,” 2<sup>nd</sup> ed., McGraw-Hill, New York, 1992.
- [6] T. L. Deliyannis, Y. Sun, J. K. Fidler, “*Continuous-Time Active Filter Design*,” CRC Press, London, 1999.
- [7] K. Su, “*Analog Filters*”, 2<sup>nd</sup> ed., Kluwer Academic Publishers, Newyork. 2003.
- [8] Y. P. Tsividis and J. O. Voorman, Eds., *Integrated Continuous-Time Filters*, Piscataway, NJ: IEEE Press, 1993.
- [9] A. S. Sedra and K. C. Smith, *Microelectronics Circuits*, 3rd Edition, Florida, USA: Saunders College Publishing.
- [10] A. Sedra and P. Brackett, *Filter Theory and Design: Active and Passive*, Portland, OR: Matrix Publishers Inc., 1978.
- [11] S. Sakurai, M. Ismail, J. Michael, E. Sanchez-Sinencio and R. Brannen, “A MOS-C variable equalizer with simple on-chip automatic tuning,” *IEEE J. of Solid-State Circuits*, vol. 27, no. 6, pp. 927-034, June 1992.
- [12] J. van der Plas, “MOSFET-C filter with low excess noise and accurate automatic tuning,” *IEEE J. of Solid-State Circuits*, vol. 26, no. 7, pp. 922-929, July 1991.
- [13] M. Banu and Y. P. Tsividis, “An elliptic continuous-time CMOS filter with on-chip automatic tuning,” *IEEE J. of Solid-State Circuits*, vol. 20, no. 6, pp. 1114-1121, Dec. 1985.
- [14] U. Moon and B. Song, “A low-distortion 22 kHz 5th-order Bessel filter,” *IEEE Solid-State Circuits Conf.*, Dig. Tech. Papers, vol. 36, pp. 110-111, Feb. 1993.
- [15] A. B. Grebene, *Bipolar and MOS Analog Integrated Circuit Design*, New York, NY: John Wiley and Sons, 1984.
- [16] W. M. Snelgrove and A. Shoval, “A balanced CMOS transconductance-C filter tunable over the VHF range,” *IEEE J. of Solid-State Circuits*, vol. 27, no. 3, pp. 314-323, March 1992.
- [17] B. Nauta, “A CMOS transconductance-C filter technique for very high frequencies,” *IEEE J. of Solid-State Circuits*, vol. 27, no. 2, pp. 142-153, Feb. 1992.
- [18] M. I. Ali, M. Howe, E. Sanchez-Sinencio and J. Ramirez-Anulo, “A BiCMOS low distortion tunable OTA for continuous-time filters”, *IEEE Trans. on Circuits and Systems I*, vol. 40, no. 1, pp. 43-49, Jan. 1993.
- [19] J. Silva-Martinez, M. Steyaert and W. Sansen, “A large-signal very low-distortion transconductance for high-frequency continuous-time filters,” *IEEE J. of Solid-State Circuits*, vol. 26, pp. 946-955, July 1991.

- [20] S. D. Willingham and K. W. Martin, "A BiCMOS low-distortion 8 MHz lowpass filter, *IEEE Solid-State Circuits Conf.*, Dig. Tech. Papers, vol. 36, pp. 114-115, Feb. 1993.
- [21] R. Schaumann and M. A. Tan, "The problem of on-chip automatic tuning in continuous-time integrated filters," *Proc. IEEE Int. Symp. on Circuits and Systems*, pp. 106-109, Feb. 1989.
- [22] K. A. Kozma, D. A. Johns and A. S. Sedra, "Tuning of continuous-time filters in the presence of parasitic poles," *IEEE Trans. on Circuits and Systems I*, vol. 40, no. 1, pp. 13-20, Jan. 1993.
- [23] B. Gilbert, "Current mode circuits from a translinear viewpoint: a tutorial," *Analog IC Design: The Current-Mode Approach*, C. Toumazou, F. Lidgely, and D. Haigh (eds.), IEE Circuits and Systems Series, vol. 2. Peter Perigrinus Press, pp. 11-92, 1990.
- [24] D. Frey, "Log-domain filtering for RF applications," *IEEE J. of Solid-State Circuits*, vol. 31, no. 10, pp. 1468-1475, Oct. 1996.
- [25] M. El-Gamal, V. Leung and G. W. Roberts, "Balanced log-domain filters for VHF applications," *Proc. IEEE Int. Symp. on Circuits & Systems*, pp.493-496, June 1997.
- [26] F. Yang, C. Enz and G. van Ruymbeke, "Design of low-power and low-voltage log-domain filters," *Proc. IEEE Int. Symp. on Circuits & Systems*, pp.117-120, May 1996.
- [27] Y. Tsvividis, "Externally linear, time-invariant systems and their application to companding signal processors" *IEEE Trans. on Circuits & Systems II*, vol. 44, no. 2, pp. 65-85, Feb. 1997.
- [28] R. W. Adams, "Filtering in the log-domain," Preprint #1470 presented at the *63rd AES Conference*, New York, NY, May 1979.
- [29] D. Frey, "Log-domain filtering: an approach to current mode filtering," *IEE Proceedings-G*, vol. 140, no. 6, pp. 406-416, Dec. 1993.
- [30] D. Frey, "A general class of current mode filters," *Proc. IEEE Int. Symp. On Circuits & Systems*, pp. 1435-1438, May 1993.
- [31] D. Frey, "Current mode class AB second order filter," *Electronics Letters*, vol. 30, no. 3, pp. 205-206, Feb. 1994.
- [32] D. Frey, "A 3.3 Volt electronically tunable active filter usable to beyond 1 GHz," *Proc. IEEE Int. Symp. on Circuits & Systems*, pp. 493-496, May-June 1994.
- [33] D. Frey, "Exponential state space filters: A generic current mode design strategy," *IEEE Trans. Circuits and Systems I*, vol. 43, no. 1 pp. 34-42, Jan.1996.
- [34] D. Frey, "Log filtering using gyrators", *Electronics Letters*, vol. 32, no. 1, pp. 26-28, Jan. 1996.
- [35] D. Frey, "An adaptive analog notch filter using log filtering," *Proc. IEEE Int. Symp. on Circuits & Systems*, pp. 297-300, May 1996.
- [36] D. Perry and G. W. Roberts, "Log-domain filters based on LC ladder synthesis," *Proc. IEEE Int. Symp. on Circuits & Systems*, pp. 311-314, May 1995.
- [37] D. Perry and G. W. Roberts, "Design of log-domain filters based on the operational simulation of LC ladders," *IEEE Trans. on Circuits & Systems II*, vol. 43, no. 11, pp. 763-773, Nov. 1996.

- 
- [38] M. El-Gamal and G. W. Roberts, "LC ladder-based synthesis of log-domain bandpass filters," *Proc. IEEE Int. Symp. Circuits & Systems*, pp. 105-108, June 1997.
- [39] A. Hematy and G. Roberts, "A fully-programmable analog log-domain filter circuit," *Proc. 2nd IEEE-CAS Region 8 Workshop on Analog and Mixed IC Design*, Baveno, Italy, Sep. 1997.
- [40] A. Hematy and G. Roberts, "A fully-programmable analog log-domain filter circuit," *Proc. IEEE Int. Symp. of Circuits & Systems*, pp. 309-312, May 1998.
- [41] B. Gilbert, "Translinear circuits: a proposed classification," *Electron. Lett.*, vol. 11, no. 1, pp. 14-16, Jan. 1975.
- [42] B. Gilbert, "A new wideband amplifier technique," *IEEE J. of Solid-State Circuits*, SC-3(4), pp. 355-365, 1968.
- [43] B. Gilbert, "A precise four-quadrant multiplier with sub-nanosecond response," *IEEE J. of Solid-State Circuits*, SC-3(4), pp. 365-373, 1968.
- [44] B. Gilbert, "Translinear circuits- 25 years on," Part I-III, *Electronics Engineering*, Aug.- Oct., 1993.
- [45] B. Gilbert, "Translinear circuits: an historical overview," *Analog Integrated Circuits and Signal Processing*, vol. 9, n. 2, pp. 95-118, March, 1996.
- [46] Y. Tsvividis, "Developments in integrated continuous-time filters," *Analog Circuit Design: Low-Power Low-Voltage, Integrated Filters and Smart Power*, R. J. van de Plassche, W. M. C. Sansen and J. H. Huijsing (eds.), pp.129-148, Kluwer Academic Publishers, 1995.
- [47] E. M. Drakakis, A. J. Payne, and C. Toumazou, "Log-domain filters, translinear circuits, and the Bernoulli cell," *Proc. IEEE Int. Symp. Circuits & Systems*, pp. 501-504, June 1997.
- [48] M. N. El-Gamal and G. W. Roberts, "Very high-frequency log-domain bandpass filters," *IEEE Trans. on Circuits and Systems II*, vol. 45, no. 9, pp. 1188-1198, Sept. 1998.
- [49] M. Punzenberger and C. Enz, "A new 1.2V BiCMOS log-domain integrator for companding current-mode filters," *Proc. IEEE Int. Symp. Circuits & Systems*, pp. 125-128, May 1996.
- [50] M. Punzenberger and C. Enz, "A compact low-power BiCMOS log-domain filter," *IEEE J. of Solid State Circuits*, vol. 33, no. 7, pp. 1123-1129, July 1998.
- [51] M. Punzenberger and C. Enz, "A 1.2-V low-power BiCMOS class AB log-domain filter," *IEEE. J. Solid State Circuits*, vol. 32, no. 12, Dec. 1997.
- [52] M. N. El-Gamal and G. W. Roberts, "A new 1.2 V npn-only log-domain integrator," *Proc. Int. Symp. Circuits & Systems*, pp. II-681 -II-684, June 1999.

# ดัชนีคำศัพท์

คำศัพท์	หน้า
การประมาณ	5-1
เซบีเซฟ	4-45, 5-1, 5-12, 7-21, 9-15, 10-29, 11-9, 11-20
แบตเตอรี่เวิร์ท	5-1, 5-3, 7-21, 8-27, 8-41, 8-50, 9-30, 10-8, 10-12, 10-23
เบสเซล	5-1, 5-22, 8-51,
พล็อต Bode	2-13, 3-5, 5-1, 5-2, 10-7, 10-10, 10-28
อีลิปติก	5-1, 5-20, 8-37, 9-15, 11-10, 11-20
กระจายเศษส่วนย่อย (Partial Fraction)	2-8, 4-10
การกระจายเศษส่วนต่อเนื่อง (Continued fraction)	4-15, 4-38
การกำจัดโพลบางส่วน	4-40
การตอบสนองต่ออิมพัลส์	2-4, 2-10
การแปลงกลับลาปลาซ	2-4, 9-2
การแปลงความถี่	5-31
การเลื่อนซีโร	4-40
การห้วงเวลา	3-1, 3-6, 5-1, 5-22, 7-14, 8-47
ขนาด (Magnitude)	2-12, 3-5, 8-9, 8-15
ความต้านทานแบบลบเปลี่ยนค่าตามความถี่ (FDNR)	10-8
ความถี่	
Normalized	5-12, 5-26, 6-14, 8-6, 9-5, 9-21, 10-12
โพล	2-16, 2-23, 3-2, 5-2, 5-29, 6-1, 6-19, 7-2
ซีโร	2-24, 7-2
ความประสงค์สูญเสียน (Loss Requirement)	2-1, 5-1, 5-6, 5-22
ความราบเรียบ	5-20, 5-28, 8-50
ความไวของความถี่โพล	6-1
ความไวอัตราขยาย	6-11, 8-51
โครงข่าย LC	1-11, 2-10, 11-10
โครงข่าย RC	1-11, 2-7, 7-6, 8-5, 10-1

## ดัชนีคำศัพท์

โครงข่ายสองพอร์ต	4-20,
โครงข่ายแอดคทีฟ	1-1, 1-7, 2-1, 6-17, 7-1, 10-1
เงื่อนไข Fialkow	4-25, 4-49
เงื่อนไขของคอซี-รีมันน์	4-7
เงื่อนไขส่วนจริง	4-29
เชิงซ้อนสังยุค	2-3, 2-11, 2-15, 3-3, 4-3, 4-6, 4-12, 4-39, 4-45, 8-5, 8-10, 8-45, 9-21
ดีจिटอล	3-6, 5-23, 11-1, 12-8
เดซิเบล	2-12
ตัวกรอง Tow-Thomas	9-9
ตัวกรองแบบ Åkerberg-Mossberg	9-9, 9-13
ตัวกรองแบบ State-variable	9-1, 9-6, 9-32, 10-26
ตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน	3-1, 5-35, 7-2, 7-10, 8-7, 8-20, 8-25, 8-36, 8-43, 9-4, 9-30, 10-6, 10-10, 10-19
ตัวกรองความถี่ที่ต้องการผ่าน	3-1, 3-3, 5-33, 8-15, 8-29, 8-33, 8-35, 9-1, 10-6, 10-13, 10-25
ตัวกรองความถี่ที่ไม่ต้องการออก	3-1, 3-4, 5-37, 8-36
ตัวกรองความถี่สูงผ่าน	3-1, 3-2, 5-31, 8-15, 8-19, 8-31, 8-47, 10-7
ตัวกรองแบบวงจรมายอนันต์เดียว	8-23, 8-29, 8-36
ตัวกรองไบควอดเรติก	8-36, 9-13
ตัวแปรโหนดดีเทอร์มิแนนท์	1-3
แถบความถี่ผ่าน	3-1, 5-1, 5-12, 5-20, 5-28, 5-37
แถบความถี่หยุด	3-1, 3-4, 4-45, 5-1, 5-6, 5-12, 5-15, 5-20, 5-28, 5-32, 5-37, 7-2, 9-16
ทรานซิสเตอร์	1-4, 11-1, 11-8, 11-11, 12-1, 12-6
ทรานสลิเนียร์	11-4, 11-11, 11-13
เทคนิค Leapfrog	10-17
บีบอัด และ ขยาย	11-4
แบนด์วิดท์	2-19
ป้อนกลับแบบบวกและแบบลบ	8-33
เป็นที่ยอมรับ (Canonic)	4-15
แปลงวายเป็นเซลล์ต่ำ	4-25
ผลกระทบของอัตราขยายแบนด์วิดท์	
ในวงจรมายอนันต์	8-40

ในตัวกรอง Sallen and Key	8-41
ในตัวกรองที่ใช้วงจรถ่ายโอนอันดับเดียว	8-46
พหุนาม Hurwitz	4-33
พารามิเตอร์ $y$	4-21
พารามิเตอร์ $z$	4-20
โพล Q	2-17
โพลส่วนตัว	4-22
พอสเตอร์	4-12
ฟังก์ชันการสูญเสีย	5-7
ฟังก์ชันการหน่วงเวลา	5-1
ฟังก์ชันจุดขับ	2-1
แพสซีฟ RC	2-7
แพสซีฟ RLC	2-6
แพสซีฟ LC	2-10
ฟังก์ชันถ่ายโอน	2-1, 2-12, 4-20
ฟังก์ชันถ่ายโอนไร้มิติ	4-28
ฟังก์ชันเหตุผล	5-1
เฟส (Phase)	2-12, 3-6, 5-22, 7-4, 8-9
รีแอกแตนซ์	2-6, 4-6
วงจรถ่ายโอน KHN	9-1
วงจรถ่ายโอนกลับเฟส	7-4, 7-14, 8-2, 8-23
วงจรถ่ายโอนแรงดัน	8-2, 8-11
วงจรถ่ายโอนหลายตัว	9-1, 9-9, 9-13
วงจรถ่ายโอนเดี่ยว	8-1, 8-15, 8-23
หลอดไตรโอด	1-7
หลักการวิเคราะห์แบบโหนด	1-1,
แหล่งจ่ายกระแสไม่อิสระ	1-4
แหล่งจ่ายแรงดันไม่อิสระ	1-7
อนุกรม Taylor	6-5
ออปแอมป์	1-7, 1-9, 2-7, 6-6, 7-4, 8-3, 8-23, 8-32, 8-39, 9-2, 9-22, 10-2, 10-8, 11-3, 11-20
อัตราขยายแบนด์วิดท์	8-39, 8-40

## ดัชนีคำศัพท์

---

อินทีเกรเตอร์	9-2, 9-12, 9-27, 9-30, 10-20, 11-2, 11-20, 12-1
อิมพีแดนซ์เต็มเต็ม	4-24
อิมมิตแดนซ์	2-10
แอตมิตแดนซ์	2-2, 2-10, 8-3, 8-8, 8-28, 10-5, 10-8
แอมพลิฟายด์	3-7, 11-8
ไอทีเอ	9-24, 9-27, 11-3
Cascaded	7-2
Cauer	4-15
Log-domain	11-1, 11-5, 11-9, 11-18, 12-1

Education use only